

全国控制理论及其应用 学术交流会论文集

中国自动化学会自动控制理论委员会 编

科学出版社

全国控制理论及其应用 学术交流论文集

中国自动化学会自动控制理论委员会 编

科学出版社

1981

内 容 简 介

本论文集系统地总结了我国近十年来自动控制理论方面的研究及应用。内容丰富,涉及面广,反映了新水平,提出了新问题。文集共分两部分,前部分为综述性文章,后部分包括了线性系统理论、系统辨识和滤波问题、非线性理论、最优控制、分布参数、大系统等内容。本书可供从事自动控制理论研究的科研人员、工程技术人员以及大专院校有关专业的师生参考。

全国控制理论及其应用 学术交流会论文集

中国自动化学会自动控制理论委员会 编
责任编辑 张建荣

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981年7月第一版 开本:787×1092 1/16

1981年7月第一次印刷 印张:17 1/4

印数:0001—4,600 字数:397,000

统一书号:15031·342

本社书号:2153·15—8

定价: 2.65 元

前 言

中国自动化学会自动控制理论委员会于1979年5月10日至17日在厦门召开了全国控制理论及其应用学术交流会。参加会议的有来自全国各地的研究机关、高等院校、工厂企业等65个单位的代表,共125人,这是我国自动控制理论工作者的一次盛大集会。

在会上宣读论文68篇,其中大会报告8篇,分组报告60篇。根据论文的内容分三组进行学术活动:

第一组: 线性系统理论

第二组: 系统辨识和滤波问题

第三组: 非线性、最优化、分布参数、大系统理论及其他

这次会议的论文涉及面较广,注意了理论与实际相结合,提出了不少新问题、新见解,反映了我国控制理论及应用研究的新水平、新动向。

为了扩大学术交流范围,向广大读者介绍会议情况,决定编辑出版这本论文集。由于论文集篇幅限制,所有论文都经过作者们再次精炼加工,压缩字数。有些论文拟投其他刊物,在论文集中只登摘要。本论文集所有论文初稿均在1979年3月10日前收到。

这次会议得到了国家科协、厦门市科协、厦门大学及与会许多单位的大力支持。论文集的编辑工作,得到论文作者、审阅者的积极协助,特此致谢。

此外,由于各种原因,还有一些论文未能刊入文集,同时由于编辑时间仓促及水平所限,论文集可能存在不少缺点或错误,希广大读者批评指正。

本文集主编关肇直,副主编疏松桂、屠善澄,编委涂序彦、秦化淑、黄琳、李文清、冯纯伯、韩京清、袁震东、袁著祉。

论文集的编辑出版,是我国控制理论及其应用工作中的一件大事,也是中国自动化学会自动控制理论委员会的第一个论文集,我们希望它能对我国控制理论的发展起到积极的作用。

1979年8月

AL53/04

目 录

第一部分 大会专题报告

对系统工程学的一些看法	张钟俊 侯先荣 (1)
非线性系统的分歧、失稳与控制	关肇直 (6)
线性算子在控制理论中的应用	李文清 (13)
控制理论的数学方法在现代物理中的应用	张学铭 (19)
微分对策——起源、发展和问题	张嗣瀛 (23)
计算机在控制工程中的应用	龚炳铮 (26)
适应控制系统的若干问题	卢桂章 袁著祉 (31)

第二部分 分组学术报告

第一组 线性系统理论

线性多变量系统的零极点配置与解耦控制	冯纯伯 (37)
线性系统的结构与反馈系统计算	韩京清 (43)
可控性、可观性的实用价值与“最经济结构”综合问题	涂序彦 (56)
李雅普诺夫第二方法与多变量线性系统	黄琳 郑应平 (62)
完全不变性和“Robust”调节器之间的一些关系	钱唯德 (71)
多变量系统中的极点给定综合法	叶正明 (72)
DDC 实时在线最优控制算法	苏士权等 (77)
根据对过渡过程的要求决定多变量系统极点配置的分解法	郭荣江 (82)
线性控制系统中的未知干扰补偿	王恩平 (86)
状态观测器在调速系统中的应用	高龙等 (90)
多变量解耦控制的应用研究	孙优贤 (97)
线性最优系统反馈控制的实现问题	郭仲伟 (102)
一类带积分反馈的线性最优调节器	陈兆宽 (108)
现代频域方法展望	郑应平 (113)
含有不确定因素的一类降维状态估计	许可康 (116)
线性时变系统的 L_2 -稳定性判据	张仁生 (118)
线性定常系统的李雅普诺夫函数公式和一类参数最佳问题	陈文德 (121)
自动调节系统的最优零点	林德新 (123)
同时考虑控制和扰动时电气传动系统的设计	周德泽 (127)

第二组 系统辨识和滤波问题

AIC 准则在模型系数检验中的应用	袁震东 (130)
随机能观测性和线性估计	陈翰馥 (135)
识别技术的应用软件包	王厦生等 (141)

线性系统识别的最小二乘相容估计·····	陈亚陵 (147)
一类奇异非线性方程的次优滤波·····	狄昂照 (154)
估计卡尔曼滤波器中 R 、 Q 的二个方法·····	郑毓蕃 (159)
ARMA 过程线性预报、滤波和平滑的新结果·····	邓自立 (164)
飞机组合导航系统的解耦滤波器·····	崔毅 (170)
2800 轧机精轧机座计算机控制数学模型的研究·····	顾关根 (174)
地空导弹气动参数的一个数字辨识方法·····	丘淦兴 (179)
硫酸盐木浆间歇蒸煮过程主体阶段的最优控制·····	韩志刚 (185)
多维多级随机系统的辨识与估计·····	范金城 (189)
用于识别系统的 D -最优信号*·····	张永光 (191)

