SHU
XUE
XUAN
ZETI

数学选择题的解法与训练

冶金工业出版社

数学选择题的解法与训练

翟连林　余新耀　俞颂萱　编

冶 金 工 业 出 版 社

数学选择题的解法与训练

翟连林 佘新耀 俞颂萱 编

*

冶金工业出版社出版

(北京灯市口74号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/32 印张 9 1/2 字数 208 千字

1985年4月第一版 1985年4月第一次印刷

印数00,001～181,000册

统一书号：7062·4291 定价1.20元

前　言

数学选择题是近三、四十年来发展起来的一种新颖的题型．由于这类试题构思巧妙，概念性强，灵活性大，内容覆盖面广，对提高学生的分析、判断能力，对发展学生的智力起着良好的指导作用和促进作用，加之阅卷可利用电子计算机来进行，省时又省力，因而国外比较流行，近几年来国内各类考试也采用了这一命题形式．

怎样解答数学选择题呢？

本书介绍了解答数学选择题的直接法、筛选法、特殊值法、验证法、分析法、图象法、逆推法等七种常用方法．为了帮助读者掌握这些方法，我们编拟了一千多道数学选择题，作为例题和练习题，安排在代数、三角、立体几何和解析几何的十四个单元中．

本书既可作为平时学习参考，也可作为准备各类考试参考．

本书的题目由姚桂枝、张文鞠、杨志刚三位老师进行了细心的核算，在此表示衷心感谢。

由于我们的水平有限，编写的时间仓促，书中的缺点、错误在所难免，欢迎读者批评指正．

翟连林　佘新耀　俞颂萱

1984.8

目　　录

第一章 绪 论

第一节 选择题的意义和作用

数学选择题是指在数学题中给出几个不同答案，要求学生判断，选择其中唯一正确的那个选择支．这类题型，与常规的“求解题”和“求证题”有很大的不同．

首先，它有利于培养学生选择、判断的能力；分辨是非，区分邻近概念，促进学生判断思维的发展以及适应学生学习和今后实际工作的需要；更有利于培养学生思维的灵活性、敏捷性，提高他们的思维能力．

其次，选择题题小量大，考查知识的覆盖面广，不需写出运算或推理过程，答卷快，阅卷简捷，评分标准划一，测验的效度与信度均较高．

第三，数学选择题要求学生对所提供的选择支迅速地、正确地进行选择，突出地体现了对这种能力的训练或考核．这种对解题途径的选择，对解题过程与结果正误的判断能力，是培养适应现代科学技术所需人材的一项必不可少的基本训练．因为在今后的实际工作中需要对千头万绪、众多方案及各种可能性作出恰当的处理，进行正确的判断，择其优而从之．总之，这种当机立断的选择判断能力的训练，对培养人材是非常重要的．

解这类题常可以从选择支出发进行思考，充分利用选择支所能提供的信息与“只有一个正确答案”的指示，改变解题策略，充分发挥观察和直观的作用，发现其特殊的数量关系和图形位置的特征，应用归谬、逆推、分析、验证，或综

合运用各种方法，迅速排除错误答案，正确进行选择.

第二节　选择题的编拟

本书编拟的选择题均“只有一个正确的答案”.

为了加强选择题的训练，我们分十四个单元编拟了一千多道选择题，主要是从以下几个方面考虑的：

一、巩固基础知识和基本技能训练

1. 编拟从已知条件出发，考查学生对基本概念和基础知识掌握程度的题目，有利于理解和记忆概念与概念间的区别与联系.

2. 编拟联系已知和隐含条件的题目，考查学生的审题能力.

3. 编拟知识面广，常规解法比较冗长的题目，考查学生灵活、简捷或某些技巧的能力.

4. 编拟量大覆盖面广、要求迅速、正确地判断和选择的题目，以检验学生掌握知识的深广度.

二、汇集解题中常见错误，编进选择支

1. 编拟与正确概念容易混淆，似是而非的概念题目，考查学生对正确概念的理解能力.

2. 编拟在解题中容易出现的错误叙述或错误运算的题目，考查学生语言表达和运算能力.

