

292

地下水流动原理

(荷) 维儒耶特 著

刘福声 赵宝璋 谢安周 译

华北水利水电学院北京研究生部

科技情报室

序 言

本书的目的在于介绍地下水流动的理论基础和介绍在土木工程实践中遇到的地下水流动问题的最有效的解法。书中不涉及工艺和实践方面的内容，这些内容将在本书的姐妹篇即惠斯曼 (L. Huisman) 教授所著的《地下水回收与补给》(Groundwater Recovery and Recharge) 一书中加以论述。

虽然本书在原则上企图写成一本入门性的教科书，但是，由于我的偏爱，书中包括了在理论上颇为复杂的方法，特别是复变函数法和有限元法，这两个方法分别在第七章、第八章和第十章中加以介绍。即或略去这三章，也并不影响对书中其余各章的理解。但仍希读者能为复变法的优点和有限元法的功能所吸引。有限元法在最近几年得到了发展，主要是用电子计算机运算，在不久的将来，尤其当综合程序变为可利用时，无疑地会变得愈来愈重要。

在本书中，没有一个方法和几乎没有一个例题是我提出的，多是维持原始资料的论述。不仅对一些参考书，而且我个人还愿对荷兰的对地下水流动理论发展做出贡献的同事和组成“水文学学术讨论会”的诸位工程师们表示谢意。

还应当特别感谢 G·德·约瑟林·德雅 (G.de Josselin de Jong) 教授，他给我讲授了力学和使我明白了为解决工程问题应用的那些数学方法的功能和优点。

这套丛书(译者注：土木工程的水力学丛书)的总编辑威尔逊 (E.M.wilson) 博士对本书初稿提出的不少意见，使我获益非浅。

最后，对我的妹妹阿利斯 (Alice) 表示谢意，因为大部分文稿是她打字的。

维儒耶特 (A.Verruijt)

1969年5月于荷兰代尔夫特

译 者 的 话

本书系荷兰水文地质学家维儒耶特 (A. Verruijt) 用英文所著, 它是一本介绍饱和状态地下水稳定流流动原理的专著。本书在推导了饱和状态稳定流基本方程式和阐述了地下水流动的基本问题之后, 以解二维问题为中心对地下水流的一些基本问题的解法, 包括利用古典的和利用现代计算技术的几个主要解法都做了介绍。本书叙述条理清晰、言简意赅、剖析深透、明白易懂。每章之末一般都附有例题, 这些例题有助于对基本概念的理解, 对解题方法的掌握。本书不足之处, 在于对非稳定流基本问题的解法未做介绍, 但这并未降低它的实用价值。本书对于有关专业的大学生、研究生不失为一本较好的教材, 对于有关专业的教师和工程技术人员也是一本较好的参考书。所以我们把它译为汉文以飨中国读者。

本书第一、二、三、四和九章由谢安周译, 第五、六两章以及序言和附录由刘福声译, 第七、八、十和十一章由赵宝璋译, 并且译者间相互对译文做了审校, 最后由刘福声对全部译文进行了修改。

华北水电学院研究生部科技情报室的同志为本书的刊印付出了辛勤的劳动, 在这里谨向他们致以衷心的感谢!

由于我们的英语和专业知识水平所限, 译文乖谬之处在所不免, 敬希读者不吝赐教指正!

译者

一九八三年八月

目 录

第一章 导论	(1)
1.1 土壤的性质	(1)
1.2 水的性质	(2)
参考文献	(4)
第二章 达西定律	(6)
2.1 达西试验	(6)
2.2 内在透水性	(9)
2.3 地下水流动的粘性	(10)
例题	(12)
参考文献	(13)
第三章 地下水流动的基本方程式	(14)
3.1 达西定律的推广	(14)
3.2 连续方程式	(20)
例题	(22)
参考文献	(23)
第四章 承压或半承压含水层的基本问题	(24)
4.1 基本方程式	(24)
4.2 直线流动	(28)
4.3 径向流微分方程式	(32)
4.4 完全承压含水层的径向流	(33)
4.5 半承压含水层的径向流	(37)
例题	(43)
参考文献	(44)
第五章 非承压含水层的基本问题	(45)
5.1 裘布依-福希哈默假定	(45)
5.2 一维问题	(48)
5.3 径向流	(50)

