

国家“九五”重点图书●现代电力电子技术丛书

电力电子系统的 计算机仿真

吴兆麟 编著

浙江大学出版社

前 言

电力电子系统由于存在功率开关元件及其网络参数具有时变的特点,应用传统的分析方法很难对其动态特性作详细的分析,因而不得不越来越多地借助于计算机仿真技术。

本书是作者依据电力电子系统仿真所涉及的基本理论和实现方法,并在总结了多年的教学和科研成果的基础上编著而成。

电力电子系统的仿真包含了功率变换电路的仿真及控制系统的仿真,同时还涉及一些重要的特殊负载如电动机的建模问题。为便于叙述,全书共分六章。第一章主要介绍电路的改进节点分析法的计算机实现方法及其在线性、非线性电路的直流分析、瞬态分析中的应用;第二章介绍稀疏矩阵技术;第三章简要地讨论由计算机建立电路的状态方程的方法;第四章对组成电力电子系统的反馈控制的仿真方法作详细讨论。

前面四章介绍了电力电子系统通用仿真软件的理论基础。作为一个实例,第五章简要介绍了一个通用的电力电子系统的仿真软件 ZUPRESS。第六章对电力电子系统常用的特殊负载——电动机的建模原理作了详细介绍。

本书初稿承浙江大学贺益康教授仔细审阅并提出许多宝贵意见,谨致衷心感谢。本书编写时曾参阅国内外有关单位和个人撰写的教材、专著和文献;本书图稿由周宏、于非同志绘制,在此顺致谢意。

由于作者水平所限,书中内容如有不妥之处,敬请读者批评指正。

吴兆麟

1996 年 6 月于浙江大学

EAD/0/1312

目 录

绪论	1
第一章 电路的改进节点分析法	3
1.1 电路的分析方法	3
1.1.1 网络拓扑结构的表示方法	3
1.1.2 基尔霍夫定律	4
1.1.3 电路网络的分析方法	5
1.2 改进节点法	8
1.3 直流电路的计算机辅助分析简介	12
1.3.1 线性电路的直流分析	12
1.3.2 非线性直流电路的分析	17
1.4 电路的瞬态分析	19
1.4.1 概述	19
1.4.2 电路分析中的几种常用数值积分方法	22
1.4.3 几种数值积分法的稳定性分析	25
1.4.4 变阶变步长方法	27
1.4.5 向后差分法——DBF 法	29
1.4.6 线性动态电路的瞬态分析——伴随模型法	32
第二章 稀疏矩阵技术	37
2.1 线性代数方程组的数值解法	37
2.1.1 高斯消去法	37
2.1.2 LU 分解法	38
2.1.3 LU 分解法的实现	43
2.2 稀疏矩阵中主元的选择	44
2.2.1 产生填入的条件	44
2.2.2 田尼—沃克(Tinney-Walker)局部最小填元数算法	45
2.2.3 局部乘除次数最少法——麦克维兹(Markowitz)法	46
2.3 稀疏矩阵存储技术	48
2.3.1 三元素线性表	48
2.3.2 改进的线性表	50

2.3.3 单链表	50
2.3.4 双链表	52
2.4 通用的电路仿真程序 SPICE2简介	53
2.4.1 SPICE2的主要结构	54
2.4.2 SPICE2的输入文件及其数据存储结构	55
2.4.3 稀疏矩阵存储结构的建立——SETUP 模块	60
2.4.4 瞬态分析	62
2.5 用 SPICE2对电力电子线路仿真的功率开关模型	64
第三章 电路分析的状态空间法	67
3.1 拓扑矩阵法(系统法)求电路的状态方程	67
3.2 网络中包含过剩元件时的状态方程	69
3.3 反复直流法导出状态方程	73
3.4 基本割集矩阵的自动形成	76
3.4.1 计算机自动找树的方法	76
3.4.2 基本割集矩阵的自动形成	81
附录:状态方程时域解程序清单及说明	82
3.5 电力电子电路的计算机仿真	91
3.5.1 功率开关器件模型概述	91
3.5.2 变拓扑开关模型	92
3.5.3 恒拓扑开关模型	92
3.5.4 开关模型的选择	95
3.5.5 采用二值电阻开关模型的计算稳定性问题	95
3.5.6 GTO 开关过程动态特性仿真用的等效电路模型	97
第四章 控制电路的仿真	100
4.1 连续系统的数学模型及其实现	100
4.1.1 微分方程	100
4.1.2 传递函数	101
4.1.3 状态空间表达式	102
4.1.4 实现问题	102
4.2 面向传递函数的数字仿真	107
4.3 面向系统结构图的数字仿真方法	108
4.3.1 确定典型环节	108
4.3.2 连接矩阵和系统状态方程	109
4.3.3 连续系统结构图法的仿真	111
4.4 连续系统按环节离散化的数字仿真	113
4.4.1 连续系统的离散化	113
4.4.2 仿真模型差分方程的建立	117
4.4.3 各种典型环节的离散系数(矩阵)及差分方程	118