第三组 非线性、最优、分布参数、大系统及其他

最可靠控制系统的综合·····	疏松桂 (193)
分布参数系统的最优控制问题·····	张学铭 (196)
非线性控制系统中的分歧现象与失稳问题·····	秦化淑 (197)
罚函数方法解最优控制问题的某些数学理论·····	陈祖浩 (204)
分布参数系统的时间最优控制·····	李训经 姚允龙 (210)
一类分布参数控制系统的边界控制、边界观测·····	王康宁 (212)
具有有限个负二次式的条件正定连续函数的实现·····	伍镜波 (218)
关于定量与定性微分对策·····	张嗣瀛 (224)
多指标最优控制与动态规划·····	吴沧浦 (225)
关于最优控制理论和计算机控制中的若干问题·····	李训经 (230)
液浮惯性陀螺的温度控制·····	毕大川 (233)
引力场中有关飞行控制的一个干扰定理·····	凌德海 (238)
带滞后环节的最优制导律·····	王朝珠 (245)
关于模糊 (Fuzzy) 最优化问题·····	袁萌 汪培庄 (250)
飞机的自适应控制·····	林道垣 (253)
非线性系统滑动状态的分析·····	余祖铸 沈福钧 (258)
大系统最优控制的一些基本方法·····	连瑞兴 (261)
大系统的模型简化综述·····	万百五 吴受章 (263)
精馏塔多级最优化问题·····	张艺全 姜志澄 (264)
大系统稳定性分析的若干方法·····	曾昭磐 (266)
快速数字随动系统·····	黄光远 (268)

对系统工程学的一些看法

张钟俊 侯先荣

(上海交通大学) (西安无线电技术研究所)

由于系统工程学尚处在继续发展的阶段,加之涉及范围极其广泛,因而人们对它的认识就不一致,难免众说纷云。在此,我们谈谈自己的一些见解。

为了便于讨论,我们首先给出如下定义:

系统工程学的任务是把工程技术和科学理论方法用于规划和设计复杂的考虑到

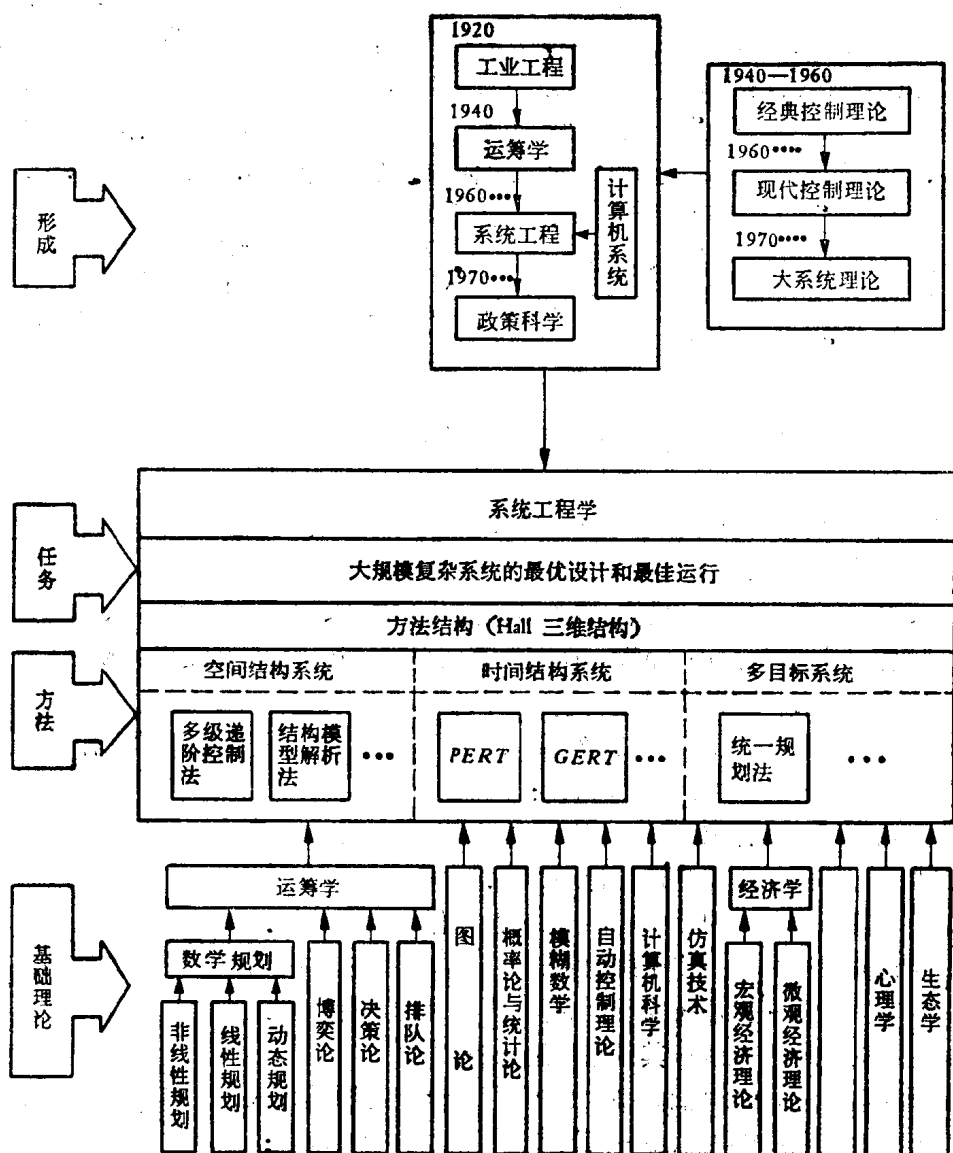


图1 系统工程学的形成、任务、方法及理论基础

人/机因素的大系统,使之达到信息、能量与物质等等的综合平衡,又具有良好的性能指标和经济指标;并且不断地完善规划与设计,使整个大系统最优地实施,最佳地运行。

概言之,系统工程学就是一种用来实现大规模复杂系统的最优设计和最佳运行的新的方法论。我们用图 1 来说明它的形成、发展及其体系。

一、系统工程学的形成和发展

图 1 概括出了系统工程学的形成和发展过程。这门学科起源于美国,其萌芽阶段可追溯到本世纪初的泰罗工业管理系统。廿年代,工程与企业管理紧密地结合在一起,形成“工业工程”,其主要内容有方法分析、质量管理、生产管理、成本管理和物资处理等等。到了四十年代,运筹学进入了管理领域,使管理科学与最优化技术发生了联系。六十年代以后,电子计算机大量投入使用和现代控制理论的创立,给系统管理提供了新的技术、方法和理论。贝尔电话公司在发展美国微波通信网络时,为了缩短科学发明及投入应用的时间,首先采用了一种命名为“系统工程”的方法论——按照时间顺序把工作划分为规划、研究、研制、研制阶段的研究和通用工程等五个阶段。1957 年, H. Goode 和 R. E. Machol 出版了第一本以“系统工程”命名的书。到六十年代初,系统工程学已形成独立学科。一些大学开始设立这方面的专业、系或研究中心。从 1964 年起,美国每年都要举行系统工程专业学术会议,并出版专刊。1970 年以后,行为科学渗入系统工程领域,从而产生了一门新的学科——“政策科学”。

二、Hall 系统工程三维结构

图 1 所示的系统工程方法结构——Hall 三维结构是系统工程方法的基础,它为解决目前的许多大规模复杂系统提供了一个统一的方法思路,而又集中地体现了系统工程方法整体化、综合化和最优化的特点。诸如多级递阶控制法、结构模型解析法、PERT、GERT 等方法都蕴含在该结构之中,而统一规划法等则是具体运用该结构的规划阶段,稍加改进后提出的一种方法。

Hall 系统工程三维结构,如图 2 所示。图中,时间维是指系统工作从规划到更新的大略顺序或阶段。共分为七个阶段:

- 1) 规划阶段——谋求系统工程活动的政策或规划。
- 2) 拟订方案——提出具体的计划方案。
- 3) 研制阶段——实现系统的研制方案,并作出生产计划。
- 4) 生产阶段——生产出系统的零部件及整个系统,并提出系统的安装计划。
- 5) 安装阶段——把系统安装好,并完成系统的运行计划。
- 6) 运行阶段——系统按其预期用途服务。
- 7) 更新阶段——取消旧系统代之以新系统;或将原系统改进,使之更有效地工作。

逻辑维是指系统工程的每一个阶段所要完成的七个步骤:

- 1) 阐明问题——尽量全面地收集和提供有关要解决问题的历史、现状及发展趋势的

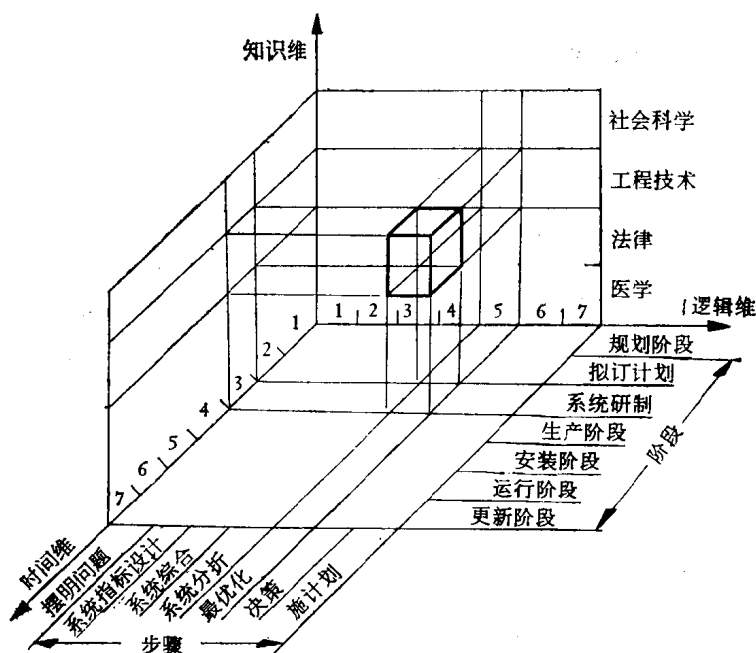


图2 Hall 系统工程三维结构

资料和数据。

2) 系统指标设计——提出为解决问题需要达到的目的,并定出衡量是否达到目的的标准。

3) 系统分析(和建立模型)——按照目的的达到、问题的解决和需求的满足去加深理解所提出政策、活动与控制或系统的相互关系、性能及特点。

4) 系统综合——把可能入选的能够达到预期目的的政策、活动、控制或整个系统概念化。

5) 最优化(或选择阶段的评定)——精心选择所提出的政策的参数与系数,使每个政策都是满足系统指标的最好政策。

6) 决策——选定一个或多个政策,或进一步考虑系统的价值。

7) 实施计划(或执行下一个阶段)——不断地修改、完善上述六个步骤,并把它们确定下来,以保证顺利地进入系统工程的下一个阶段。

知识维指的是完成上述各阶段和步骤所需要的各种专业知识与技术素养。

目前,系统工程学在工业企业、军事、农业、能源、城市规划、环境保护、医学卫生、社会经济等系统中得到广泛的应用。利用 Hall 三维结构可以得到预测工业与社会改革的经济成本和社会收益的模型;进一步确立实行改革所需各种技术的关于成本/收益因素的初始结构;根据该初始结构再进行评定、辨识和改进,以确保所选取的改革不但在技术上是完善的,而且是以最小的代价(有时甚至是无偿的)获得最大的社会收益。例如,日本政府在拟订廿一世纪初的发展规划时,就利用这种方法,把人口(生、老、病、死等)、资源(矿山、农林、渔、海洋开发等等)、工业(劳动生产率、产品、产量、质量、市场……)、环境污染等四个主要变量汇编成数学模型,用数字计算机模拟求解,得到预期的较为理想的调节效果,从而制定了他们的规划方案和经济政策。

三、系统工程学的理论基础

从上面的分析中可以看出,系统工程学是一门高度综合性的边缘学科,它要用到许许多多的基础理论,如图 1 中所列举的运筹学、概率论和统计学、自动控制理论、模糊数学、计算机科学、经济学、哲学等等。下面,我们仅就如下两种发展中的学科作个简略的介绍。

1. 模糊数学

人们在处理许多复杂的系统时,往往无法利用传统的定量分析方法,有些系统即使可以作出精确的定量分析,但因异常复杂,就连最好的数字计算机也无法求解。为了解决这种传统数学方法的精确性与现实事物信息的模糊性之间的矛盾,美国控制论学者 Zadeh 首先提出用语言变量代替精确的数值变量,创立了一套模糊算法来表征和处理模糊系统的复杂关系,从而确立了描述模糊系统的一种近似的,然而却是非常有效的方法。其主要目标是探索更加接近人类大脑功能的处理模糊事物的方法。尽管它还处在发展的初期阶段,但在系统工程学中的应用已获得了显著的成效,展现着诱人的图景。

2. 经济学

经济学理论通常分为两大类——宏观经济理论和微观经济理论。所谓宏观经济理论,系指研究国民经济结构和最佳地制定国民经济方针、政策及计划的理论;而微观经济理论是研究公司、企业、工厂等的经济政策和计划及其最佳调节的理论。

1952 年,第一次获得诺贝尔经济学奖金的 R. Frisch 和 Tinberger 提出的宏观经济理论体系是:根据经验用宏观经济模型的计量经济模型来描述国民经济的结构,进而制定政策的主要指标,并确定所订指标与有效地完成这些指标所需的政策手段(控制)之间的关系。在这个基础上,六十年代里, H. Theil 等人进行了扩充,发展成为目前的宏观经济理论体系。作为控制对象的经济结构,一般都是复杂的多支、多级、多变量系统,特别适合于现代控制理论的状态空间方法的应用。进入七十年代后,对于宏观经济政策问题,从系统工程学研究大系统的观点,提出了许多有效的近似分析方法与决定最佳控制律的新途径。美国华裔科学家何毓琦、邹至庄两教授在这方面作出了重大贡献。

四、结 束 语

美国的许多著名学者指出,合理而又有效地利用人类的财富,综合而又最优地把科学技术应用于社会问题的最大障碍是缺乏真正好的系统工程师。Hall 曾明确指出,系统工程师应有如下五个条件:

- 1) 能够用系统工程学的观点抓住各类复杂事物的共性;
- 2) 具有客观判断和正确评价问题的能力;
- 3) 富有想象力和创造性;
- 4) 具有处理人事关系的机敏性;

5) 具有掌握和使用情报的丰富经验.

有关系统工程学的教育,美国通称 OR/MS¹⁾ 教育,每年都培养出大批专门技术人才,称为系统工程师或分析专家,从事工业企业和政府机关中大系统的规划、设计和决策工作.其他国家也纷纷向美国学习,积极开展这项工作.据称,在七十年代初期美国有系统工程师十七万五千人,日本在 1975 年已有系统工程师十一万多人.

在向“四化”进军的伟大的新长征中,在党中央的英明领导下,目前我国也十分重视系统工程学的研究和应用工作.国家科委在制定 78—85 年科学发展规划时,已把它列入国家重点科研项目之一.有些院校、科研单位和国家有关部委已成立了相应的研究机构.象技术经济、现代化管理学会等学术组织也相继成立.我们相信,不久这门学科将在我国生根开花,为加速我国四个现代化的进程、高速地发展我国的国民经济而作出它应有的贡献.

1) OR—Operations Research, MS—Management Science.

非线性系统的分歧、失稳与控制

关肇直

(中国科学院数学研究所)

一、引言

对于线性定常控制系统的设计,稳定性问题非常重要. 对于非线性系统,系统的失稳常伴随着分歧现象. 对于依赖于一个或多个参数的非线性系统,随着参数变化经过一些临界值,系统由只有一个平衡态变成有好几个平衡态,而这时系统原有的平衡态常常可能失去稳定性,别的平衡态或周期振荡可以“分岔”出来. 因此,对于非线性控制系统的研究,非常关心什么时候对于参数的哪些临界值发生分歧(分岔). 而当发生分歧时,哪些平衡态或哪些周期解是稳定的,而哪些不稳定? 分歧现象为非线性系统所特有的,从而非线性系统的失稳与通过控制而镇定的研究,比线性系统复杂得多.