例题	(52)
参考文献	(53)
第六章 二维问题一般特性	(54)
6.1 叠加法	(54)
6.2 映象法	(61)
6.3 势与流函数	(66)
6.4 各向异性现象	(71)
6.5 不连续渗透	(74)
例题	(77)
参考文献	(78)
第七章 单复变函数	(80)
7.1 复数代数	(80)
7.2 单复变解析函数	(83)
7.3 保形变换	(91)
7.4 施瓦茨-克里斯托弗尔变换	(95)
例题	(98)
参考文献	(100)
第八章 复变法	(101)
8.1 简单边界值问题	(101)
8.2 自由水面流动	(111)
8.3 速端图法	(119)
8.4 儒可夫斯基函数	(125)
8.5 分界面问题	(128)
例题	(133)
参考文献	(134)
第九章 近似法	(135)
9.1 图解法	(135)
9.2 松弛法(逐次近似法)	(139)
9.3 分段法	(144)
参考文献	(147)
第十章 有限元法	(148)
10.1 基本问题的变分法表述	(148)

10.2	有限元	(151)
10.3	有自由水面的稳定流	(156)
10.4	有自由水面的非稳定流	(158)
	参考文献	(161)
第十一章	模拟法	(162)
11.1	电模拟法	(163)
11.2	狭缝槽(或赫尔肖)模拟法	(166)
	参考文献	(169)
附录		(170)
	贝塞耳函数	(170)
	重要符号	(173)
	换算系数	(174)
索引		(175)

第一章 导 论

本书的目的是阐明在土木工程实践中遇到的地下水流问题的最有效的解法，这些问题是通过土坝和水工建筑物底部的渗流以及与饮用供水有关的问题。

一般说来，是确定有某些限制边界条件的土体内部水的流速和压力问题。从数学的角度而言，关于边界值一类的某些问题，其有效解法是可能存在的。当然，越是复杂的地下水流问题（就边界条件而言），其解法越需要用复杂的数学工具。在许多情况下，采取某些假定和简化实际上可使问题变得相当简单。这时，工程师的技能是重要的，当解决这些问题时，要善于结合具体情况运用数学技巧。

对地下水运动定律进行了某些一般性研讨之后，将要讨论一些实际问题的几种解法。从用于简单情况的常微分方程解法开始，直到用于复杂情况的复变函数。也将介绍一些近似（数值的或图表的）解法，并对几种模拟法进行了概括研究。然而，在这一章里我们要首先复习水和土壤的有关物理性质。

1.1 土 壤 的 性 质

天然的土壤由固体物质、水和空气组成，水和空气充满了土粒间的孔隙。孔隙的总量用孔隙率 n 表示， n 是单位总体积中孔隙所占的体积。沙质土的孔隙率大约是 $0.35 \sim 0.45$ ，天然粘土和淤泥的孔隙率通常是 $0.40 \sim 0.60$ ，但有时可大到 0.85 或更高。

有效孔隙率 n_e 是表示对水流有效的孔隙体积，即土壤每单位总体积中水可以自由流动的那一部分孔隙体积。在粘土中 n_e 可比

n 小得多，但在沙土中这两个量几乎是相等的。

用方程式

$$\frac{dh}{d\sigma_v'} = -\alpha h \quad (1.1)$$

定义压缩系数 α 。式中 σ_v' 是作用在高度为 h 的土样上的垂直压力，土样在水平方向上受到约束使它的横断面积保持为常数。

α 常用值的范围：

沙土： $10^{-8} \sim 10^{-7}$ 米²/牛；

粘土： $10^{-7} \sim 10^{-6}$ 米²/牛。

在土壤力学文献中往往用符号 a_v 或 m_v 代替 α 。用弹性理论的一些常数表示压缩系数的公式为：

$$\alpha = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E(1 - \nu)} = \frac{1}{K + \frac{4}{3}G} \quad (1.2)$$