4.4.4 连续系统按环节离散化的数字仿真	125
4.5 含有非线性环节的系统的仿真	126
4.6 采样系统的仿真	130
4.6.1 采样周期与仿真计算步距	132
4.6.2 数字控制器的仿真	133
4.7 控制系统的快速仿真方法	136
4.7.1 增广矩阵法	136
4.7.2 替换法(Tustin 公式)	138
附录:连续离散系统仿真程序 CDSS	139
第五章 电力电子系统的计算机仿真	157
5.1 电力电子系统的仿真	157
5.1.1 功率变换电路的仿真模块	158
5.1.2 控制电路的仿真	158
5.1.3 仿真的同步问题	158
5.1.4 仿真过程	158
5.1.5 开关状态的判别与控制	158
5.2 通用仿真软件 ZUPRESS 简介	159
5.2.1 功率变换电路仿真元件库的扩充	160
5.2.2 开关点仿真稳定性的处理	162
5.2.3 控制模块输入文件信息的存储结构	163
5.2.4 功率变换仿真模块和控制仿真模块的同步问题	164
5.2.5 开关点的搜索	164
5.2.6 同步电压和 PWM 载波的产生	165
5.2.7 用 ZUPRESS 对电力电子系统仿真的实例	166
5.3 电力电子系统的稳态仿真	168
5.3.1 电力电子系统的稳态响应	168
5.3.2 稳态响应的快速仿真方法	169
第六章 电动机的仿真模型	173
6.1 直流电动机的仿真模型	173
6.1.1 直流电动机的数学模型	173
6.1.2 直流电动机的线性化近似仿真模型	174
6.1.3 考虑磁路饱和时直流电动机的仿真模型	175
6.1.4 考虑电枢反应影响时直流电动机的仿真模型	176
6.2 直流斩波牵引系统的仿真	179
6.2.1 状态平均模型	179
6.2.2 直流斩波调速牵引系统的状态平均模型	180
6.2.3 状态平均模型和斩波开关模型的比较	182
6.3 异步电动机的仿真模型	183

6.3.1 对称三相异步电动机的电压矩阵方程	184
6.3.2 异步电动机轴系的坐标变换原则	186
6.3.3 满足功率不变原则时各变换矩阵间的关系	186
6.3.4 从三相轴系到二相轴系的变换	187
6.3.5 从二相轴系到静止轴系的变换	191
6.3.6 对称三相异步电动机在静止轴系中的电压矩阵方程	192
6.3.7 异步电动机电磁转矩的一般表达式	195
6.3.8 异步电动机的仿真模型	196
参考文献	199

绪 论

电力电子技术作为一门独立的学科已有 30 年左右的历史了,而且它的应用领域正越来越广泛。由于电力电子电路含有大功率开关元件这一特点,使它的分析变得复杂化了。目前关于介绍电力电子电路分析方法的书籍已有不少问世,但在几乎所有这些书籍中,不得不作出许多简化假设,通过画出一个稳态工作周期中各种不同开关状态组合下各段的电压或电流波形,然后在此基础上导出各种稳态条件下的计算公式。无疑,这样的分析方法和由此导出的计算公式对于理解电力电子电路的工作过程和计算电力电子电路中各主要元件(包括开关元件)的电压、电流值是极其有益的。但是,当电路的拓扑结构非常复杂,或者电路含有非线性元件时,这样的分析方法就显得困难了。特别是当要进一步了解它的诸如启动、调节等动态性能,功率开关元件的保护电路如阻容吸收电路等的设计、计算,故障状态的分析等,利用传统的方法就根本无法实现。目前装置的容量不断增大,企图通过对实际装置的测试获得其动态参数将越来越不现实。因此,近年来对于电力电子电路动态特性的分析和新的装置的开发研究越来越多地借助于计算机辅助分析或仿真技术。利用计算机仿真技术还可以以最短的时间对多种方案方便地进行分析比较,选出合理的设计方案,优化系统参数,从而改变必须通过硬件试验获取信息的研制方法,大大地缩短研究开发的周期,节省人力、物力,其优点是明显的。因而电力电子电路及系统的计算机仿真技术已成为公认的高效优质的一种研究分析的工具而日益受到大家的普遍重视。

电路或电子线路的仿真或计算机辅助分析方法目前已渐趋成熟。60 年代末开始研究至今已有很多成熟的商用仿真软件,它们都具有很强的计算功能,含有各种常用的电路元件及电子器件模型,能对各种模拟电子电路,以及大规模集成电路进行分析。

电力电子电路存在着各种功率开关器件。当其中的功率开关器件的开关状态一定时,对电力电子电路的分析实际上就是求解一个电路的瞬态过程。但是各开关器件的开关状态是在不断变化的,如果把各开关器件看成是理想开关,则被分析的电网络的拓扑结构是时变的,这就使现有的电路仿真软件无法适用了。

70 年代起电力电子电路的计算机仿真已逐步引起人们的重视,发表了不少研究成果。但直至 80 年代初所开发的软件都具有很大的局限性,或者使用不便。1984 年在比利时举行的国际讨论会的论文集^[1]中所收集的有关电力电子电路仿真的论文反映了当时所提出的各种方法仍然还不够成熟,还不足以形成一个能被大家普遍接受的通用软件。在此前后起陆续有些大学在有关文献中报道了自行研制的电力电子电路(或系统)的通用仿真软件,如 BTRAP^[2], ATOSEC^[3], SUPES^[5], PECAN^[7], COSMIR^[6]等,浙江大学亦在 90 年代初研制成电力电子系统的通用仿真软件 ZUPESS。近年来有些软件公司也推出了电力电子系统仿真用的商用软件如 Analogy 公司的 SABER。这些都标志着电力电子系统的仿真技术的渐趋成熟。

