



內政部登記證內版台業字第1374號

# 速成解析幾何 與 微分積分術

中華民國五十七年九月十五日初版

版權所有  
不准翻印

- 出版者 徐氏基金會出版部  
台北郵政信箱3261號  
香港郵政信箱1284號
- 發行人 郎 萬 法  
台北林森北路 608 號三樓
- 譯 者 陳 大 剛 (解析幾何)  
中正理工學院教授  
嚴 夢 輝 (微分積分術)  
電子學校教官
- 印刷者 光達印製廠有限公司  
台北景美萬盛里公館街一號
- 定 價 新台幣八十元  
港幣十二元

訂 購 為 基 價 3.70

## 譯者的話

這是一本內容很平凡但設計極不平凡的書！

不是經典派的教本，也不是眩耀性的參考書，更不是為讀者代勞的題解！

完全站在讀者本身的立場，讓你自己去證實，去摸索，去理解；在不知不覺中養成微積分的基本演算能力，這就是本書的最大特色！

對於從不知微積分為何物，或拿起微積分教本苦於無法心領神會的自修人士來說，只要忠實地做完（不是瀏覽）本書各進度，不需什麼抽象能力，便可輕易地進入高等數學之門！

如果教師採用本書作為輔助教材，可以節省許多不必要的時間，讓你把理論講解得更透澈，把應用問題探討得更普遍！

讀者讀畢本書之後，如果頗有「不滿足」之感，那麼正表示你已經步上成功之路了！

譯 者

1970

譯者的話

# 前 言

由於計劃性的教材，在大專數學的教學上，還沒有被廣泛採用，所以本書材料的取捨，實有加以論述的必要。

首先要說明的，本書不是微積分教本的代用品，並不主張把初等微積分所應講授的材料一網打盡。尤其對於理論的形成，推展或應用，一概不加深究。教學經驗已成為任何數學課程的目標，本書雖曾涉及，但並非巨細無遺。書中蒐集的材料，不在嘗試企發學生的想像力或創造力，也並不意味着所收的效果，將超於優良的教師或完善的教本。

反之，本書是教師及教本的一種輔助，主要目的，希望微分及積分術在**課堂**上所佔的時間，盡量排除，而對理論的講授及應用問題的探討，能夠增加更充裕的時間。因此，所涉及的材料，幾乎都是法則及概念的直接應用，對於必須熟練的一般技巧，提供了一條練習的有效門徑。

如前所述，本書既然不是微積分學的教本，所以在定義方面，有時並未作清晰的引述。函數概念的設定，不用一般型式；函數的定義域及其有關定理，未作明確敘述。無導數或無反導數之函數的存在性，以及由函數的定義域所主宰的若干積分術，都未作提示。本書容納了這些缺失，就是要把重點放在「術」之一字上。由本書所節省而得的課堂時間，相信教師必會加以充分運用，對於微積分的概念，微積分的直覺性基礎，以及微積分的種種應用，當可作更深入更廣泛的發揮了。

計劃性教材並無標準的風格可循，本書的編排是單線式的（不是

觸類旁通的分枝式)，進展的快慢，完全依學生的個別差異而定；優異的學生，當可快馬加鞭向前奔馳。各種新的技巧，先作相當詳細的介紹，並指導學生種種解法，然後讓他更進一步的實作和練習。本書編排方式，是將解答置於問題的背頁，以便利教材按部就班的順利推進。但這樣也給學生帶來了不幸的誘惑。某一問題在沒有適當解決之前，他必須堅持到底，絕不看答案，即使驚鴻一瞥，也會破壞了那一問題的價值和他自己的思路。

有了計劃性的教材，教師在教學過程中，並不是就可免去指定作業或考試。爲了配合作業或考試，乃詳列了一個目錄表。本書內容是自成一體的，不受所用教本的牽制，可在課程開始的最初階段使用，則對微積分學清晰而有系統的發展，更有誘導之功。

有了計劃性的教材，也不是可以免去學生自己研究的責任。每一問題在未求得答案之前，應該動用紙，筆和幹勁，一定要做好全部的解答。任何錯誤，應不憚其煩地去分析和改正。否則，走馬看花般翻完全書，可能毫無所獲。

本書附有簡明積分表，隨時都會拿來參考。積分公式以積分號之後附一數字來表示，例如  $\int_{17}$ ，就是指第十七個積分公式而言。假定學生能使用數學常用表，包括正弦及餘弦函數（角以弧度量），指數及對數（自然對數）函數，平方，立方及倒數函數等等之值，尤其在第一章中不可或缺。