3. 编拟对某些旧知识的负迁移作用引起的运算和理解错误的题目，考查学生对旧知识的掌握情况.

4. 编拟易忽视的特例所引起错误的题目，考查学生对特例的掌握情况.

5．编拟某些题目审题时，对图形、式子的强弱成分不同作用引起对条件的曲解的题目，考查学生的分析判断能力．

6．编拟因常易混淆的定理、公式和法则而引起错误的题目，考查学生对定理、公式和法则的分析、理解和准确记忆的能力．

7．编拟学生无根据乱推测或错误的联想引起错误的题目，考查学生逻辑思维能力．

三、改编“求证题”或“求解题”

1．分析学生解题的思维过程及其心理因素（如感知、联想、迁移等等）的影响，估计学生解题时可能在某些步骤上会出现的错误，选出选择支．

2．在改编“求证题”时，从求证题反面入手，分析在证明过程中可能会出现的各种情况，选出选择支．

3．在改编“求解题”时，分析在解题过程中，学生错误应用基本概念、性质、定理、公式和法则以及计算过程中所可能出现的错误结论，选择选择支．

第二章　解答选择题常用的方法

解答选择题常用的方法有：直接法、筛选法、特殊值法、验证法、分析法、图象法和逆推法等.

第一节　直　接　法

直接从题设的条件出发，通过正确的运算，严密的推理，推出正确的结果，作出判断.

例 1　方程 $x^2+4xy+4y^2-x-2y-2=0$ 表示的图形是：

（A）两条相交直线；（B）两条平行直线；

（C）两条重合直线；（D）一个点.

答（　）

解：由 $x^2+4xy+4y^2-x-2y-2=0$

$\Rightarrow(x+2y+1)(x+2y-2)=0.$

$\therefore$　$x+2y+1=0$，或　$x+2y-2=0.$

这是两条平行直线，故应选择（B）.

例 2　设 $\alpha\neq\dfrac{k\pi}{2}$（$k\in Z$）

$$T=\frac{\sin\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{\cos\alpha+\operatorname{ctg}\alpha},\text{ 那么}$$

（A）T 为负值；（B）T 为非负值；

（C）T 为正值；（D）T 为可正可负值.

答（　）

解：

$$T=\frac{\sin\alpha+\mathrm{tg}\,\alpha}{\cos\alpha+\mathrm{ctg}\alpha}=\frac{\sin^2\alpha(1+\cos\alpha)}{\cos^2\alpha(1+\sin\alpha)}.$$

$\because\quad \alpha\neq\frac{k\pi}{2}\ (k\in Z)$

$\therefore\quad \sin^2\alpha,\ \cos^2\alpha,\quad(1+\cos\alpha),\ (1+\sin\alpha)$

均大于0，从而T为正值.

故应选择（C）.

例 3 如果$\log_7[\log_3(\log_2 x)]=0$，那么$x^{-1/2}$等于：

（A）$\frac{1}{3}$；（B）$\frac{1}{2\sqrt{3}}$；（C）$\frac{1}{3\sqrt{3}}$；

（D）$\frac{1}{\sqrt{42}}$；（E）上述四个值都不对.

答（　）

解：由$\log_7[\log_3(\log_2 x)]=0$

$\Rightarrow\quad \log_3(\log_2 x)=1$

$\Rightarrow\quad \log_2 x=3$

$\Rightarrow\quad x=2^3$，

$\therefore\quad x^{-1/2}=2^{-3/2}=\frac{1}{2\sqrt{2}}.$

可知（A）、（B）、（C）、（D）四个值都不对，

故应选择（E）

例 4 如图 1 所示，在$\triangle ABC$中，M是BC边的中点，$AB=12$，$AC=16$，E和F分别在AC和AB上，直线EF和AM相交于G.

若$AE=2AF$，那么$\frac{EG}{GF}$等于：

(*A*) $\frac{3}{2}$;　(*B*) $\frac{4}{3}$;

(*C*) $\frac{5}{4}$;　(*D*) $\frac{6}{5}$;

(*E*) 已知条件不足以解此题.