早在一些非线性振动的专著中,曾论述过分歧现象. 例如 A. A. Андронов, A. A. Витт 与 С. Э. Хайкин 著的《振动理论》(1959 年第二版),就讨论过系统

$$\frac{dx}{dt} = f(x, \lambda) \quad (\lambda \text{ 是实参数}) \quad (1.1)$$

的分歧现象: 多重平稳态的出现,从平稳态产生极限环,稳定性的改变. 该书还讨论了单自由度的自振系统

$$\ddot{x} + x = \mu f(x, \dot{x}, \lambda) \quad (1.2)$$

这里 λ 是小参数,表征自振系统接近线性守恒系统的程度, λ 是实数(如互感系数等),其变化影响乃是我们所关心的. 该书还讨论了这个系统极限环的产生及其稳定性.

近来,对非线性系统的研究,使得分歧问题获得了较大进展. 通过实验与观察以及计算机仿真,对于分歧现象的发现,以及从数学上作定性及定量研究,使得关于这类现象的认识逐渐深入了. 除 Андронов 等人所讨论过的集中参数系统外,还有分布参数系统的分歧与失稳,特别是流体动力学的稳定性,已经受到大量的研究. 但从控制的角度来研究,还只刚刚开始. 如在文献[11]中,用分歧分析与突变理论方法来研究电力系统的瞬态与动态稳定性问题,并讨论了这种方法对于模型降阶、非线性系统的辨识与控制等问题.

如果失稳与分歧现象密切关联,而分歧又发生在描述系统的方程中某参数经过临界值的时候,那末如果不但能找到这些分歧值(临界值),以及系统从稳定变成失稳的条件,而且对系统施加控制,改变系统特性,避开分歧或消除失稳的条件,就可能使系统回到稳态或保持其稳定性.

因此,把非线性系统的控制与系统分歧的发生与否联系起来研究是有意义的. 国内已经有人从这个角度对于集中参数系统做了初步探讨^[1]. 关于分布参数系统,我们也刚开始从这方面进行探讨.

值得注意的是英国剑桥大学 M. J. Lighthill 爵士的学派及 A. L. Mess, D. J. Allwright 等人的工作。他们把 Hopf 分枝理论同频率法结合,一方面对谐波平衡法给出了严格的理论基础,同时,所得的结果便于熟悉频率法的工程界同志理解、掌握和应用。

这里简略地谈一谈平衡态的分歧与失稳、极限环的产生和稳定的判据、分布参数的分枝与失稳等问题。最后简略地提出一些值得从这个角度进一步研究的问题。

二、平衡态的分歧、多重平衡态及其稳定性

例如化学反应系统,在假定封闭时,即设系统与其周围环境无质量和能量传递,且忽略浓度随空间位置的变化,能描述成非线性微分方程组

$$\frac{dc}{dt} = F(c) \quad c(0) = c_0 \quad (2.1)$$

这里 $c \in R^n$, 如果 ν_{ij} 表示参与反应的第 i 种化学反应物在第 j 个反应中, 化学反应方程里出现的分子数。而 Λ_0 表示 $\nu = (\nu_{ij})$ 的行矢量张成的 r 维子空间, 那末式(2.1)的每个解 $c(t)$ 必满足

$$c(t) - c_0 \in \Lambda_0$$

换句话说,式(2.1)的解属于

$$\Lambda(c_0) \triangleq \Lambda_0 + c_0 = \{x \in R^n | x = c_0 + y, y \in \Lambda_0\}.$$

由于从化工的意义上说,浓度 $c_i > 0$ (c_i 是 c 的分量), 所以我们关心的是 $\Lambda(c_0)$ 中正元的子集

$$\Lambda^+(c_0) \triangleq R_+^n \cap \Lambda(c_0), \quad (2.2)$$

并称式(2.2)为与点 c_0 相应的不变流形。 $\Lambda^+(c_0)$ 是 R_+^n 中闭凸有界集。

(2.1)的平衡态即满足

$$F(c) = 0 \quad (2.3)$$

的 c 。在子空间 Λ_0 中引进内蕴座标 $(\xi_i)_{1 \leq i \leq r}$, $c - c_0 = \nu^T \xi$, 于是(2.1)式化成

$$\frac{d\xi}{dt} = \tilde{f}(\xi), \quad \xi(0) = 0, \quad (2.4)$$

$$\tilde{f}(\xi) = f(c), \quad c \in \Lambda^+(c_0), \quad c = \nu^T \xi + c_0.$$

在数学假定

$$\tilde{f} \in C(\tilde{\Lambda}(c_0)) \cap C^1(\tilde{\Lambda}^0(c_0))$$

即 $\tilde{f}$ 是 $\Lambda^+(c_0)$ 在变换 $c - c_0 = \nu^T \xi$ 之下的象 $\tilde{\Lambda}(c_0)$ (这是 R^r 中单纯形) 中的连续函数, 又在集 $\tilde{\Lambda}(c_0)$ 的内部 $\tilde{\Lambda}^0(c_0)$ 中有连续一阶导数。于是能证明, 如果在 $\tilde{\Lambda}^0(c_0)$ 中平衡点个数有穷, 而且 Jacobi 行列式 $J_{\tilde{f}}(\xi) \triangleq \det \left(\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \xi} \right)$ 在每个平衡点处不等于 0, 那末平衡点个数必是奇数, 记成 $2m + 1$, 而其中 $m + 1$ 个的指数¹⁾是 $(-1)^r$, 其余 m 个的指数是 $(-1)^{r+1}$ 。