梅 義 爾  
孟 敦 豪

## 敬告讀者

本書的設計和編寫，是幫助你學習微分與積分的技巧，爲了盡可能的有效和得益起見，乃運用一種自我訓練的方法，稱爲計劃學習法。也許你對於這種方式，還不十分明瞭，那麼下列有關計劃學習法的要點，它在本書中的運用，以及學習指示等等，可能對你有所助益。

### 有計劃的書

一本計劃性的書，大體來說，在整個目標上，實與通常的教本無分軒輊：灌輸若干概念，並以各種步驟來訓練。但是，計劃性的書，在需要學習的觀念，概念和實作方面，它的表現，却比一般教本要突出多了。把新觀念或技巧，劃分成一連串合乎邏輯並慎密安排的漸近步驟（稱爲「進度」），每一進度，你都要主動地負責起來，計劃學習法所給你的參與工作，比普通教本實有過之而無不及。所謂每一進度要主動地負責，就是說你對於所閱讀的東西，不得被動地吸收，必須按題去做。這些進度是經過細密組織的一套項目，由簡至繁，循序漸進，所要做的演算，也逐漸增加其分量。你必須演題，決定該用什麼方法，並寫出答案；不然，應該把讀過的東西，做一番追憶和思索的功夫。某一進度在解答時，能否做到迅速確實，就是你究竟了解多少的最佳體認。

### 本書的用法

本書編排新穎，不同慣例，此頁至彼頁，變化多端。請注意以下各特徵：

#### 左右頁的使用

本書主要部分，是在右頁中所設計的各项**進度**，各章自成系統，按照次序編號。右頁的背面，就是解答（及討論），和前面的進度適切配合。解答的編號與進度相同。

## 顏色的使用

爲了便於對照，解答以另一顏色印成。這種進度和解答之間的視覺對比，在你的意識上，有保持隔離的作用。

## 提 要 欄

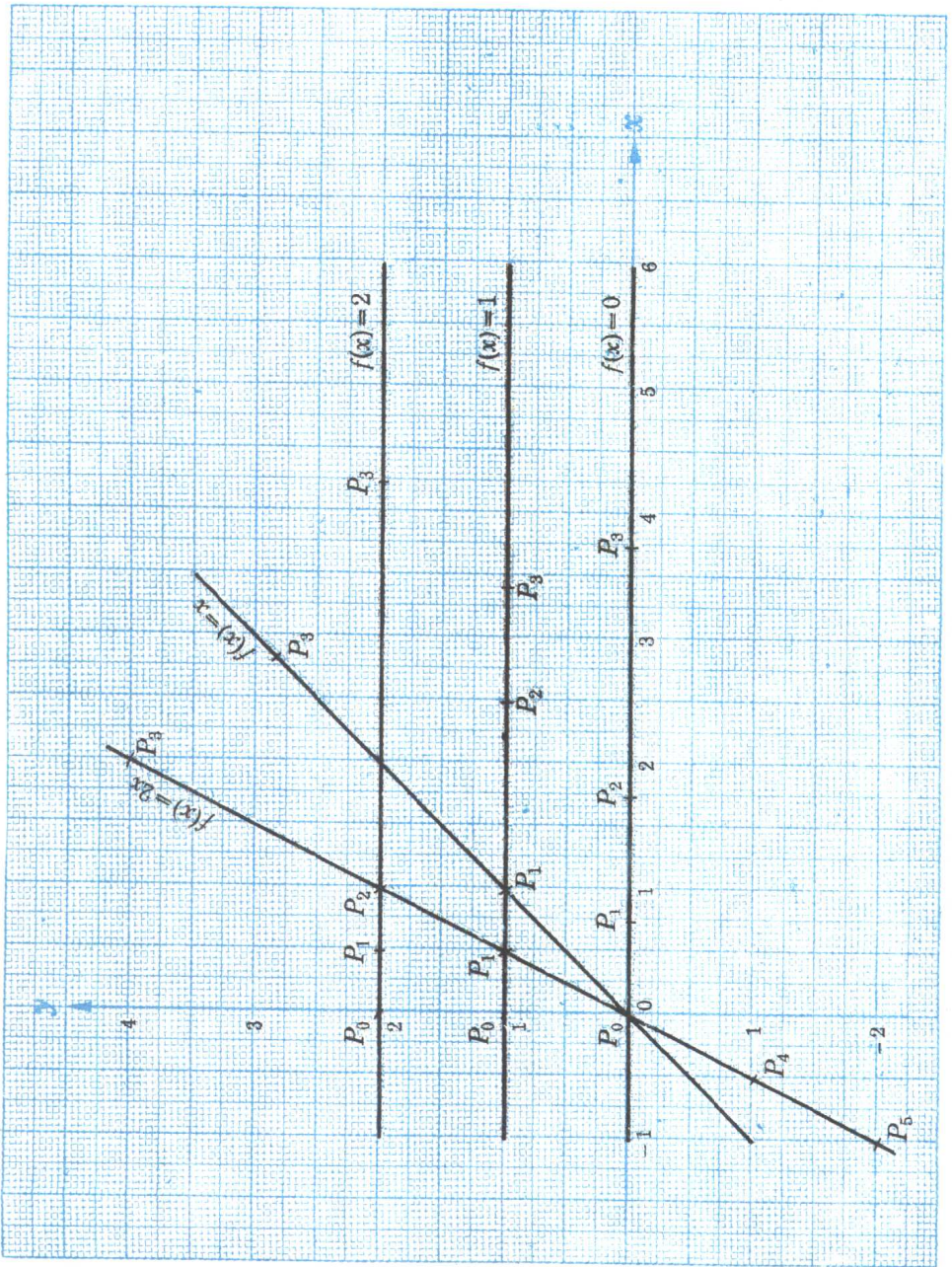
在右頁進度的貫串推展之中，引介相關資料和觀念的討論，此種提要的前後，都加印有色線條，以示區別。