式中： E 是杨氏模量； ν 是泊桑比； K 是体积模量； G 是剪力模量。

饱和度 S 代表单位总孔隙体积中水所占的体积，它的值基本上由零（完全干的土）变化到 1（饱和的土）。

1.2 水的性质

单位体积的质量就是材料的密度，水的密度用 ρ 表示，它的值大约是 1000 公斤/米³。水的密度随压力、温度和溶解于其中的物质（如盐）的浓度变化。因温度而影响 ρ 的变化值列于表 1.1 中。

密度 ρ 乘上重力加速度 g (≈ 9.81 米/秒²) 则得到比重 γ ，

$$\gamma = \rho g \quad (1.3)$$

因而水的比重大约是 9810 公斤/米²·秒² 或牛/米³。

动力粘度用 η 表示，由下式定义，

$$\tau_{yx} = \eta \frac{dv_x}{dy} \quad (1.4)$$

式中： τ_{yx} 是 x 方向上的剪应力，它作用在与 y 方向垂直的平

面上, v_x 是沿正 x 方向上的速度 (图 1.1)。水的动力粘度大约是 10^{-3} 公斤/米·秒, 也见表 1.1。

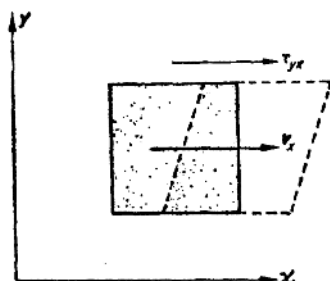


图 1.1 受剪力的流体单元

水的密度和粘度随温度的变化

表 1.1

温 度 (°C)	密 度 (公斤/米 ³)	动 力 粘 度 (公斤/米·秒)	运 动 粘 度 (米 ² /秒)
0	999.868	1.79×10^{-3}	1.79×10^{-6}
5	999.992	1.52×10^{-3}	1.52×10^{-6}
10	999.727	1.31×10^{-3}	1.31×10^{-6}
15	999.126	1.14×10^{-3}	1.41×10^{-6}
20	998.230	1.01×10^{-3}	1.01×10^{-6}

运动粘度 ν 由下列关系确定

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (1.5)$$

水的运动粘度大约是 10^{-6} 米²/秒, 也见表 1.1。

压缩系数 β 用下式定义:

$$\frac{d\rho}{dp} = \rho\beta \quad (1.6)$$

式中: p 是具有密度为 ρ 的流体的压力, 水的 β 值大约是 0.5×10^{-8} 米²/牛。然而应注意到由于水中掺入气泡成为有孔隙的材料, 它的有效压缩系数要大得多。作为初步的近似值, 可用下述有效压缩系数 β' 的表达式:

$$\beta' = \beta + (1 - S) / P \quad (1.7)$$

式中: S 是饱和度; P 是流体的压力。压缩系数也可用下式定义:

$$\frac{dV}{dP} = -\beta V \quad (1.8)$$

式中: V 是一定量流体的体积; 作用于它的压力是 P , 因为总质量 M 等于 ρV , 并且 M 是常数, 所以这两个定义是相同的。

参 考 文 献

为了课外阅读及进一步学习, 推荐下列有关地下水流动的著作。

- [1] Dachler, R., Grundwasserströmung, Springer (1936).
- [2] Muskat, M., The flow of homogeneous fluids through porous media, McGraw-Hill (1937).
- [3] Polubarinova-Kochina, P. Ya., Theory of groundwater movement, Princeton University Press (1962).
- [4] Aravin, V.T. and Numerov, S.N., Theory of fluid flow in undeformable porous media, Israel program for scientific translation (1965).
- [5] Todd, D.K., Ground-water hydrology, Wiley (1939).
- [6] Harr, M.E., Groundwater and seepage, McGraw-Hill (1962).
- [7] Schoeller, H., Les eaux souterraines, Masson (1962).
- [8] De Wiest, R.J.M., Geohydrology, Wiley (1965).
- [9] Bear, J., Zaslavsky, D. and Irmay, S., Physical principles of water percolation and seepage, UNESCO (1968).
- [10] Huisman, L., Groundwater recovery and recharge, Macmillan (1969).