令 $c^* \in \Lambda^+(c^*)$ 是(2.1)式的平衡点, 并令 $\xi = 0$ 是(2.4)式的相应平衡点, $c - c^* = \nu^T \xi(c, c^*)$ 。设雅科比阵 $J_{\tilde{f}}(0)$ 的本征值都在左半开平面中, 则 c^* 是稳定平衡点, 此外, 如果 $|c^* - c_0|$ 充分小, 则 $c_0^* \in \Lambda^+(c_0)$ 使 $c(t) \rightarrow c_0^*$, 这里 $c(t)$ 是(2.1)式的解, 且 $|c^*$

1) 注文的内容见本文末。

— $c_0^*| \rightarrow 0$. 设 c 与 ξ 的关系是

$$c - c_0 = \nu^T \xi(c, c_0), \quad c \in \Lambda(c_0),$$

且 $c_0^* - c_0 = \nu^T \xi_0^*$

那末点 $\xi_0^* \in \tilde{\Lambda}(c_0)$ 是(2.4)式的渐近稳定平衡点.

用指数刻划,有下列结果:(2.4)式的平衡态为满足

$$J\tilde{f}(\xi^*) \approx 0$$

且如它的指数满足

$$\text{ind}(\tilde{f}_1 \xi^*, 0) \times (-1)^r < 0$$

则这个 ξ^* 是不稳定. 如一给定流形 $\tilde{\Lambda}$ 中一切平衡态满足 $J\tilde{f}(\xi^*) \approx 0$, 那末, 这些点的个数是奇数 $2m + 1$, 其中至少有 m 个是不稳定.

现考察参数 λ 的系统

$$\frac{dx}{dt} = F(x, \lambda). \quad (2.5)$$

如果 $F(x, \lambda) = 0$ 的解乃是某物理(工程)系统的定态, 则特别值得关心的是当 λ 小于某临界值 λ_0 时, 系统只有不足道平衡态, 且是稳定, 而当 λ 超过 λ_0 时不足道平衡态变成不稳定, 且有非不足道平衡态出现. 在 $\lambda > \lambda_0$ 时出现的非不足道解叫做超临界的, 而在 $\lambda < \lambda_0$ 时出现的非不足道解叫做亚临界的. 一般能证明: 亚临界分歧是不稳定的, 而超临界分歧是稳定的.

多重定态情况出现于化学管式反应器中^[2]. 对于管式反应器的稳定性研究主要关心它的定常分布, 即定态解对于外干扰的稳定性. 根据文献[2], 对于这种反应器, 当不计轴向热、质传递时, 一种给定的进口条件只对应于唯一出口温度, 当然也只有唯一的定常分布. 随着混合程度的增加, 热、质传递加强, 同样的进口条件可能分别对应于两个或三个出口温度, 因而也可能出现两种或三种定常分布. 只有一个定常分布的系统从一种定态过渡到另一种定态, 使系统由稳定变成不稳定. 即使利用这里所说的集中参数系统的描述, 求解非线性方程也仍然很困难, 但利用分歧理论对分歧和失稳现象做定性分析, 再用数值分析作定量研究, 完全有可能为工程实际提供充分有用的论据.

三、分歧与极限环的产生

考察集中参数系统

$$\dot{x} = F(x, \lambda) \quad \lambda \in R' \quad (3.1)$$

设

$$F(0, \lambda) = 0 \quad \forall \lambda \in \Lambda \subset R' \quad (3.2)$$

当 $\lambda \rightarrow \lambda_0$ (无妨取 $\lambda_0 = 0$) 时, Jacobi 阵 $F'_x(0, \lambda_0)$ 有两个纯虚本征值 $\pm i\beta$, 并且 $F'_x(0, \lambda_0)$ 没有别的本征值等于 $i\beta$ 的整数倍. 设 $\alpha(\lambda) + i\beta(\lambda)$ 是本征值 $i\beta$ 的延拓, 并设 $\alpha'(0) \neq 0$, Hopf 分歧定理^[3]断言, 在上列条件下, 存在连续函数 $\lambda = \lambda(\varepsilon)$, $T = T(\varepsilon)$, 依赖于参数 ε , 使得

$$\lambda(0) = \lambda_0 = 0, \quad T(0) = \frac{2\pi}{\beta},$$

并使方程(1)有非常值周期解 $\mathbf{x}(t, \varepsilon)$, 其周期是 $T(\varepsilon)$, 而当 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时, 这个周期解萎缩成零解 $\mathbf{x} = 0$.

粗略说来, 自治非线性系统依赖于参数 λ , 其变化引起平衡态改变其局部稳定性属性. 从控制的角度看来, 问题在于在什么场合下周期解的出现伴随着平衡点稳定性的改变. 这就是说, 要找出平衡点附近出现极限环的条件以及判断极限环是否稳定的准则.

下面按 Mees 与 Chua^[5]的形式叙述时域的 Hopf 分歧定理.

设(3.1)是 n 阶 ($n \geq 2$) 系统, 参数 $\mu \in \mathbf{R}'$, $\mathbf{F}(\cdot, \cdot) \in C^4$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, $\lambda \in \mathbf{R}'$, 设有局部唯一的平衡点 $\hat{\mathbf{x}}(\lambda)$:

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}(\lambda), \lambda) = 0.$$

设 $J(\lambda)$ 表示在 $\hat{\mathbf{x}}(\lambda)$ 处计算的雅可比阵:

$$J(\lambda) = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}(\lambda)}.$$

假设

1) $J(\lambda)$ 有一对单重复共轭本征值

$$\mu(\lambda) = \alpha(\lambda) + j\omega(\lambda),$$

$$\bar{\mu}(\lambda) = \alpha(\lambda) - j\omega(\lambda).$$

这里 $\alpha(\lambda_0) = 0$, $\alpha'(\lambda_0) > 0$.