## 學習指示

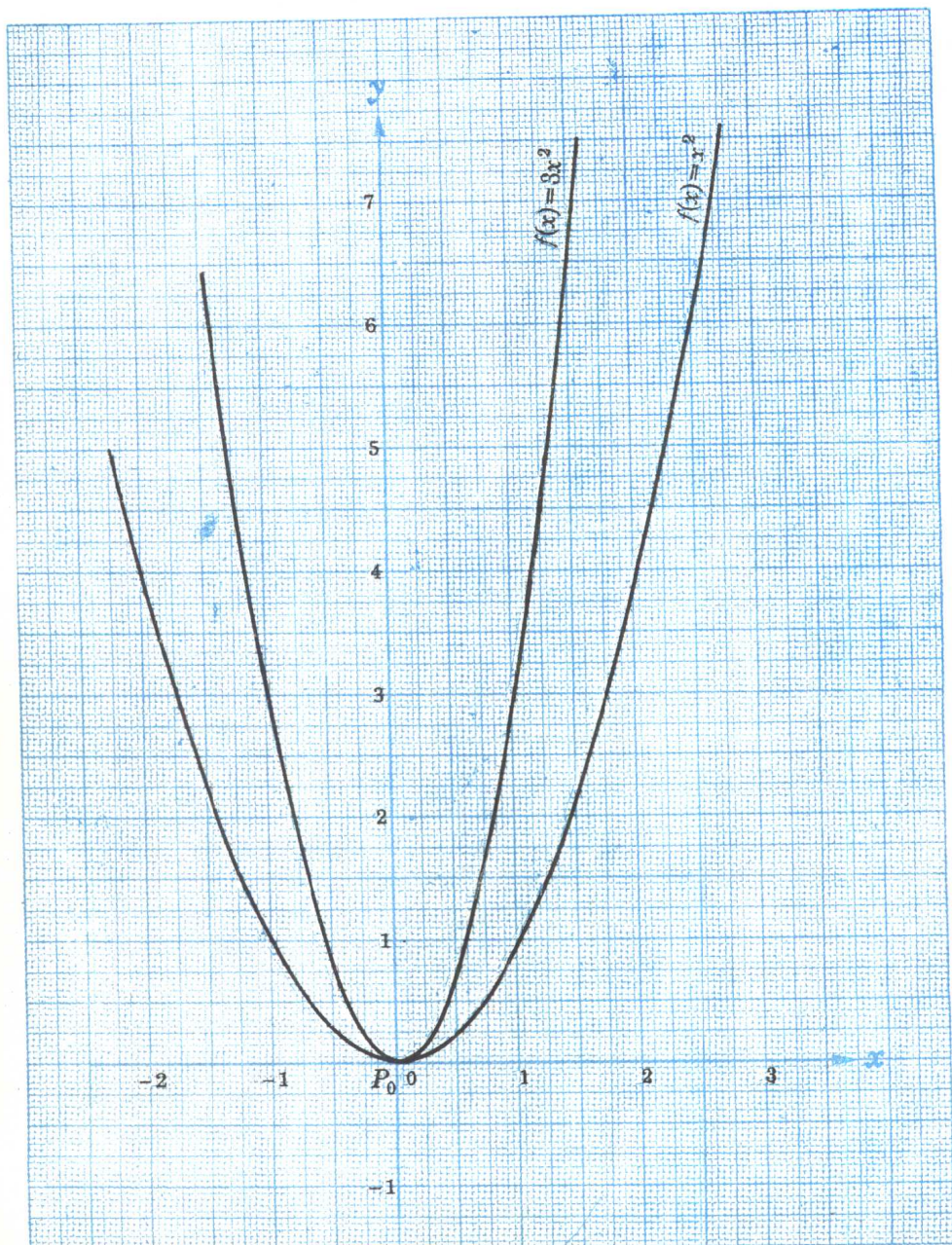
下列各項指示，對於你如何最有效地使用本書，必有幫助：

1. 每一進度（均在右頁）應詳細研讀並作演算。
2. 求得你**自己**的答案以後，寫出全部解法，再翻到背頁，核對答案及討論（均在左頁）。如果你的答案與本書不同，設法找出原因，改正錯誤，然後再按進度做下去。
3. 不可忽略的最後一點：在演題**之前**，不要查對答案，也不要順便先看一下次題的答案。學習是一種活動，必須**自己去動手**。如果你被左頁的答案所誘惑，最好準備一張書籤或紙片，把尙未演算的題目答案都遮蓋起來。

