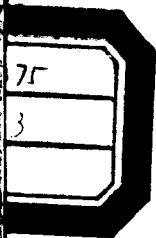


341

圆筒钢筋混凝土 薄壁池的内力计算

张光斗

水利电力出版社



TU375

1293

圆筒钢筋混凝土 薄壁池的内力计算

张光斗

水利电力出版社

内 容 提 要

这本小册子是根据清华大学水利系水工专业师生承担的某项工程设计的实践经验，提出了一种考虑温差影响、池壁和池底联合作用的圆筒薄壁池内力计算方法，并推演和编制了计算公式和图表等，实际运用简单，适于设计计算薄壁池时使用。

可供水工设计人员、水工专业师生参考。

圆筒钢筋混凝土 薄壁池的内力计算

张 光 斗

•

水利电力出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

•

1978年12月北京第一版

1978年12月北京第一次印刷

印数 00001—20220 册 每册 0.23 元

书号 15143·3413

前 言

一九七四年清华大学水利系水工专业部分师生在某工程承担了一项钢筋混凝土冷却料仓的设计任务。作者结合工程实际，提出了一个考虑温差影响、池壁和池底联合作用的圆筒薄壁池内力计算方法，推演和编制了计算公式和表格，实际运用比较简单，易于掌握，精确度能满足要求，适宜于设计圆筒薄壁池时使用。圆筒钢筋混凝土薄壁池的用途比较广泛，如：混凝土料仓、污水池、蓄水池、酱油池等，在水利、交通、市政、石油化工等工程建设中经常遇到。关于圆筒薄壁池的内力计算方法，国内外文献中均有一些介绍。但对于考虑温差影响、池壁和池底联合作用的内力计算方法，则不很多见。本计算方法在结构基本理论上没有什么新发展，只是运用现有的结构理论解决生产实际问题，其基本原理是，先按结构理论分别导出池壁和池底单独作用时由荷载或温度变化引起的内力计算公式，并算出在此情况下，池壁底和池底板四周的内力值，然后考虑结点平衡，并将结点不平衡弯矩按池壁和池底的刚度大小进行分配，分别加到池壁底和池底板四周上去，相应地又引起池壁和池底的内力。最后将这部分内力和池壁、池底单独作用时的内力以及支承条件引起的圆筒薄壁池内力三者叠加起来，即得到池壁和池底的总内力。在考虑池壁和池底连接时，忽略了池底板水平径向位移对圆筒池壁的影响，一般不致引起过大的误差。

下面对上述计算方法的基本假定、数学推导、计算公

式、系数表格分别进行叙述，最后附有算例。这本小册子是一九七四年辅导学生设计时所写，一九七七年由王光纶同志重新整理，详细校核、计算系数表，做了大量工作，谨此志明。

张光斗

1977年12月

目 录

前 言

第一部分	结构计算图形的简化和基本假定条件	1
§ 1-1	结构的组成构件	1
§ 1-2	构件计算图形的简化和基本假定	2
第二部分	基本构件内力计算公式的推导和公式 系数表格的编制	6
§ 2-1	池壁圆筒的内力计算	6
§ 2-2	池底圆形薄板的内力计算	24
§ 2-3	池底圆板和池壁圆筒的刚度计算	30
§ 2-4	高梁的内力计算	32
第三部分	计算实例	42
第四部分	附表	62