2) $J(\lambda)$ 的每个别的本征值 $\nu(\lambda)$ 满足

$$\operatorname{Re} \nu(\lambda_0) \neq 0,$$

3) $\sigma_0 \neq 0$, 这里

$$\sigma_0 = -\operatorname{Re} \left\{ \frac{\mathbf{u}^T G(j\omega) \mathbf{p}(\omega, \nu)}{\mathbf{u}^T G'(j\omega) \mathbf{J}_\nu} \right\}. \quad (3.3)$$

$G(\cdot)$ 是控制回路线性部分的传递函数(见图 1), $\mathbf{e}(t)$ 是误差信号, $\hat{\mathbf{e}}$ 是在 $\mathbf{e}(t)$ 的二阶谐波平衡解中的非周期分量:

$$\mathbf{e}(t) = \hat{\mathbf{e}} + \sum_{k=2}^i \mathbf{E}^k \exp jk\omega t,$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{f}'_x(\hat{\mathbf{e}}), \quad \mathbf{Q} = \mathbf{f}''_{xx}(\hat{\mathbf{e}}) \mathbf{E}', \quad \mathbf{L} = \mathbf{f}'''_{xxx}(\hat{\mathbf{e}}) \mathbf{E}' \otimes \mathbf{E}',$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{Q} \mathbf{E}^0 + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{E}^2 + \frac{1}{8} \mathbf{L} \bar{\mathbf{E}}' + O(|\mathbf{E}'|^4),$$

符号上面的一横表示取复共轭, $\mathbf{V}$ 是 $\mathbf{G}\mathbf{J} = \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{J}$ 的属于 $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(j\omega)$ 的右本征矢量, $\mathbf{u}$ 是相应左本征矢量.

于是 λ_0 必有一开邻域 V , 使得对于每个 $\lambda \in V$, $\hat{\mathbf{x}}(\lambda)$ 有一大小为 $\varepsilon = O(|\alpha(\lambda)|^{1/2})$ 的开域 O , 使得下列三命题成立:

(a) 如 $\alpha(\lambda)\sigma_0 < 0$, O 中有唯一周期轨道. 对于充分接近 λ_0 的 λ , 与这周期轨道相应的时间波形是几乎正弦形的, 其角频率是

$$\omega(\lambda_0)/2\pi + O(|\alpha(\lambda)|),$$

其幅度与 $\sqrt{|\lambda - \lambda_0|}$ 按同一速率增大.

(b) 如 $\sigma_0 < 0$ 且 $\operatorname{Re} \nu(\lambda_0) < 0$ 对于 $\mu(\lambda_0)$ 与 $\bar{\mu}(\lambda_0)$ 以外的一切本征值 ν , 则这个周期

轨道是吸引的。

(c) 如 $\sigma_0 > 0$ 且 $\operatorname{Re} \nu(\lambda_0) > 0$ 对于 $\mu(\lambda_0)$ 与 $\bar{\mu}(\lambda_0)$ 以外的一切别的本征值 ν , 则这个周期轨道是排斥的。

更便于应用的却是所设图解的 Hopf 定理^[5]。设 Σ 是图 1 中的反馈系统, 系统方程:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{g}(C\mathbf{x}, \lambda), \quad (3.4)$$

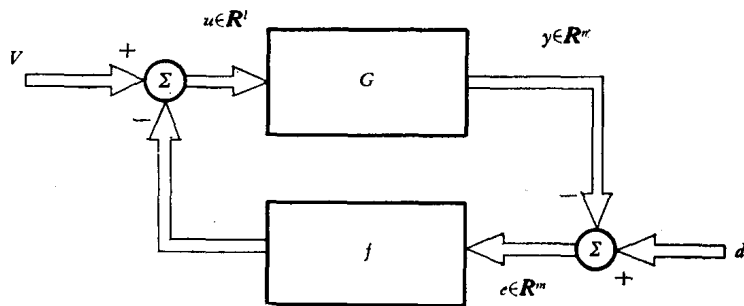


图 1

B 是 $n \times l$, C 是 $m \times n$ 阵, $\mathbf{g}: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^l$. (3.1) 式是 (3.4) 的特殊情形: $A = 0$, $B = C = 1$, $\mathbf{f} = \mathbf{g}$. 设 $\mathbf{f}: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^l$ 是 C^1 . 设 $\hat{\mathbf{e}}$ 是

$$G(0)\mathbf{f}(\hat{\mathbf{e}}) + \hat{\mathbf{e}} = 0$$

的局部唯一解, 并令 $J = \mathbf{f}'_{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{e}})$. 设 $\hat{\mathbf{x}}$ 是 (3.1) 或 (3.4) 式的相应平衡态. 设 $G(s)J$ 的特征函数记作 $\mu(s)$ 而 $\hat{\mu}$ 是 μ 的分量, 对应于与负实轴相交的最接近 $-1 + j0$ 的点 $\hat{\mu}(j\omega_R)$ 的特征轨迹的分支。

令

$$S(\omega_R) \triangleq \frac{-\mathbf{u}^T G(j\omega_R) \mathbf{p}(\omega_R, \mathbf{V})}{\mathbf{u}^T \mathbf{V}}$$