以下所附各圖，其中的圖形是爲本書某些章節而設。爲了參考方便起見，一概編列在本書的書首。







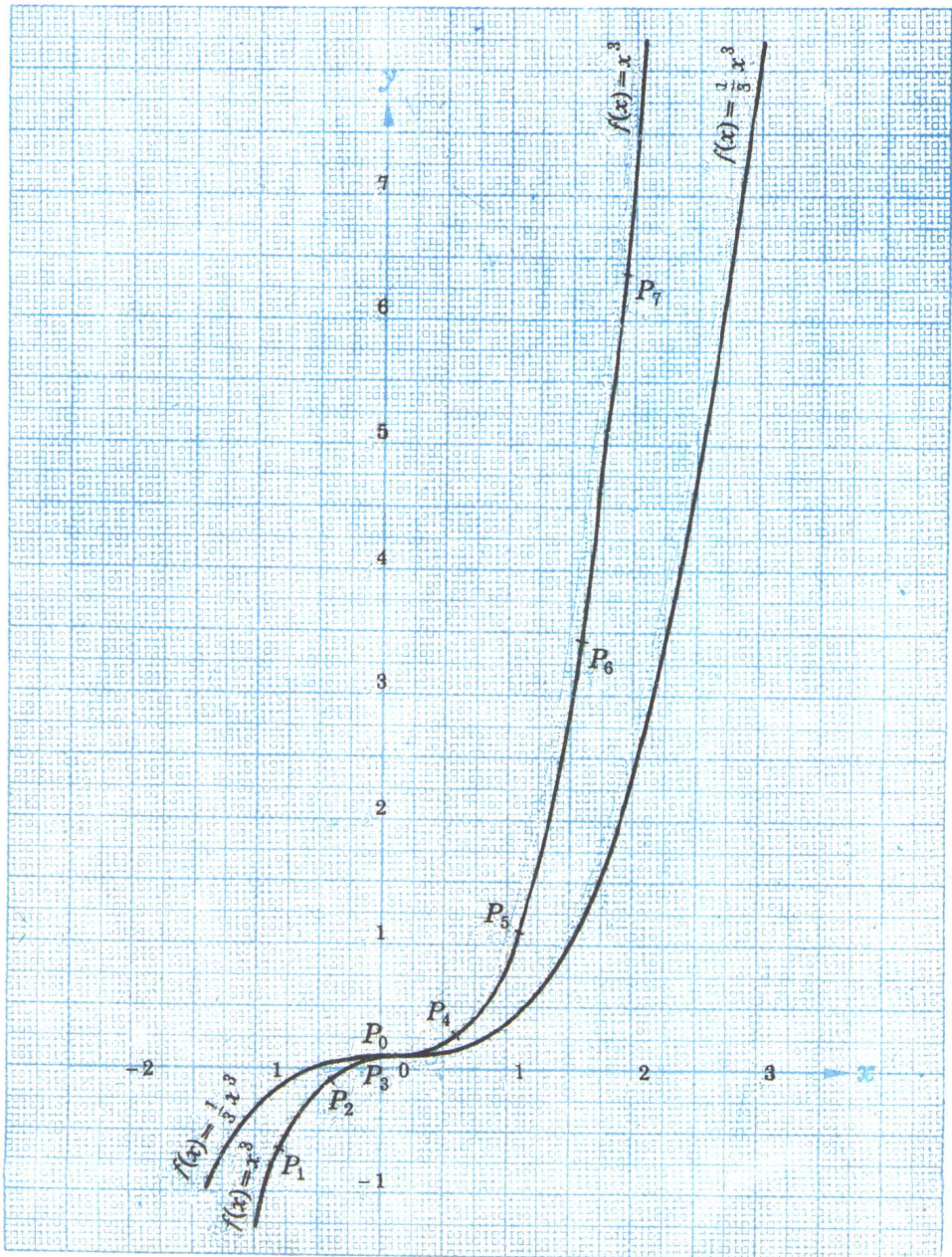