第一部分 结构计算图形的简化 和基本假定条件

§ 1-1 结构的组成构件

圆筒薄壁池的组成构件主要有池壁和池底，如图 1 所

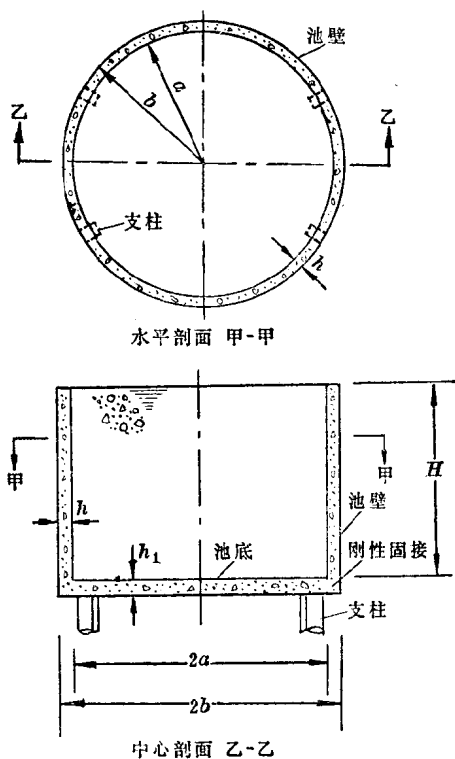


图 1 圆筒薄壁池的组成构件

示。池壁是一个钢筋混凝土的薄壁圆筒，池底是一个钢筋混凝土的圆形薄板。图中符号说明：

$2a$ ——池壁内径；

$2b$ ——池壁外径，即池底板外缘直径；

H ——池壁高度；

h ——池壁厚度；

h_1 ——池底圆板厚度。

圆筒池壁一般承受池内水平径向荷载（如：水压力、油压力或砂石压力）和温度荷载。圆板池底承受池内垂直向均布荷载（如：水重、油重、自重或砂石重）和温度荷载。圆板支承在圆筒池壁底上，圆筒池壁底与圆板池底周边是刚性固接。圆筒池壁支承在下面四根竖直支柱上。这本小册子主要讨论池壁和池底的内力计算方法，对于支柱一般可采用偏心受压柱的计算方法进行设计，这里不加讨论。

§ 1-2 构件计算图形的简化和基本假定

一、池壁：在进行内力计算时，考虑池壁是一个圆柱面薄壳，在底端，它和池底圆板刚性固接。在此情况下，由于荷载及温度的作用引起池壁内力。具体计算时，先假定圆筒池壁放在光滑的底板上，圆筒底可以自由移动。这样由于荷载作用或温度变化可计算出池壁的内力及在池壁底端的挠度和倾角，如图2(a)所示。然后考虑池底圆板周边和池壁圆筒底端刚性固接的条件，在连接处二者的挠度和倾角应当相等。而一般底板刚度较大，在周边的挠度和倾角近于0。故池壁的上述连接条件，可考虑相应地转化为在池壁圆筒底的周边上施加一周水平径向力 V_0 和弯矩 M_0 ，使得池壁底的挠

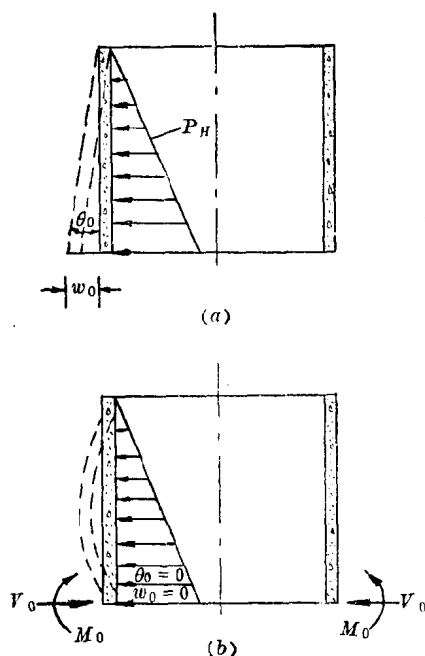


图 2 圆筒池壁变形示意图

度 w_0 和转角 θ_0 都等于 0，此时池壁的变形如图 2(b) 所示。从以上分析可以看出，这里解决问题的关键是要推算出当圆筒池壁在底部周边受均布的水平径向力 V_0 和弯矩 M_0 作用时的内力。其计算图形如图 2(b) 所示，假定其符合弹性理论中薄壳问题的一些基本假设条件，可按圆柱面薄壳进行内力计算。水平荷载、温度变化、附加弯矩引起的内力，均可由圆柱面薄