电力电子系统的通用仿真软件除了具备一般的电子线路的仿真软件的功能以外,还必须解决三个特有的基本问题:

(1) 建立适用于电力电子系统仿真的各种功率开关元件的电路仿真模型。文献中把这些模型称为宏模型(Macromodel)以区别于一般电子线路仿真所使用的晶体管、MOSFET等器件的微模型(Micromodel)。由于电力电子系统仿真的侧重点在于系统的动态特性,而不是功率开关本身的开关过程特性。因此,功率开关器件可以采用相对而言比较简单的宏模型。

(2) 处理反馈控制的仿真问题。电力电子系统通常都存在着各种反馈控制。通常这些控制都是由模拟的或数字的电路组成,在原理上可以用电路的仿真方法处理。但是在大多数情况下控制电路所含有的元器件数大大地超过了我们主要关心的功率变换电路的元器件数,用电路的仿真方法处理控制电路会使被仿真电路的阶数太大,仿真效率极低。而且目前的控制电路大量采用集成电路,我们对这些集成电路块的内部电路结构一般是不清楚的。另一方面,我们对控制电路通常只关心它的输入、输出特性,而对内部电路的电压、电流特性无甚兴趣。因此,没有必要也不可能采用电路的仿真方法去处理控制电路。这就需要借用控制系统数字仿真的理论和方法实现控制电路的仿真,并且它必须与功率变换电路仿真软件的数据结构、信息传递等方面兼容。

(3) 建立电动机等特殊负载的仿真模型。电动机是电力电子系统常见的负载之一,而电动机特别是交流电动机的动态模型是非常复杂的。它不仅包含了各种电磁过程,而且还涉及有关的机械特性如机械惯性、负载转矩、摩擦力矩等。一般的电路仿真软件不管它采用什么方法都是建立在网络图论(或状态空间)、克希霍夫定律及各种电路元件的电气特性的基础上,根据输入的电路信息自动建立方程并求解。由于电动机负载包含了机械变量就无法直接用常规的电路方法去处理,必须建立与电动机的特性相等效的电路仿真模型。

实际上一个通用的电路(或电子线路)的仿真软件扩充了以上几个功能后就成为一个电力电子系统的通用仿真软件了。

第一章 电路的改进节点分析法

电力电子电路虽有其本身特点,但就其本质而言还是一种电网络,所以它的仿真基础仍然是电路(或电子线路)的计算机仿真。

电路的计算机仿真技术的研究起始于 60 年代初,但当时受到数值计算技术和计算机技术的限制,所发展的仿真程序有很大的局限性。到 70 年代由于数值计算方法的发展,采用变阶变步长的隐式积分方法,克服了刚性方程由于存在大小不同的时间常数而引起的数值计算不稳定问题,从而大大地提高了解题的效率和电路求解的稳定性。同时采用了稀疏矩阵技术和动态存储分配等方法,不仅可以极大地节省内存容量,提高求解电路的规模,而且更进一步地提高了解题的效率。在电路的分析方法上也有了很大的改进。除了过去使用的节点法、回路法、割集法和状态变量法以外还出现了更有效的混合法,如列表法、改进节点法等。在此基础上,70 年代起相继发展了一批具有很强功能的通用的电路(或电子线路)仿真软件,其中有些成为目前被广泛使用的通用软件,如 ECAP II、SPICE2、SCEPTRE II 等。

ECAP(Electronic Circuit Analysis Package)是由 IBM 公司研究开发的,1964 年 ECAP I 问世,其功能不强,使用亦受到很大限制,以后在 1971 年研制成具有较高水平的 ECAP II。SPICE(Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis)是由美国加州大学柏克利分校研究开发,并于 1973 年推出 SPICE1,以后又在 1975 年改进成 SPICE2,至 80 年代其版本发展到 SPICE2G.6,80 年代中期又用 C 语言开发了 SPICE3A7。为适应 PC 机的普及,又推出了能在 PC 机上工作的 PSPICE。目前 SPICE 已成为一个功能极强且使用非常广泛的电子线路的通用仿真软件。ECAP 和 SPICE 都是采用改进节点法列写电路方程的。SCEPTRE(System for Circuit Evaluation and Prediction of Transient Radiation Effects)是 IBM 公司专为美国的 AFWL(Air Force Weapons Lab)研制的,1966 年开发了 SCEPTRE I,以后又于 1975 年改进为 SCEPTRE II(又称 Super SCEPTRE),它采用了状态变量分析方法。

本章第一节将在回顾比较各种电路分析方法的基础上,提出适合于计算机使用的电路分析方法,以后各节主要介绍改进节点法在各种电路的计算机仿真中的应用。

1.1 电路的分析方法

关于电路的基本分析方法在有关介绍电网络的分析方法及计算机辅助分析的教材和著作中已有系统的介绍。为了便于学习和引用,在本节中把电路分析的基本方法作一简要的综述,并通过分析对比找出适合于计算机辅助分析用的分析方法。