圖 三

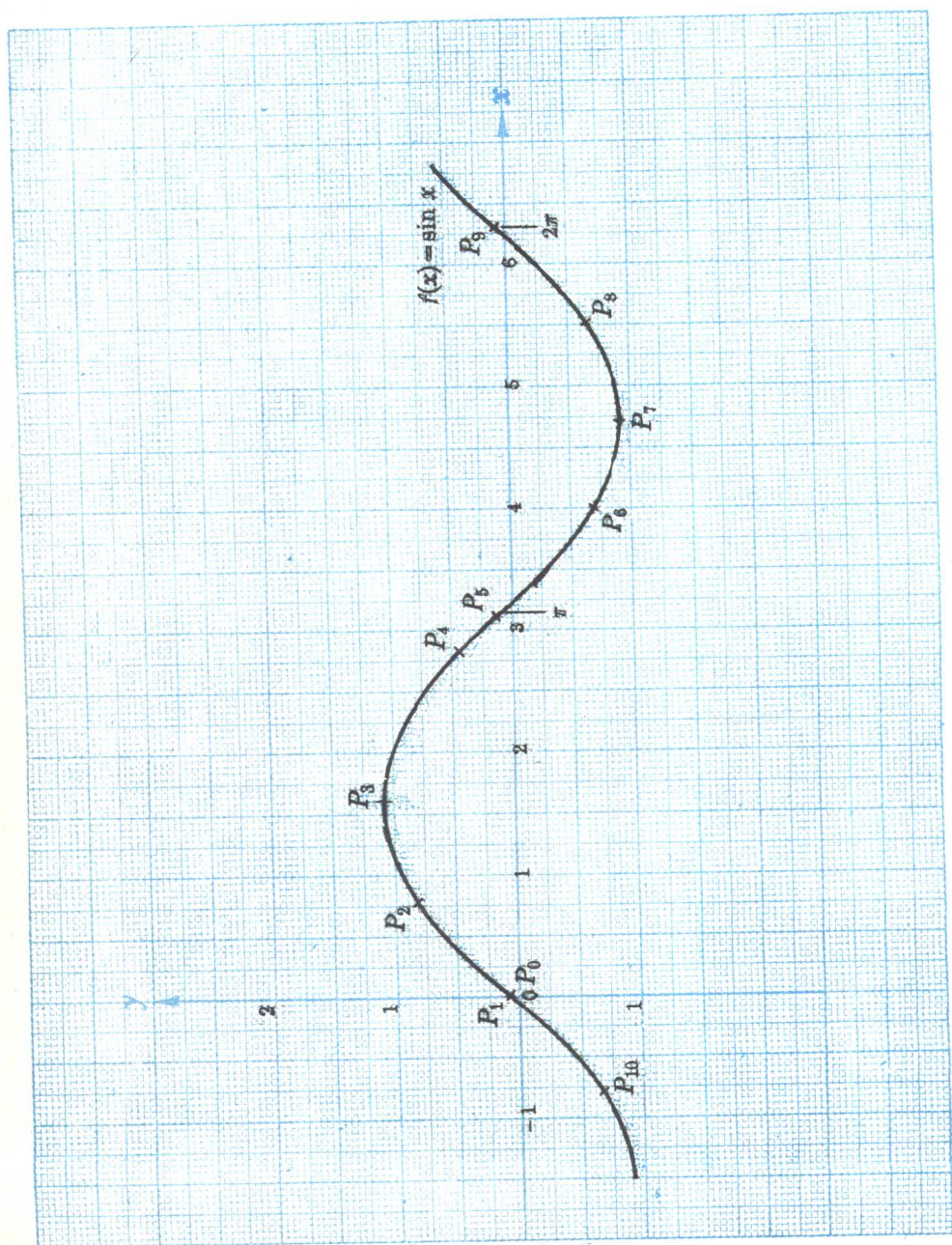
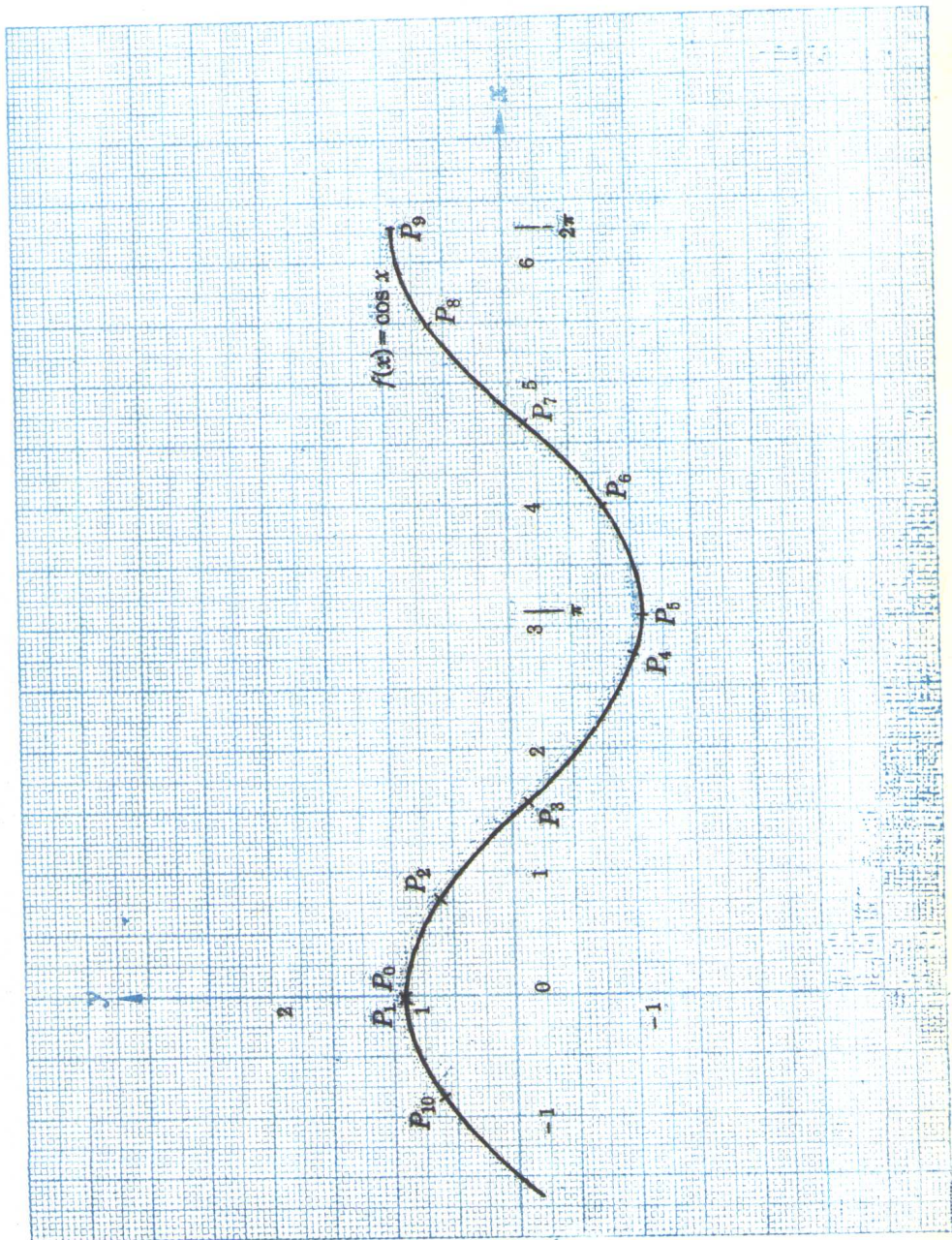