这里的符号说明见前面. 设 $S(\omega_R) \approx 0$, 而从 -1 沿 $S(\omega_R)$ 所确定的方向在半线与 $\hat{\mu}(j\omega)$ 的轨迹最先交于 $\hat{\rho}$, 而

$$\hat{\mu}(j\hat{\omega}) = \hat{\rho} = -1 + \hat{\theta}^2 S(\omega_R), \quad \hat{\theta} \geq 0.$$

如果

1) 相交是横切的;

2) 特征轨迹与联结 $-1 + j0$ 到 $\hat{\rho}$ 的闭线段没有别的交点, 则必有 $\theta_0 \geq \theta_1 > 0$, $\omega_0 \geq \omega_1 > 0$, 使得:

(a) 如 $\hat{\theta} < \theta_0$, 且 $|\omega - \omega_R| < \omega_0$, 系统 Σ 有一周期解, 其频率是 $\omega = \hat{\omega} + O(\hat{\theta}^1)$, 使得

$$\mathbf{e}(t) = \hat{\mathbf{e}} + \sum_{k=-2}^2 \mathbf{E}^k \exp jk\omega t + O(\hat{\theta}^3),$$

这里 $\mathbf{E}^k (k = 0, \pm 1, \pm 2)$ 已在前面说明了。

(b) (3.1) 式的极限环在以 $\hat{\mathbf{x}}$ 为圆心, 以 $0(1)$ 为半径的球中唯一, 如 $\hat{\theta} < \theta_1$ 而 $|\omega - \omega_R| < \omega$, 极限环是在上述球中唯一的吸引环, 只要下列环绕条件成立: μ 的一切分歧反时针方向环绕 $\hat{\rho} + s\delta$ 的总次数等于 μ 的具有正实部的极点个数. 这里 $\delta > 0$ 是充分小的数, 使上述轨迹与半线不会获得新交点。

对于多个参数的情形, 也有人考虑了^[6]。

四、分布参数系统的分歧与失稳

化工中反应器更确切的描述是用偏微分方程。近年来,从分布参数系统的角度研究分歧现象,包括平衡点的多重性与周期解的出现,也逐渐多起来,特别是在流体力学稳定性方面。近十余年,用分歧理论成功地从理论上说明了在实验上早已观察到的 Bénard 问题(两个温度不同的平板之间粘性流体的对流)与 Taylor 问题(两个以不同角速度旋转的同轴圆柱或同心球之间粘性流体的流动)^[8,7]。1977 年 W.H. Ray^[10] 提出未来研究方向时指出,应提供内容更丰富的分布参数分歧理论,来直截了当地处理化学反应中非均匀定态与波运动的分歧。

分歧理论在国外研究的人很多,涉及流体力学、弹塑性理论、等离子体、核反应堆、化学反应、天体物理、气象、生物等等多种学科,但从分布参数系统的理论来说,把分歧理论和控制理论相结合的工作似乎很少见。

五、展 望

在引言中谈到我们的最终目的是在分歧理论的基础上如何施加控制消除失稳条件,从而实现稳定。我们的工作还处于刚开始探索的阶段。多方面的工程实践中常遇到非线性系统。例如:导弹运动、导引头的天线罩问题等集中参数系统;等离子体约束、化学反应的控制、核反应堆的控制、由卫星液体燃料晃动引起的姿态控制问题,液浮陀螺的温度控制等等分布参数系统。值得研究的问题非常多。如果这种看法还有可取的地方,希望国内的同行共同努力。

举导弹的运动为例,如取马赫数为参数,则描写导弹的质心与姿态运动的六个方程为

- 1) 设 $f: \bar{Q} \rightarrow R^n$ 是连续映象, Q 是 R^n 中有界开集,如果在 ∂Q 上, $f(x) \neq y$, 那末映象 f 在 Q 中取值 y 的度数是一整数值函数

$$\{f, Q, y\} \rightarrow d(f, Q, y)$$

使得

- 1) 当在 $Q \subset f(x) \neq y$ 时, $d(f, Q, y) = 0$.
- 2) 当 $f(x) = x$, $y \in Q$ 时 $d(f, Q, y) = 1$.
- 3) 设 $\bar{Q}$ 分解成

$$\bar{Q} = \bigcup_{i=1}^m \bar{Q}_i$$

其中诸开集 Q_i 两两不相交。

$$Q_i \cap Q_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, m.$$

设 $f(x)$ 不仅在 ∂Q 上,也在 $\partial Q_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 上不取值 y . 那末

$$d(f, Q, y) = \sum_{i=1}^m d(f, Q_i, y).$$

- 4) 设 f, g 都满足上面对于 f 所加的条件. 如果 f 与 g 在 ∂Q 上同伦,即有一映象

$$h: \partial Q \times [0, 1] \xrightarrow{\text{连续}} R^n,$$

使得 $h(x, 0) = f(x)$, $h(x, 1) = g(x)$, $\forall x \in \bar{Q}$, $h(x, t) \neq y$, $\forall x \in \partial Q$, 那末 $d(f, Q, y) = d(g, Q, y)$.

对于 $f^{-1}(y)$ 的孤立点 $x \in Q$, f 在 x 处取值 y 的指数 $\text{ind}(f, x, y)$ 是指 f 在小球 $K(x, r)$ 中取值 y 的度数,这里 $r > 0$ 充分小,使得球 $K(x, r)$ 不含 $f^{-1}(y)$ 中别的点:

$$\text{ind}(f, x, y) \triangleq d(f, K(x, r), y).$$