壳的基本计算公式推导出来。

二、池底：在计算池底内力时，根据其实际工作条件，考虑将其计算图形简化为一个圆形薄板，其四周刚性固接在池壁底上，承受轴对称的竖向均布荷载，计算简图如图 3 所示。这里假定池底板符合弹性理论中薄板弯曲的一些基本假设条件，可按薄板理论进行内力计算。对于池底板中有出料口的情况，若孔口面积很小，在进行底板内力计算时可忽略不计；在工程实际处理上，可将孔口处按轴力和弯矩配置的钢筋移至孔口周围，另外在周边再加些构造钢筋即可。若孔

口较大必须考虑其对底板内力的影响时，可按局部应力进行分析计算。

显然，按上述池壁和池底的计算图形，在荷载及温度作用下算出的池壁底弯矩和池底板周边弯矩是不相等的，不符合结构的连续条件。为了满足连续条件，必须将不等的弯矩

进行调整、分配使其相等。也就是说，最终池壁底和池底板周边的倾角并不等于0。此外，池底板还承受径向拉力，它的计算将在本书第二部分讨论。

三、支承：整个薄

壁池的支承情况，假定池底圆板刚性固接在池壁底的周边上，池壁圆筒支承在下面的柱子上，如图4(a)所示。池壁除受重力作用外，在底端还承受池底板周边传来的竖向荷载 Q_r 。在计算由于重力或 Q_r 作用引起的池壁内力时，考虑将池壁圆筒简化为支承在柱子上的圆筒墙梁。但此内力计算比较复杂。为简化起

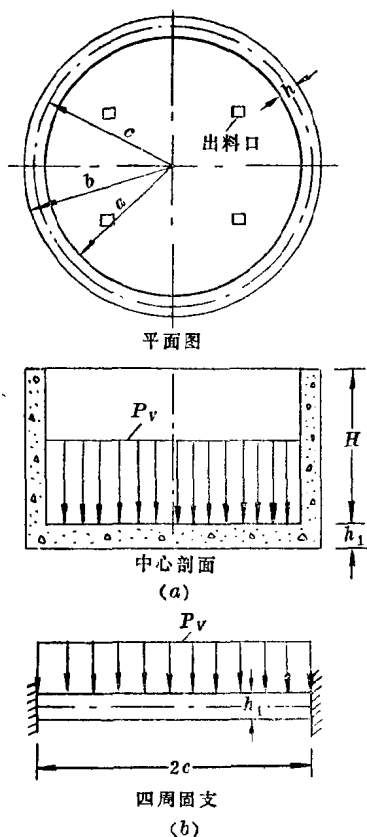
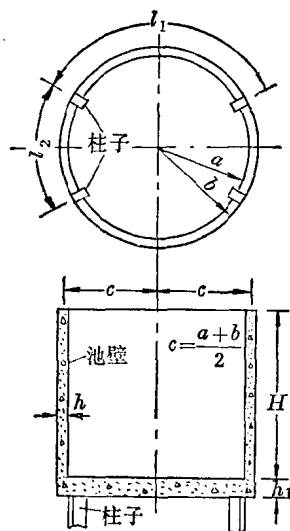
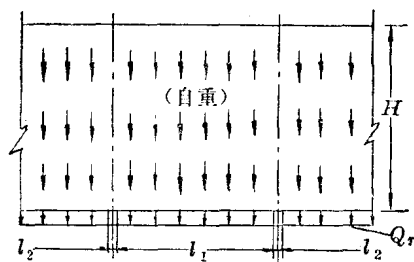


图 3 池底圆板的计算简图

见，粗略地假定把池壁展开成为直的连续高梁，支承在柱子上，如图 4 所示。并假定高梁是由连续相同跨组成，我们仅选其中一跨进行计算。但实际上 l_1 和 l_2 往往不相等，如图 4 (b) 所示。对支承条件作这样的简化处理，会使得计算