圖 四



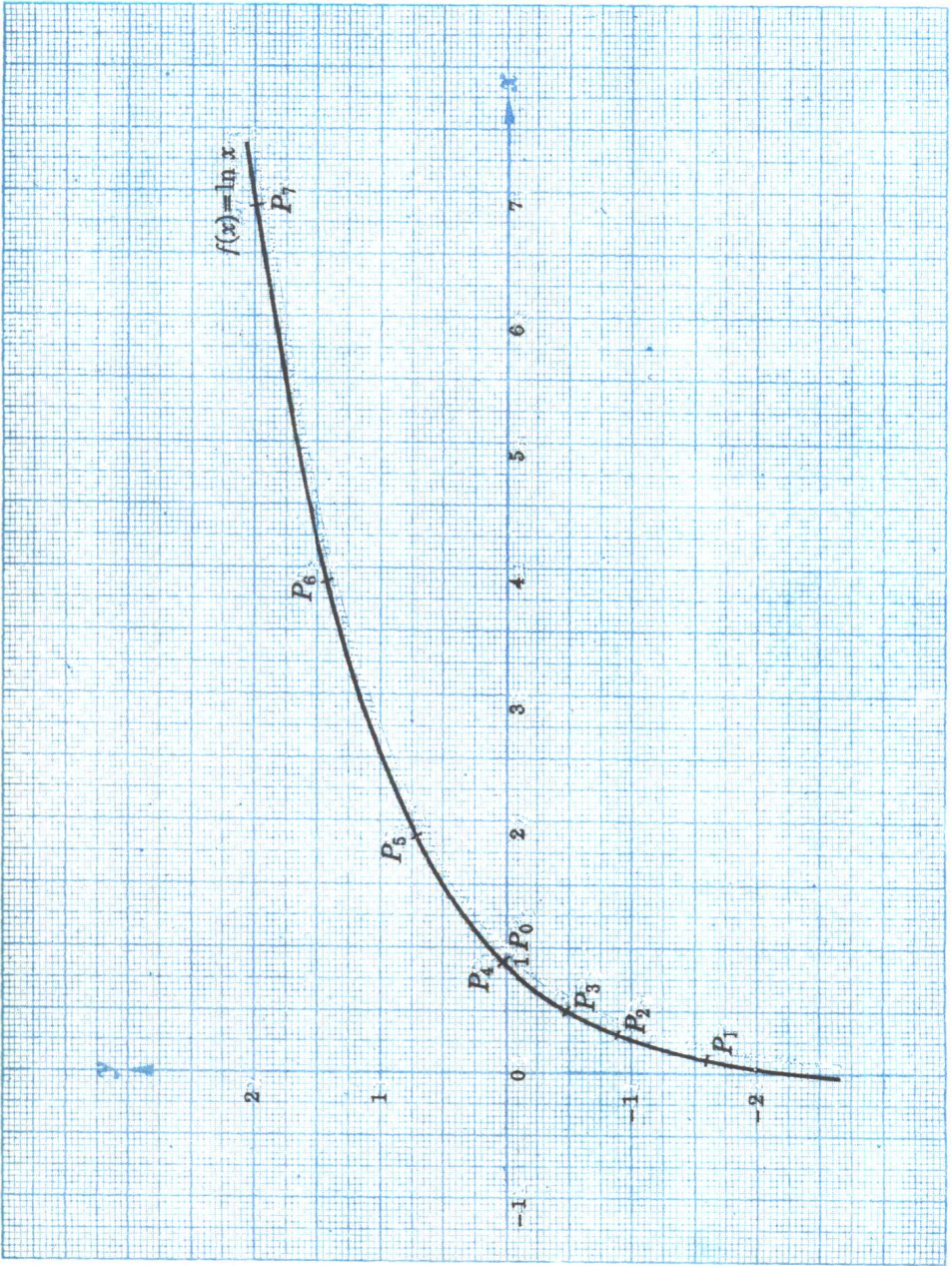