1.1.1 网络拓扑结构的表示方法

根据网络图论,任意一个电网络都可以用一个有向图表示。假设网络具有 n 个节点和 m 条

支路,并假定该图是一个连通图,则总可以找到一棵树。该树应包含有 $n - 1$ 条树枝(Branch),余下的支路就称为余树枝或连枝(Link)。连枝的数目应为 $m - n + 1$ 。该网络的拓扑结构可以有以下几种描述方法。

1. 关联矩阵 A_i

对于上述有 n 个节点的电网络,任意取定一个参考节点后,就可以获得与之相对应的关联矩阵 A_i 。该矩阵具有 $n - 1$ 行, m 列。其每一行各与一个节点对应(除参考节点外),而每一列对应于一个支路。 A_i 反映了各支路与各节点的连接关系。 A_i 的秩 $r = n - 1$,反映了该网络以节点电位作网络变量时其网络方程的最大线性无关的独立方程数。

2. 基本割集矩阵 C_T

割集实际上是节点概念的拓广。只与一条树枝相切割的割集称为基本割集。对于上述网络,选定一棵树后,对应于各树枝的所有基本割集的集合称为基本割集系。它所含的基本割集数应为树枝数 $n - 1$,对应于每个基本割集系可以写出基本割集矩阵 C_T 。它的各行与各基本割集相对应,而各列则与各支路相对应,因此,基本割集矩阵应具有 $n - 1$ 行, m 列。基本割集矩阵反映了各支路与各基本割集的连接关系。它的秩也为 $n - 1$ 。与关联矩阵 A_i 相仿, C_T 也反映了它所代表的网络具有 $n - 1$ 个线性无关的独立的割集电流方程。

若把网络各支路分成树枝和连枝两类,并适当调整排列顺序,则基本割集矩阵可表示成

$$C_T = [U_b \quad C_L] \quad (1.1)$$

其中, U_b 为对应于树枝支路集的单位矩阵; C_L 为对应于连枝支路集的子矩阵。在确定基本割集矩阵 C_T 时规定基本割集的方向是树枝的方向。

3. 基本回路矩阵 B_T

根据图的性质,每一条连枝都与树构成一个回路,称为基本回路。对应于所选定的一棵树的所有基本回路的集合为基本回路集。它所包含的基本回路数应等于连枝数 $m - n + 1$,反映了网络所具有的最大独立回路数。

在确定了所有基本回路后就可以获得对应于所选定的树的基本回路矩阵 B_T 。 B_T 的各行与各连枝所决定的基本回路相对应,而各列则与各支路相对应,因此,基本回路矩阵有 $m - n + 1$ 行以及 m 列,很明显 B_T 的秩为连枝数 $\mu = m - n + 1$ 。它也反映了它所描述的电网络包含了 $m - n + 1$ 个最大线性无关的独立回路方程。

同样,若把网络支路分成树枝和连枝两大类并适当排序, B_T 可以表示成

$$B_T = [B_b \quad U_L] \quad (1.2)$$

其中, U_L 为对应于连枝集的单位子矩阵,而 B_b 为对应于树枝集的子矩阵。规定基本回路的方向与连枝方向一致。

根据图论的有关理论可以证明各网络拓扑矩阵间具有下列关系:

$$C_T B_T^t = B_T C_T^t = 0 \quad (1.3)$$

$$A_i B_T^t = 0 \quad (1.4)$$

$$C_L = -B_b^t \quad (1.5)$$

1.1.2 基尔霍夫定律

以上讨论的是电网络的基本描述和它们的矩阵表示方法。所有的电网络都受基尔霍夫电流定律 KCL 和基尔霍夫电压定律 KVL 的约束。它们有下列形式:

$$\text{KCL:} \quad A_i i = 0, \quad C_T i = 0 \quad (1.6)$$

$$\text{KVL: } B_T v = 0 \quad (1.7)$$

式中, 矢量 i 为各支路电流, 它们可以分成 r 个树枝电流 i_b 和 μ 个连枝电流 i_L , 即

$$i = [i_1 \cdots i_r \ i_{r+1} \cdots i_m]^t = [i_b \ i_L]^t \quad (1.8)$$

矢量 v 为各支路电压, 它们也可以分为 r 个树枝电压 v_b 和 μ 个连枝电压 v_L , 即

$$v = [v_1 \cdots v_r \ v_{r+1} \cdots v_m]^t = [v_b \ v_L]^t \quad (1.9)$$

对于选定的树, 其基本割集矩阵和基本回路矩阵分别为 C_T 和 B_T , 则 KCL 可以写成

$$C_T i = [U_b \ C_L] \begin{bmatrix} i_b \\ i_L \end{bmatrix} = 0 \quad (1.10)$$

$$i_b = -C_L i_L = B_b' i_L \quad (1.11)$$

$$\therefore i = \begin{bmatrix} i_b \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_b' i_L \\ U_L i_L \end{bmatrix} = B_T' i_L \quad (1.12)$$

可见一旦求得了连枝电流 i_L 后, 就可以获得所有支路电流的解。 i_L 可以看成是以电流作网络变量时电网络的一组最大独立未知变量, 其维数为 $\mu = m - n + 1$ 。