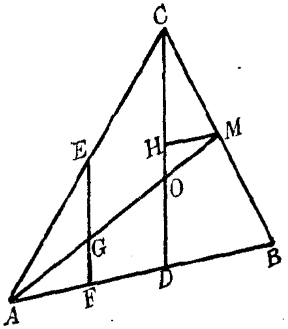

图 1

答（　）

解：过C作EF的平行线交AB于D，交AM于O,则

$\frac{EG}{GF}=\frac{CO}{OD}$，　$AD=\frac{1}{2}AC=8$，$DB=4$.

过M作AB的平行线交CD于H，则

$MH=2$，$CH=HD$.

又　$\triangle MOH\backsim\triangle AOD$，　$OH=\frac{1}{4}OD$，

$\therefore\quad \frac{EG}{GF}=\frac{CO}{OD}=\frac{3}{2}$.

故应选择（A）.

第二节　筛　选　法

应用此法的条件是：提供诸答案中，有且只有一个答案

是正确的，这时可在 n 个答案中排除 $(n-1)$ 个错误的答案，一般地此法宜用于不易直接判断的命题. 这种方法也称排它法或归谬法.

例 1 对于任何 $\varphi\in\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$，在下面选择一个正确的答案.

(A) $\sin\sin\varphi<\cos\varphi<\cos\cos\varphi$;

(B) $\sin\sin\varphi>\cos\varphi>\cos\cos\varphi$;

(C) $\sin\cos\varphi>\cos\varphi>\cos\sin\varphi$;

(D) $\sin\cos\varphi<\cos\varphi<\cos\sin\varphi$.

答（ ）

解： 当 φ 由 0 增至 $\frac{\pi}{2}$ 时，$\cos\varphi$ 由 1 递减至 0，而 $\sin\varphi$ 由 0 递增至 1，故 $\sin\sin\varphi$ 既不能恒小于 $\cos\varphi$，也不能恒大于 $\cos\varphi$，即 (A)、(B) 都不可能成立.

又 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 时，$\sin x<x$，令 $x=\cos\varphi$ 则

$\sin\cos\varphi<\cos\varphi$，从而 (C) 也不能成立.

故应选择 (D).

例 2 已知 $abcd>0$，$a<0$，$b<d$，$d>0$，那么

(A) $a<0$，$b>0$，$c>0$，$d>0$;

(B) $a>0$，$b<0$，$c>0$，$d<0$;

(C) $a<0$，$b<0$，$c<0$，$d>0$;

(D) $a<0$，$b>0$，$c<0$，$d<0$;

(E) 以上都不对.

答（ ）

解： 若 (A) 正确，则 $abcd<0$，与题设矛盾.