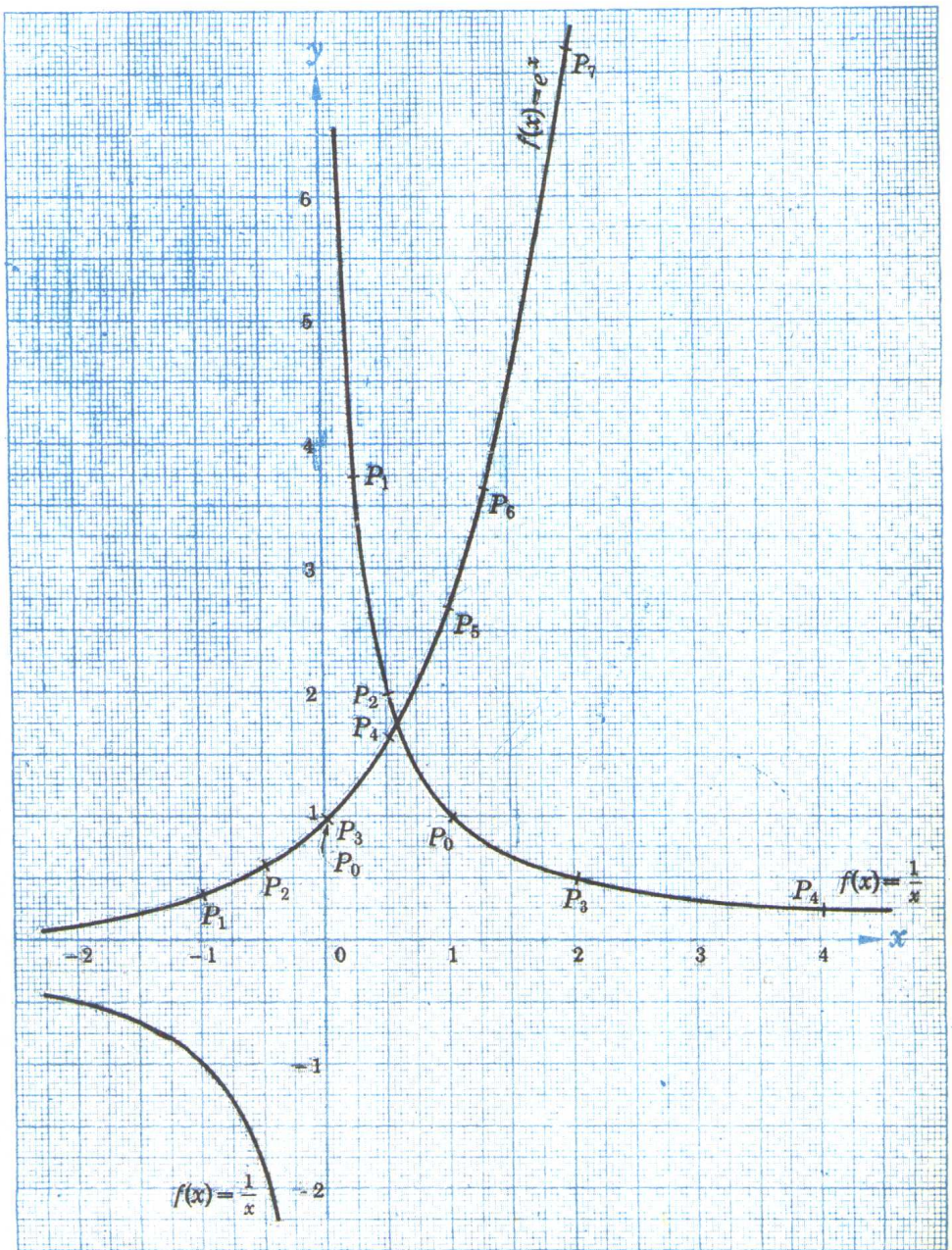