注: Muskat 的论文是古典的参考书, 在许多方面 仍然是有价值的。Dachler (用德文) 讨论了几个重要的实际问题。Todd, Harr,

De Wiest和Bear, Zaslavsky和Irmay用英文写了一些现代的著作, Todd的著作强调了实际的水文学方面的知识。苏联人写的优秀理论著作是很有用的、已由Polubarinova-kochina 和 Aravin与 Numerov译为英文。Schoeller用法文写的著作, 论述的是普通水文特性。Huisman的著作刚出版不久, 是本书的姐妹篇, 它描述和讨论了回收和补给地下水的各种实际方法。其他更专门的著作, 以后将在有关章节中介绍。关于水和土壤的性质, 读者可以参考:

- [11] Dorsey, N.E., Properties of ordinary water-substance, Reinhold (1940) .
- [12] Terzaghi, K. and Peck, R.B., Soil mechanics in engineering practice, wiley (1948) .

第二章 达西定律

本章研究描述土壤中地下水运动的基本定律的最简单形式。并从物理的观点讨论基本参数即渗透系数的几个方面。

2.1 达西试验

地下水运动原理作为一门科学分支，约起源于1856年，是法国人达西为第戎（Dijon）城公共供水系统所完成的试验的结果^[1]。为了研究土壤中水流的基本定律，达西完成了如图2.1所示形式的一系列试验。

装满了含水饱和土壤（在两透水板之间）的管子的两端与贮

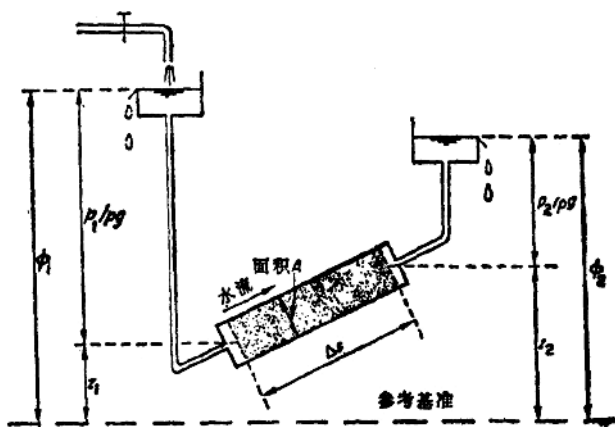


图 2.1 达西试验

水器相连，贮水器的位置要高于某一基准面且是可变的。观测单位时间内通过土样的水量，这个量叫做总流量并以 Q 表示之。达西观测到当两贮水器的水位在同一高度（ $\varphi_1 = \varphi_2$ ）时，土样中没有水流流动。以两贮水器不同的水位差完成了多次试验，他发现总流量 Q 与水位差 $\varphi_1 - \varphi_2$ 成正比。这个比值可用数学形式表示为：

$$Q = kA \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta S} \quad (2.1)$$

式中： A 是管子的横断面面积； ΔS 是土样长度； K 是比例常数。此常数叫做渗透系数（有些著者称 k 为水力传导度），它具有速度的量纲 LT^{-1} 。在式（2.1）中导入了横断面面积 A 和长度 ΔS ，可认为总流量与 A 成正比与 ΔS 成反比。所以在方程式（2.1）中可认为特定材料的系数 k 是常数，与土样大小无关。

图2.1的试验，两贮水器的水面高度分别以 φ_1 和 φ_2 表示。现在需要检验 φ 的量。因为与连接管的阻力相比水流在土体中所受阻力是很大的，并且由于土壤的阻力水的流速是很低的，所以分布在连接管上和透水板上的压力可认为是静水压力。例如，在参考基准以上 z_1 高度处的左端透水板，恰在它左侧的水压力将等于高为 $\varphi_1 - z_1$ 的水柱的重量或表示为：