(a)



(b)

图 4 池壁支承在柱子上简化为连续高梁的计算简图

出的内力有一定的误差。但由于支承条件在池壁中引起的内力，在池壁结构总的内力计算成果中占的比重不大，故我们认为这样的简化计算在一般工程设计中还是可以的。不过为了弥补这一误差，在设计池壁时应稍加大些安全系数。如必须考虑不等距跨度和圆筒的影响时，可采用有限元法求解。

第二部分 基本构件内力计算公式 的推导和公式系数表格的编制

§ 2-1 池壁圆筒的内力计算

在不考虑支承条件时，池壁圆筒所受的荷载和约束均为轴对称的，故此时池壁圆筒的内力计算问题，即为圆柱面薄壳的轴对称弯曲问题^①，其内力值分别为

$$\text{弯矩} \quad M_y = -D \frac{d^2 w}{dy^2}$$

$$M_\theta = \mu M_y$$

$$\text{环向力} \quad N = -\frac{Eh}{c} w$$

$$\text{剪力} \quad Q_y = \frac{dM_y}{dy} = -D \frac{d^3 w}{dy^3}$$

符号说明见图 5，注意各内力值的正方向为图中所示方

● 可参阅 1. 徐芝纶著《弹性理论》第九章；2. 钱伟长、叶开源编著《弹性力学》第十二章。

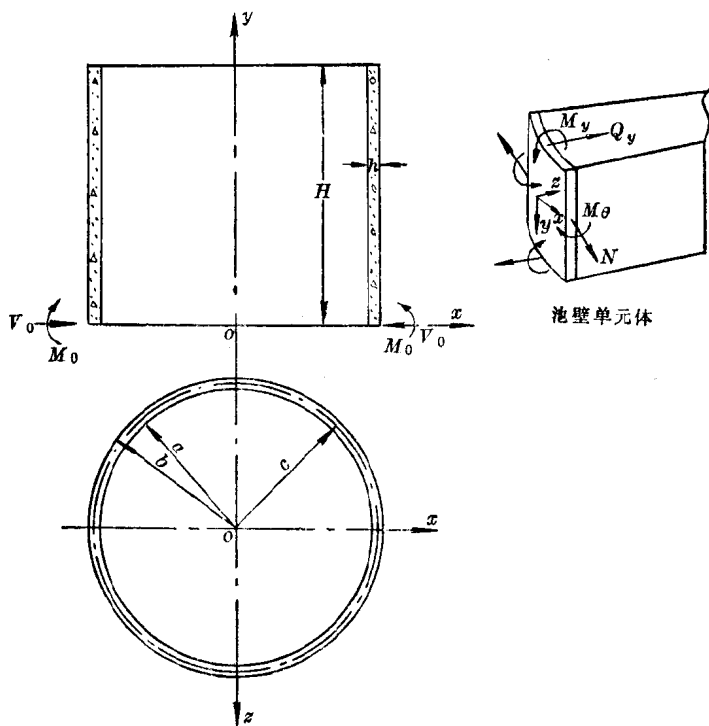


图 5 圆筒池壁计算简图

向。其弹性曲面的微分方程式为

$$\frac{d^4 w}{dy^4} + 4\beta^4 w = \frac{Z}{D}$$

式中

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)};$$

$$\beta = \left(\frac{Eh}{4Dc^2} \right)^{1/4} = \left[\frac{3(1-\mu^2)}{c^2 h^2} \right]^{1/4}$$

E ——弹性模量;

μ ——侧向变形系数;

h —— 圆筒薄壁厚度;
 c —— 圆筒薄壁中心线半径;
 Z —— 径向外荷载;
 w —— 薄壁壳的挠度。

此微分方程的通解为

$$w = C_1 \sin \beta y \operatorname{sh} \beta y + C_2 \sin \beta y \operatorname{ch} \beta y + C_3 \cos \beta y \operatorname{sh} \beta y + C_4 \cos \beta y \operatorname{ch} \beta y + f(y)$$