同样地, KVL 可以写成

$$B_T v = [B_b \ U_L] \begin{bmatrix} v_b \\ v_L \end{bmatrix} = 0 \quad (1.13)$$

$$v_L = -B_b v_b = C_L' v_b \quad (1.14)$$

$$\therefore v = \begin{bmatrix} v_b \\ v_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_b v_b \\ C_L' v_b \end{bmatrix} = C_T' v_b \quad (1.15)$$

可见一旦求得了树枝电压 v_b , 所有支路电压都可求得。 v_b 可以看成是以支路电压作网络变量时电网络的一组最大独立未知变量, 其维数为 $r = n - 1$ 。

1.1.3 电路网络的分析方法

以上所讨论的只是电路网络的拓扑结构的基本表示方法, 如关联矩阵 A_i 、基本割集矩阵 C_T 、基本回路矩阵 B_T 等, 以及所有电路网络的网络变量 v, i 都必须共同遵守的基本约束 KCL, KVL。但是, 要充分地描述一个具体的电路网络的特性, 建立起可以求解的网络方程式, 除了其网络拓扑结构的描述外, 还必须给出电路网络各支路的电气特性。它们的不同表达方法和结合方式就形成了不同的分析方法。

1. 回路分析法

对于一个电路网络, 选定一棵树 T , 使它包含所有的电压源支路, 则该网络的拓扑结构可以用对应于该树 T 的基本回路矩阵 B_T 来描述。若将 B_T 分裂成两个子阵 $B_T = [B \ L]$, 使 L 为对应于所有电压源支路的子阵, 则 B 为对应于除电压源支路外所有其他支路的子阵。根据 KVL 有

$$[B \ L] \begin{bmatrix} v' \\ v_E' \end{bmatrix} = 0 \quad (1.16)$$

式中, v_E' 为电压源支路的电压矢量, 由上式可得

$$Bv' = -Lv_E' = v_E \quad (\text{令 } v_E = -Lv_E') \quad (1.17)$$

注意(1.17)式中的 v_E 不是各电压源支路的电压矢量。假设除电压源支路外, 所有其他支路的电气特性可以用支路阻抗矩阵 Z 来描述, 即 $v' = Zi'$, 其中 Z 为一对角阵, 其对角元素对应于各支路的阻抗, 则式(1.17)可以写成

$$BZi' = v_E \quad (1.18)$$

考虑到 i' 为除电压源支路以外的各支路电流,式(1.12)可改写成

$$i' = B'i_L \quad (1.19)$$

代入式(1.18),得网络的回路方程

$$BZB'i_L = v_s \quad \text{或} \quad i_L = (BZB')^{-1}v_s \quad (1.20)$$

由此可求得全部支路电流 $i = [i' \quad i_L]^T$ 和支路电压 $v = [v' \quad v_L]^T$

$$i = B_T'i_L \quad v' = Zi'$$

总结回路分析法可以得出以下结论:

① 先找一棵包含所有电压源支路在内的树。找树的工作虽然可以由计算机自动完成,但对于一个大型网络(包含大量节点)找树往往是很麻烦的。关于由计算机自动找树的方法将在以后讨论状态空间分析方法时介绍。

② 回路方程的解向量 i_L 的维数为 $\mu = m - n + 1$ 。通常网络的支路数 m 远大于节点数 n ,特别对于大型网络更是如此。故回路方程的系数矩阵 (BZB') 的阶数较高,需要占用更多的内存,求解时也要耗费较多机时。

③ 回路分析法不能直接处理具有独立电流源或受控电流源支路的网络。如果网络含有这样的支路,需要进行变换,使用很不方便。所以在电网络的通用计算机仿真程序中很少采用这一方法。

2. 割集分析法

如果电网络的拓扑结构采用基本割集矩阵 C_T 来描述,则可以获得割集分析法。首先选定一棵树 T ,使其树枝不包含任何电流源,则可得到相应的基本割集矩阵 C_T 。同样把 C_T 分裂成两个子阵 $C_T = [C \quad S]$,其中 S 为对应于所有电流源支路的子阵, C 为除电流源支路外所有其他支路所对应的子阵。按 KCL 有

$$[C \quad S] \begin{bmatrix} i' \\ i_j' \end{bmatrix} = 0 \quad (1.21)$$

式中, i_j' 为各电流源矢量,而 i' 为除电流源以外所有其他支路的电流矢量。由式(1.21)可得

$$Ci' = -Si_j' = i_j \quad (\text{令 } i_j = -Si_j') \quad (1.22)$$

假设除电流源支路外,其他各支路的电气特性可以用导纳矩阵 Y 表示,即 $i' = Yv'$,则有

$$CYv' = i_j \quad (1.23)$$

考虑到 v' 为除电流源支路以外的其他各支路的支路电压矢量,式(1.15)可改写成

$$v' = C'v_b \quad (1.24)$$

代入式(1.23)可得电网络的割集方程

$$CYC'v_b = i_j \quad \text{或} \quad v_b = (CYC')^{-1}i_j \quad (1.25)$$

由此可求得全部支路电压 $v = [v' \quad v_b]^T$ 及支路电流 i'

$$v = C_T'v_b \quad i' = Yv'$$

与回路分析法相比,割集方程的解向量 v_b 的维数为网络的树枝数 $n - 1$,通常远低于回路方程的未知变量的维数 $m - n + 1$,系数矩阵的阶数较低。但割集分析法在计算机仿真应用中仍存在以下问题:

① 仍需按一定的要求找一棵树。

② 不能直接处理含有电压源(包括独立电压源和受控电压源)支路的网络。因为电压源支路的支路特性无法由导纳矩阵 Y 表示,所以需要进行一定的变换,使用中比较麻烦。

3. 节点分析法

电网络的拓扑结构还可以用关联矩阵 A_i 来描述。割集实际上是节点概念的拓广。当用关联矩阵 A_i 来代替基本割集矩阵 C_r 时,就可推得网络的节点方程,但是关联矩阵 A_i 的求得并不需要找树。与割集分析法相仿,将关联矩阵 A_i 分成两个子阵

$$A_i = [A_s \quad N]$$

其中, N 为对应于所有电流源子阵,而 A_s 为对应于所有其他支路的子阵,由 KCL 且令 $-Ni_j' = i_j$, 有

$$A_s i' = -Ni_j' = i_j$$

若除电流源以外的所有支路的电气特性可用导纳矩阵表示,即 $i' = Yv'$, 则可推得节点方程

$$A_s Y v' = A_s Y A_s' v_s = Y_s v_s = i_j \quad (1.26)$$

式中, v_s 为除参考节点外其余 $n-1$ 个节点的电位矢量。 $Y_s = A_s Y A_s'$ 称为节点导纳矩阵。由式 (1.26) 求解得节点电位矢量 v_s , 并由此求得所有支路的支路电压 v 和支路电流 i'

$$v = A_i' v_s \quad i' = Y v' \quad (1.27)$$

与上述其他分析方法相比,节点方程的阶数最低为 $(n-1)$, 且不需要找树,故是公认的最简便的网络分析方法。但是与割集分析法一样,它存在不能直接处理包含有电压源支路的网络的局限性,故在现代的通用仿真程序中也不予采用。

以上讨论的都是最基本的一些网络分析方法。除了这些方法以外还有一种状态变量分析法,它将在以后作专门介绍。

从以上讨论的几种方法中可以看出,节点分析法的系数矩阵阶数最低为 $n-1$, 且不需要找树。节点导纳矩阵 Y_s 又可以方便地由计算机自动生成。在它的基础上加以改进,克服其不能直接处理电压源支路的局限性,在 70 年代发展成一些混合分析法,较成熟的有列表法和改进节点法。

4. 列表法

列表法是将所有的(或绝大部分)网络变量,包括节点电压(相对于参考点)、所有支路电压和支路电流组成未知变量矢量,因此,它能处理任何支路。方程组的系数矩阵的形成也很直观,在近代的电路网络计算机辅助分析中获得一定的应用。

(1) 节点列表法

节点列表法的未知变量为 $[v_s \quad v \quad i]'$, 其中, v_s 为 $n-1$ 个节点电位, v 和 i 分别为全部支路电压和支路电流。它的方程组有如下形式

$$\left. \begin{aligned} A_s i &= 0 \\ A_s' v_s &= v \\ i_y &= Y v_y \\ i_j &= J \\ v_k &= E \end{aligned} \right\} \quad (1.28)$$

式中, i_y 和 v_y 是一切能用导纳或阻抗表示支路电气特性(包括受控源)的各支路电流和电压, i_j 和 v_k 分别表示电流源支路电流和电压源支路电压。

从式 (1.28) 可见节点列表法方程组的形成很直观。其总方程数为 $2m + (n-1)$, 远大于网络的独立变量数,但其中有些方程不是独立方程。

(2) $2m$ 列表法

节点列表法的拓扑结构采用关联矩阵描述。若网络的拓扑结构采用基本割集矩阵和基本

回路矩阵描述,就成为 $2m$ 列表法。

先选定一棵树,求得相应的基本割集矩阵和基本回路矩阵 G_r 和 B_r 后就能直接列写出相应的方程组

$$\left. \begin{aligned} C_r \mathbf{i} &= 0 \\ B_r^T \mathbf{v} &= 0 \\ \mathbf{i}_Y &= \mathbf{Y} \mathbf{v}_Y \\ \mathbf{i}_J &= \mathbf{J} \\ \mathbf{v}_E &= \mathbf{E} \end{aligned} \right\} \quad (1.29)$$

由式(1.29)可见, $2m$ 列表法所得的方程组包含了 $2m$ 个方程,其未知变量矢量为 $[\mathbf{v} \ \mathbf{i}]^T$ 。

从式(1.28)和式(1.29)可以看出,列表法所形成的方程组的系数矩阵阶数非常高。但该矩阵必定是高度稀疏的,含有大量的零元素。利用近代发展的稀疏矩阵技术,其内存的增加并不多。同时其方程的形成相当直观,所以列表法获得一定的应用。但是由于列表法引进了一些重复变量,其系数矩阵的阶数就明显地增高,特别是在分析大型电路时。因此,它的使用受到了一定的限制。在当前电子线路的计算机仿真中用得最普遍的混合法是改进节点法。下一节将详细讨论改进节点法在电网络的计算机仿真或辅助分析中的应用。