若（B）正确，则$a>0$，与题设矛盾．

若（C）正确，则$abcd<0$，与题设矛盾．

若（D）正确，则$b>d$，与题设矛盾．

因此，（E）正确，选择（E）．

例 3　$\lg(\cos x-1)^2$与下面各式哪个相等？

（A）　$[\lg(\cos x-1)]^2$；

（B）　$2\lg(\cos x-1)$；

（C）　$2\cos(\lg x)$；

（D）　$4\lg\left|\sin\dfrac{x}{2}\right|+2\lg 2$．

答（　）

解： 根据对数的真数必大于零这一性质，由$\cos x-1\leqslant 0$，可知（A）、（B）可排除．

又　$\lg(\cos x-1)^2$显然不等于$2\cos\lg x$．

故应选择（D）．

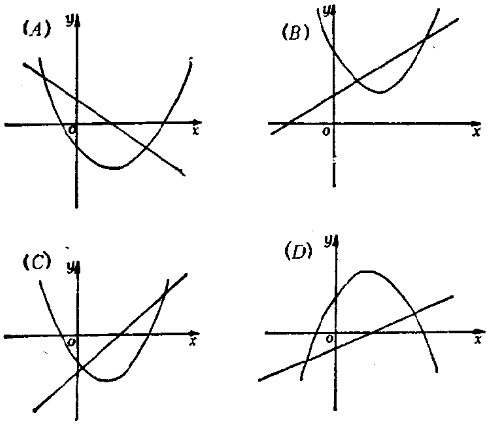

图 2

例 4 已知函数$y=ax+b$和$y=ax^2+bx+c$，那么它们的图象是：

答（ ）

解：在图2（A）中，直线斜率$a<0$，而抛物线开口向上，即$a>0$，可知，应排除（A）；

在图2（D）中，直线斜率$a>0$，而抛物线开口向下，即$a<0$，可知，应排除（D）；

在图2（B）中，直线斜率$a>0$，直线的截距$b>0$，所以$-\frac{b}{2a}<0$，而抛物线顶点横坐标$x=-\frac{b}{2a}<0$，可知，应排除（B）。

故应选择（C）。

第三节 特 殊 值 法

将各字母取适合题设条件的某些特殊值，进行验算，得出正确判断。

例 1 已知a、b是两个不相等的正数，下列三个代数式

$$\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(b+\frac{1}{b}\right); \quad ①$$

$$\left(\sqrt{ab}+\frac{1}{\sqrt{ab}}\right); \quad ②$$

$$\left(\frac{a+b}{2}+\frac{2}{a+b}\right)^2 \quad ③$$

中间值最大的一个是：

（A） ①；（B） ②；（C） ③；

（D）与a、b的取值有关，但不确定。

答（ ）

解：若取$a=1$，$b=2$，则①式$=5$，②式$=4\frac{1}{2}$，③式$=4\frac{25}{36}$，所以①式最大；

若取$a=3$，$b=2$，则①式$=8\frac{1}{3}$，②式$=8\frac{1}{6}$，③式$=8.41$，所以③式最大；

由此可见：三式的大小与a、b的取值有关．

故应选择（D）．

例 2 条件甲：$\sqrt{1+\sin\theta}=a$，

条件乙：$\sin\frac{\theta}{2}+\cos\frac{\theta}{2}=a$．

（A）甲是乙的充分必要条件；

（B）甲是乙的必要条件；

（C）甲是乙的充分条件；

（D）甲不是乙的必要条件，也不是乙的充分条件．

答（ ）

解：由题设θ为任意角，如取$\theta=-\pi$，

则　　条件甲：$a=\sqrt{1+\sin(-\pi)}=1$，

条件乙：$a=\sin\frac{-\pi}{2}+\cos\frac{-\pi}{2}=-1$．

两者矛盾，可判定（D）为真．

故应选择（D）．

第四节　验　证　法

由题设找出合适的验证条件，再通过验证，找出正确答

案. 亦可把供选择的答案代入条件中去验证，找出正确答案.

例 1 一个凸多边形，除一内角外，其余内角之和是2570°，则这一内角是：

(A) 90°； (B) 105°； (C) 120°； (D) 130°；

(E) 144°.

答（ ）

解： 凸 n 边形的内角和为 $(n-2)\times 180°$，它有被 9 整除的特征，可据此必要条件寻找答案.

由2570°数字之和为14，又130°数字之和为 4，得14＋4＝18，能被 9 整除，于是（D）可能是正确的.

经验证 $2570°+130°=2700°=(17-2)\times 180°$.

故应选择（D）.

例 2 $\sqrt{7x-3}+\sqrt{x-1}=2$的解是：

(A) $x=3$ (B) $x=\frac{3}{7}$； (C) $x=2$；

(D) $x=1$； (E) $x=0$.

答（ ）

解： 当 $x=3$ 时，原式$=\sqrt{21-3}+\sqrt{3-1}=\sqrt{18}+\sqrt{2}\neq 2$；

当 $x=\frac{3}{7}$时，原式$=\sqrt{\frac{3}{7}-1}\neq 2$；

当 $x=2$时， 原式$=\sqrt{11}+1\neq 2$；

当 $x=1$时， 原式$=\sqrt{4}=2$，可知（D）是正确的.

故应选择（D）.

例 3 两直线l_1和l_2以直线$y=x$为对称轴，若直线l_1的方程是$y=ax+b$（$a\neq 0$，$b\neq 0$），那么，直线l_2的方程是：