其中 $f(y)$ 是微分方程的特解, 决定于外荷载 Z 。 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 是常系数, 决定于边界条件。下面首先讨论一种情况, 即圆筒池壁上端自由, 下端受均布径向力 V_0 和弯矩 M_0 作用的情况, 此时外荷载 $Z=0$, 边界条件为

$$(M_y)_{y=0} = \left(-D \frac{d^2 w}{dy^2} \right)_{y=0} = M_0$$

$$(Q_y)_{y=0} = \left(-D \frac{d^3 w}{dy^3} \right)_{y=0} = V_0$$

$$(M_y)_{y=H} = \left(-D \frac{d^2 w}{dy^2} \right)_{y=H} = 0$$

$$(Q_y)_{y=H} = \left(-D \frac{d^3 w}{dy^3} \right)_{y=H} = 0$$

由上述边界条件可求出系数 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 。

$$\left\{ \begin{array}{l} -2D\beta^2 C_1 = M_0 \\ -2D\beta^3 (C_2 - C_3) = V_0 \\ 2\beta^2 C_1 \cos \beta H \operatorname{ch} \beta H + 2\beta^2 C_2 \cos \beta H \operatorname{sh} \beta H \\ \quad - 2\beta^2 C_3 \sin \beta H \operatorname{ch} \beta H - 2\beta^2 C_4 \sin \beta H \operatorname{sh} \beta H = 0 \\ 2\beta^3 (C_1 - C_4) \cos \beta H \operatorname{sh} \beta H - 2\beta^3 (C_1 + C_4) \\ \quad \times \sin \beta H \operatorname{ch} \beta H + 2\beta^3 (C_2 - C_3) \cos \beta H \operatorname{ch} \beta H \\ \quad - 2\beta^3 (C_2 + C_3) \sin \beta H \operatorname{sh} \beta H = 0 \end{array} \right.$$

解联立方程求出四个系数

$$C_1 = -\frac{1}{2D\beta^3}(\beta M_0)$$

$$C_2 = \frac{1}{2D\beta^3(\text{sh}^2\beta H - \sin^2\beta H)}(\beta M_0 \sin\beta H \cos\beta H + \beta M_0 \text{sh}\beta H \text{ch}\beta H + V_0 \sin^2\beta H)$$

$$C_3 = \frac{1}{2D\beta^3(\text{sh}^2\beta H - \sin^2\beta H)}(\beta M_0 \sin\beta H \cos\beta H + \beta M_0 \text{sh}\beta H \text{ch}\beta H + V_0 \text{sh}^2\beta H)$$

$$C_4 = \frac{1}{2D\beta^3(\text{sh}^2\beta H - \sin^2\beta H)}(V_0 \sin\beta H \cos\beta H - V_0 \text{sh}\beta H \text{ch}\beta H - \beta M_0 \text{ch}^2\beta H + \beta M_0 \cos^2\beta H)$$

将 C_1, C_2, C_3, C_4 代回原 w 式中, 即得出当圆筒池壁底端周边受均布的水平径向力 V_0 和弯矩 M_0 作用时, 圆筒池壁的挠度计算公式为