1.2 改进节点法

在前一节讨论中可以看到,节点法与割集法和回路法相比,方程数最少,且无需找树,是公认的最简便的电网络分析方法之一。但是它存在不能直接处理电压源支路的局限性。为克服这一缺陷,在原有节点法的基础上,在未知变量矢量中增加了电压源支路的电流,成为目前电路的计算机辅助分析中用得最为广泛的改进节点法。

本节讨论采用改进节点法建立电路方程的方法。现在以图 1.1 所示的电路为例进行讨论。

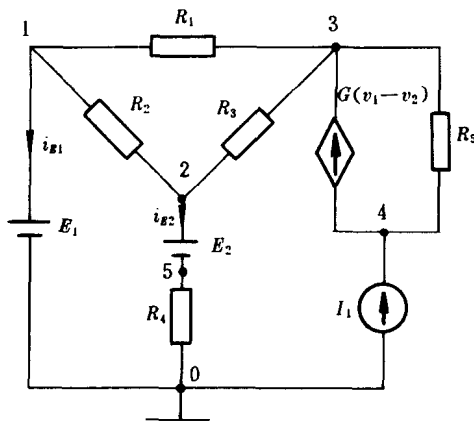


图 1.1

根据图 1.1 所示电路图,由节点 1 至节点 5 分别按 KCL 列出各节点的电流平衡方程,可得五个节点方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R_1}(v_1 - v_3) + \frac{1}{R_2}(v_1 - v_2) + i_{E1} &= 0 \\ \frac{1}{R_2}(v_2 - v_1) + \frac{1}{R_3}(v_2 - v_3) + i_{E2} &= 0 \\ \frac{1}{R_1}(v_3 - v_1) + \frac{1}{R_3}(v_3 - v_2) + \frac{1}{R_5}(v_3 - v_4) - G(v_1 - v_2) &= 0 \\ \frac{1}{R_5}(v_4 - v_3) + G(v_1 - v_2) &= I_1 \\ \frac{1}{R_4}(v_5 - 0) - i_{E2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

式(1.30)的方程组的未知变量除了五个节点电位 $v_1, \dots, v_5$ 外,尚有 i_{E1}, i_{E2} , 共 7 个未知变量,因此需根据电压源支路特性再补上二个支路电压方程

$$\left. \begin{aligned} v_1 - 0 &= E_1 \\ v_2 - v_5 &= E_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

将式(1.30)和式(1.31)合并成一个方程组,并将各支路电阻用电导表示写成矩阵形式

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \\ \textcircled{6} \\ \textcircled{7} \end{array} \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & -G_1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_3 & -G_3 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -G - G_1 & G - G_3 & G_1 + G_3 + G_5 & -G_5 & 0 & 0 & 0 \\ G & -G & -G_5 & G_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_4 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ i_{E1} \\ i_{E2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_1 \\ 0 \\ E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

把式(1.32)记作

$$Ax = B \quad (1.33)$$

其中,变量 $x = [v_n \ i_E]^T$, $B = [i \ e]^T$. v_n 为电路的各节点(除参考节点外)电位矢量, i_E 是电压源支路电流矢量, i 为独立电流源的电流矢量, e 是独立电压源的电压矢量。系数矩阵 A 可以按式(1.32)写成分块形式

$$A = \begin{bmatrix} Y_n & D \\ D_1 & C \end{bmatrix}$$

其中, Y_n 称为节点导纳矩阵。为了便于计算机自动形成 A 和 B , 下面详细讨论一下各电路元件的参数对 A 及 B 的贡献。

(1) 电阻 R

参照图 1.1 及式(1.32)。以电阻 R_1 为例,它接在节点 1 和 3 之间,

对节点 1: 其电流 $i_1 = G_1(v_1 - v_3) = G_1v_1 - G_1v_3$

对节点 3: 其电流 $i_3 = G_1(v_3 - v_1) = -G_1v_1 + G_1v_3$

因此,它对 $a_{11}, a_{13}, a_{31}, a_{33}$ 四个元素有贡献,其贡献值为

$$\begin{array}{ccc} a_{11} = a_{33} = G_1, & a_{13} = a_{31} = -G_1 \\ \textcircled{1} & \textcircled{3} \end{array}$$

即

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{3} \end{array} \begin{bmatrix} G_1 & -G_1 \\ -G_1 & G_1 \end{bmatrix}$$

推而广之,对于接在任意两个节点 e 和 f 之间的电导 $G = \frac{1}{R}$, 对 A 的贡献见图 1.2。

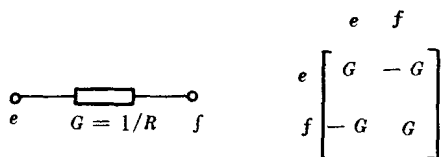


图 1.2

当一个节点上有几个电阻相连接时,矩阵 Y_n 中与该节点相关的元素值为各电阻分别对该元素贡献值的代数和。可见, Y_n 中各对角元素的值为与该相应节点相连的各电阻值倒数(即电导)之和,而非对角元素值为相应两节点间所接电阻值倒数的负值。