$$p_1 = (\varphi_1 - z_1) \rho g \quad (2.2)$$

式中： ρ 是水的密度； g 是重力加速度（ $\rho \approx 1000$ 公斤/米³； $g \approx 9.81$ 米/秒²）。

由此得出：

$$\varphi_1 = z_1 + p_1 / \rho g \quad (2.3)$$

方程式（2.3）是用两个更熟悉的量高度 z_1 和水压力 p_1 来表示 φ_1 。用同样的方法研究达西试验右端透水板右侧的水压力，可以写为：

$$\varphi_2 = z_2 + p_2 / \rho g \quad (2.4)$$

由以上研究表明：不只是压力使水流通过土壤，而是压力和高于某基准高度的联合作用。这个合力叫做地下水水头，或简称为水

头。归纳方程式 (2.3) 和 (2.4)，可得水头的定义为：

$$\varphi = z + p/\rho g \quad (2.5)$$

而且对于土体内部各点，这个定义也是适用的。往往把 z 和 $p/\rho g$ 分别叫做几何头（位头）和压头。对于有地下水流动的土体内部的点， φ 的物理意义是指某水平参考基准以上的高度，当一只竖管的下端插到所研究的那一点时，水面会上升到这个高度（图 2.2）。

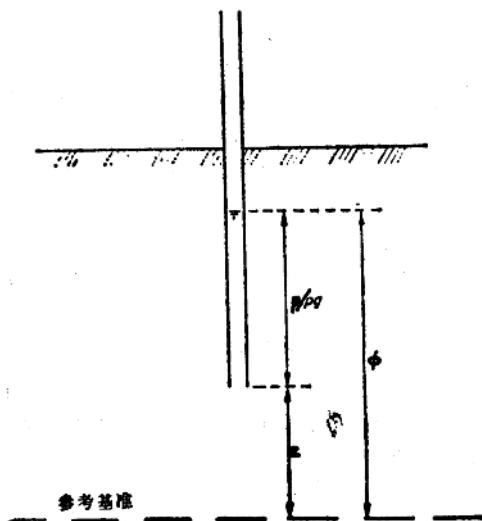


图 2.2 土体内部的地下水水头 φ

单位横断面面积上的流量 Q/A 叫做比流量以 v 表示之。令 $\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$ (在水流方向上 φ 的变化)，则方程式 (2.1) 变为：

$$v = -k \frac{\Delta\varphi}{\Delta S} \quad (2.6)$$

方程式 (2.6) 中的两个差分符号 (Δ) 的形式如取极限使 $\Delta S \rightarrow 0$ 则：

$$v = -k \frac{d\varphi}{dS} \quad (2.7)$$

它是方程式(2.1)的微分方程式, 方程式(2.7)叫做达西定律。它表明比流量在水流方向上与水头的导数成正比。

应当注意到, 比流量已被定义为土体单位面积的总流量, 而不是孔隙的单位面积的总流量, 所以比流量不是水质点的实际流速。如果以 n 表示土壤孔隙率, 那么水流能通过的面积是 nA 。所以在图2.1的试验中水流的实际平均流速是:

$$v_w = Q/nA = v/n \quad (2.8)$$

因为 n 值小于1, 所以水的实际流速永远大于比流量。因为 v 具有流速(LT^{-1})的量纲, 所以有些著者把它叫做“滤层流速”或“流量流速”。本书将用“比流量”。所以选用这个名词, 是因为它能最确切地说明 v 是单位面积的流量。

2.2 内在透水性

渗透系数 k 是一个材料常数, 然而实验已经证明, 其值不仅取决于土壤类型而且取决于渗流于其中的流体的性质。已经发现影响 k 值的流体性质是运动粘度 ν , 表现为 k 与 ν 成反比。于是渗透系数有时表示为:

$$k = \kappa g / \nu \quad (2.9)$$

式中: κ 叫做内在透水率, 它仅仅是土壤的一种性质, 它的量纲是面积 L^2 。把式(2.9)代入式(2.7)则给出另一形式的达西定律公式:

$$v = -\frac{\kappa g}{\nu} \frac{d\phi}{dS} \quad (2.10)$$

从理论的观点看, 内在透水率 κ 较系数 k 是渗透性的更为满意的量度。当研究的问题包含两种或更多种流体时(例如: 油和水、淡水和咸水、空气和水), 式(2.10)形式的达西定律可很容易地把不同流体性质的影响考虑进去。但在本书中将仅研究地下水问题。所以将按常规使用传统的渗透系数 k 。表2.1给出了几种天然土壤的 k 和 κ 的数值。