圖 六



# 目 錄

譯者的話 *iii*

前 言 *v*

敬告讀者 *ix*

附圖一至七 *xi*

## 第一章 函數的斜率曲線；

導數 1

### 進 度

1-17 直線的傾角及斜率 1

18-26 函數的圖形 2

27-36  $\sin, \cos, \ln, e^x, x^a$  等函數的斜率曲線及導數 7

## 第二章 微 分 術 15

### 進 度

1- 7 和及差 15

8- 21 積 17

22- 24 商 19

25- 28  $\tan, \cot, \sec, \cos$  等函數 21

29- 42 和, 積, 差及商 21

43- 61 函數的合成 23

62- 93 鏈鎖法則 27

94-116 反函數:  $\arcsin, \arccos, \arctan,$   
 $e^x, a^x, x^a$  33

117-130 二次及高次導數 37

131-144 偏導數 39

第三章 函數的面積曲線；

反導數 47

進 度

1- 6 函數的面積曲線 47

7-18 反導數；觀察法 53

19-28 不定積分；記法 53

第四章 積 分 術 57

進 度

1- 21 觀察積分法 57

22- 25  $\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$  61

26- 32 和及差的積分 61

33- 40  $\int (ax+b)^n dx$ , 觀察法 65

41- 43 合成函數:  $\int f(u) du |^u=g(x)$  65

44- 63 變數的替換 67

64- 73 部分積分法 85

74-101 三角積分式 93

102-113 反函數 109

114-131 第二種變數替換法：有理化及三角代換 111

132-150 有理函數，部分分式 129

151(a-t) 複 習 147

158-168 其他型式；積分表的使用 149

導數公式表 161

積 分 表 161

索 引 167





# 第一章

## 函數的斜率曲線

### 導 數

---

---

求坐標平面中已知直線的**傾角**：

1. 在已知直線上，取任意一點，
2. 經過這一點，畫一水平線（平行於  $x$  軸）。

傾角是旋轉水平線，直至與已知直線重合時的最小**逆時針**角。

---

---

1. 一鉛直線（平行於  $y$  軸）的傾角是什麼？
  2. 一水平線（平行於  $x$  軸）的傾角是什麼？
  3. 如一直線自左向右升高，它的傾角在什麼象限之中？
  4. 如一直線自左向右降低，它的傾角在什麼象限之中？此傾角的正切，是正的還是負的？
- 
- 

在坐標平面中，**一直線的斜率**，就是其傾角的正切。因此，非鉛直線的**斜率**，是一個**實數**。

---

---

5. 直線  $L$  的斜率是什麼？