(2) 独立电压源 E

参照图 1.1 及式(1.32)中 E_2 , 有电压方程 $v_2 - v_5 = E_2$, 同样可以推得接在任意节点 e, f 间的电压源将对子阵 D, D_1 以及 B 有贡献, 见图 1.3。

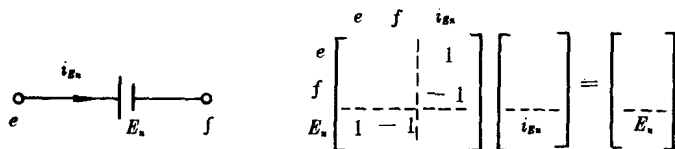


图 1.3

(3) 独立电流源 I_i

按上述相同的方法可以推得独立电流源仅对 B 中与它相连的节点所对应的行的元素有贡献, 见图 1.4。

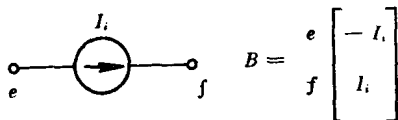


图 1.4

(4) 电压控制电流源 VCCS

图 1.5 所示的 VCCS 对节点 e 和 f 的电流贡献分别为 $G(v_j - v_k)$ 和 $-G(v_j - v_k)$, 所以它对 Y_n 中相应元素的贡献如图 1.5 所示。

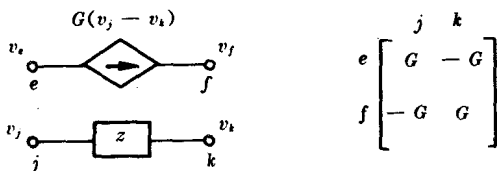


图 1.5

(5) 电压控制电压源 VCVS

如图 1.6 所示, 若 E_{ef} 是受控源, 受 $(v_j - v_k)$ 的控制, 即

$$E_{ef} = v_e - v_f = \mu(v_j - v_k) \quad (1.34)$$

与独立电压源相仿,需增加一个未知变量 i_E 。由此式(1.33)相应地也应增加一个方程,即式(1.34)。同时在与节点 e 和 f 相应的节点方程中也应增加 i_E 的贡献。因此,上述电压控制电压源对 A 和 B 的贡献示于图 1.6。

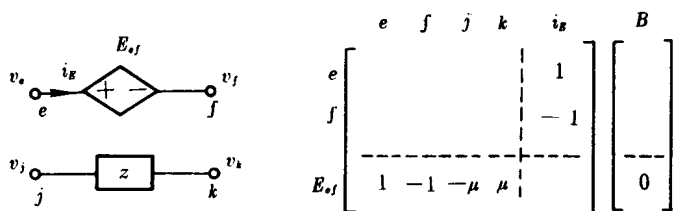


图 1.6

(6) 电流控制电流源 CCCS

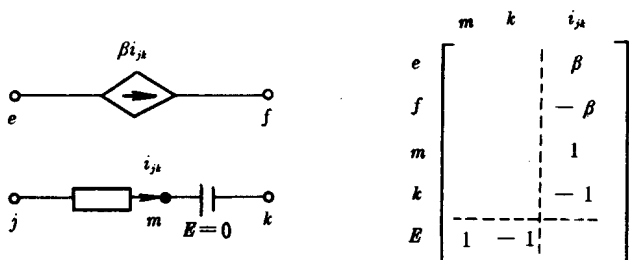


图 1.7

设支路 e, f 是一个受控电流源。它的电流受支路 j, k 的电流 i_{jk} 控制,控制系数为 β ,如图 1.7。对于一般的阻抗支路, i_{jk} 并不包含在式(1.33)的未知变量中。为方便起见且不失一般性,可以在支路 j, k 中插入一个电势为零值的独立电压源 E (图 1.7),这样并不影响原电路的特性和解。但是增加一个零值电压源 E 后, i_{jk} 作为流经 E 的电流就成为式(1.33)的一个未知变量,当然方程组也相应地增加了一个方程,控制支路也相应地由支路 j, k 变为支路 m, k 了。CCCS 对 A 的贡献也可以方便地求得,见图 1.7。

(7) 电流控制电压源 CCVS

与 CCCS 相仿,对于 CCVS 也可以在控制支路中插入一个零值电势的电压源 E ,如图 1.8 所示。由于受控电压源的存在,式(1.33)的未知变量中也应包括它的电流,所以这时 i_{ef} 及 i_{jk} 都包含在未知变量中。因为 $v_e - v_f = \gamma i_{jk}$,很容易推得 CCVS 对 A 的贡献,示于图 1.8。

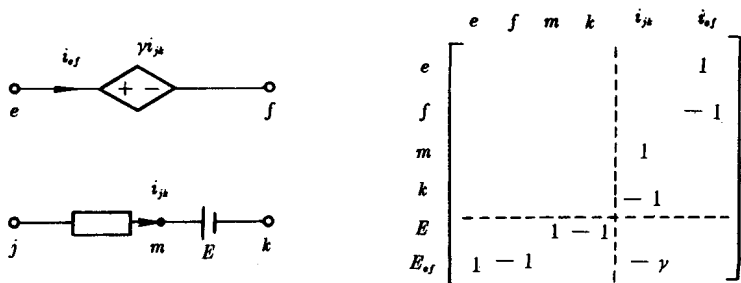


图 1.8