$$\begin{aligned} w = & \frac{\beta M_0}{2D\beta^3} \left(-\sin \beta y \text{sh} \beta y \right. \\ & + \frac{\sin \beta H \cos \beta H + \text{sh} \beta H \text{ch} \beta H}{\text{sh}^2 \beta H - \sin^2 \beta H} \sin \beta y \text{ch} \beta y \\ & + \frac{\sin \beta H \cos \beta H + \text{sh} \beta H \text{ch} \beta H}{\text{sh}^2 \beta H - \sin^2 \beta H} \cos \beta y \text{sh} \beta y \\ & - \frac{\text{ch}^2 \beta H - \cos^2 \beta H}{\text{sh}^2 \beta H - \sin^2 \beta H} \cos \beta y \text{ch} \beta y \left. \right) \\ & + \frac{V_0}{2D\beta^3} \left(\frac{\sin^2 \beta H}{\text{sh}^2 \beta H - \sin^2 \beta H} \sin \beta y \text{ch} \beta y \right. \\ & + \frac{\text{sh}^2 \beta H}{\text{sh}^2 \beta H - \sin^2 \beta H} \cos \beta y \text{sh} \beta y \\ & + \frac{\sin \beta H \cos \beta H - \text{sh} \beta H \text{ch} \beta H}{\text{sh}^2 \beta H - \sin^2 \beta H} \cos \beta y \text{ch} \beta y \left. \right) \end{aligned} \quad (A)$$

由 w 可相应地求出

$$\text{转角} \quad \theta = \frac{dw}{dy}$$

$$\text{弯矩} \quad M_y = -D \frac{d^2 w}{dy^2}; \quad M_\theta = \mu M_y$$

$$\text{环向力} \quad N = -\frac{Eh}{c} w$$

$$\text{剪力} \quad Q_y = -D \frac{d^3 w}{dy^3}$$

下面从三个方面进一步讨论其内力状况。

一、当圆筒池壁承受池内水平径向三角形分布的连续荷载时的内力状况

先假定池壁是放在光滑的底板上，在 $P_H = -\gamma(H-y)$ 作用下，池壁变形后成圆台形，如图6(a)所示，此时径向位移即池壁挠度 w' ，在弹性力学中已有解答^①。

$$w' = -\frac{c^2}{Eh} \gamma(H-y)$$

式中 γ ——容重 (吨/米³)；

其他符号见图 6 所示。

此时池壁的

$$\text{转角} \quad \theta' = \frac{dw'}{dy} = -\frac{\gamma c^2}{Eh}$$

$$\text{弯矩} \quad M'_y = 0$$

$$\text{环向力} \quad N' = -\frac{Eh}{c} w' = \gamma(H-y)c$$

$$\text{剪力} \quad Q'_y = 0$$

① 见第 7 页注。

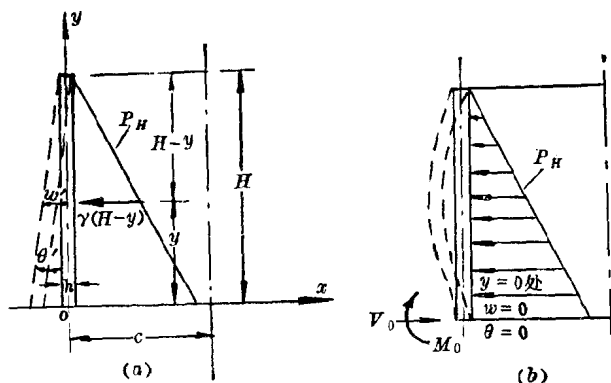


图 6 池壁受径向荷载作用的计算简图

在池壁底端，即 $y = 0$ 处

$$\text{挠度} \quad w'_{y=0} = -\frac{c^2}{Eh} \gamma H$$

$$\text{转角} \quad \theta'_{y=0} = \frac{c^2}{Eh} \gamma$$

考虑在池壁底周边加一均布的水平径向力 V_0 和弯矩 M_0 ，使得在 $y=0$ 处产生的位移和转角与荷载作用产生的 w' 和 θ' 相抵消，亦即使得在此处位移和转角的总和都分别等于 0，如图 6(b) 所示，即相当于固定端的作用。对于 V_0 和 M_0 作用下池壁的挠度、转角、弯矩、环向力和剪力的表达式上面已讨论过。

若令在 $y=0$ 时， $w = -w'_{y=0}$ ； $\theta = -\theta'_{y=0}$
 则利用公式 (A) 可推导出