天然土壤渗透性等级表

表 2.1

土 壤 类 别	k (米/秒)	α (米 ²)
粘 土	$<10^{-9}$	$<10^{-17}$
沙质粘土	$10^{-9} \sim 10^{-8}$	$10^{-16} \sim 10^{-15}$
淤 泥	$10^{-9} \sim 10^{-7}$	$10^{-16} \sim 10^{-14}$
粉 沙	$10^{-8} \sim 10^{-7}$	$10^{-15} \sim 10^{-14}$
很细的沙	$10^{-8} \sim 10^{-5}$	$10^{-13} \sim 10^{-12}$
细 沙	$10^{-5} \sim 10^{-4}$	$10^{-12} \sim 10^{-11}$
粗 沙	$10^{-4} \sim 10^{-3}$	$10^{-11} \sim 10^{-10}$
夹砾的沙	$10^{-3} \sim 10^{-2}$	$10^{-10} \sim 10^{-9}$
砾 石	$>10^{-2}$	$>10^{-9}$

2.3 地下水流动的粘性

地下水流动的物理现象是流体在组成土壤的固体颗粒间的小孔隙中运动。这里建议与曾在流体力学中研究过的管中水流进行比较。如众所周知的(见[2]585页),当流动为层流时,半径为 R 和长度为 ΔS 的圆管中的粘性流体的流量为:

$$Q = -\frac{\pi R^4}{8\eta \Delta S} (\Delta p + \rho g \Delta z) \quad (2.11)$$

式中: η 是流体的动力粘度; Δp 是管两端的压力差; Δz 是管两端的高度差。因为管的截面积是 πR^2 , 并且动力粘度与运动粘度的关系式为 $\eta = \nu \rho$, 所以可以写成:

$$v = \frac{Q}{\pi R^2} = -\frac{R^2 g}{8\nu} \cdot \frac{\Delta \varphi}{\Delta S} \quad (2.12)$$

照例, 式中: $\varphi = z + p/\rho g$ 。

公式(2.12)与泊赛叶(Poiseuille)和哈干(Hagen)于1840年左右独立进行的试验结果是一致的。所以通常把它叫做哈干-泊赛叶公式。

式(2.12)与式(2.10)形式的达西定律相比较, 表明这两个表达式是完全类似的。如此, 可认为达西定律是描述圆管

水流公式的普遍形式。式(2.12)不过是一特例，它的内在透水性

$$\kappa = R^2/8 \quad (2.13)$$

达西定律与描述粘性流体在圆管中流动的方程式相似决不是巧合，因为地下水运动现象基本上是由粘性流体(水)通过一组管(孔隙)的流动所组成。然而，由于孔隙具有复杂的几何形状，土壤中的流动模式是相当复杂的。不过已经做过若干尝试，从对水流系统的充分研究中导出达西定律。这些努力已导出用平均孔隙直径、孔隙率和当水流通过不完全饱和土壤的饱和度等参数表示内在透水性 κ 的一些公式(见[3])。最熟悉的是柯赞尼(Kozeny)-卡门(Garman)公式：

$$\kappa = cd^2 \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (2.14)$$

式中： n 是土壤的孔隙率； d 是有效孔隙直径(定义为每单位暴露于流体的固体表面积的固体材料的体积)；系数 c 表示孔隙几何形状的不规则性。已经取得 c 的各种值(范围在0.1到0.8之间)，这些数值不是经理论计算出的，就是与试验资料完全一致的。由于系数 c 的不确定性，此方程式(和另外一些性质相似的公式)对于预测渗透性的精确值是没有多少实际价值的。在任何情况下，都有在实验室或现场做试验确定渗透系数的有效方法。这些公式如柯赞尼-卡门公式的重要意义，在于它们提供了认识渗透性对于土壤特征，如孔隙率的依赖关系。

哈干-泊赛叶公式即方程式(2.12)是根据水流为层流的假定导出的，只有无量纲参数雷诺数不超过某一临界值才会是这样。如果流速足够高，雷诺数可能大到超过临界值，由于紊流的影响可导致相当大地偏离层流方程式(见[2]，663页)。在地下水流动中可以发生同样现象。实际试验已表明，在此情况下，对于达西公式有效的雷诺数规定为：

$$Re = vd/\nu$$

式中： d 是有效孔隙直径(定义如前)，必须小于某临界值，约