科学版

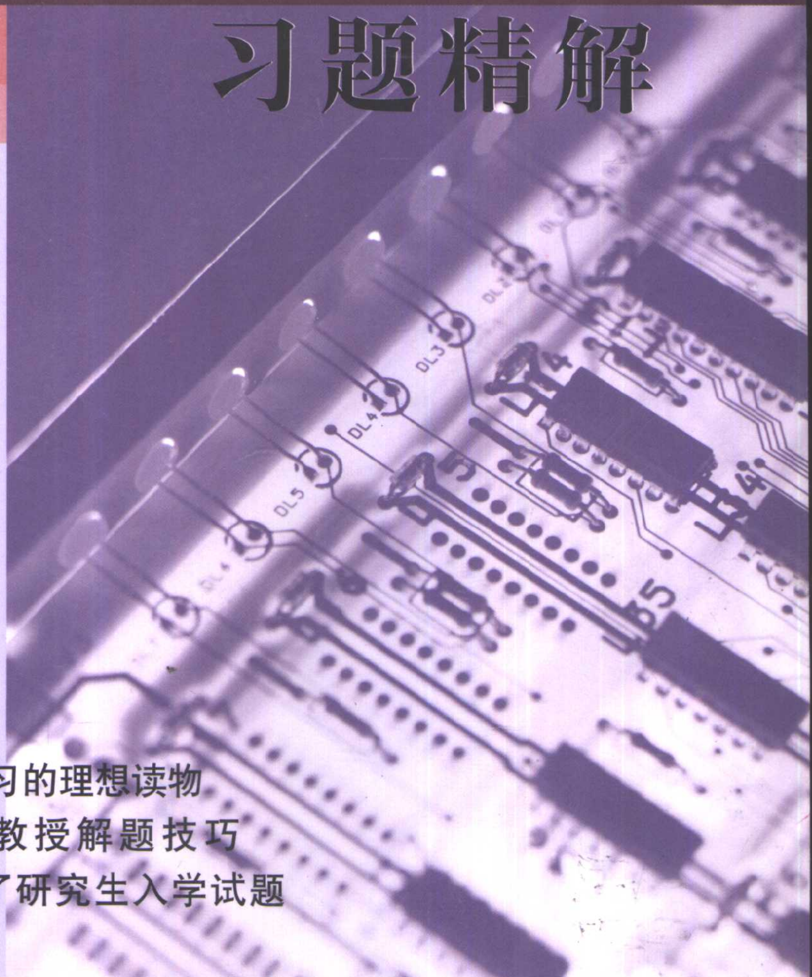
高等院校电子信息类学习指导丛书

信号与系统

习题精解

杨林耀
王松林 编

6



- 课程学习与考研复习的理想读物
- 通过典型例题教授解题技巧
- 习题中收录了研究生入学试题

科学出版社
www.sciencep.com

高等院校电子信息类学习指导丛书

信号与系统习题精解

杨林耀 王松林 编

科学出版社

2002

内 容 简 介

本书为“信号与系统”课程的教学辅导教材，按照教学大纲的要求，其内容分为连续系统和离散系统的时域分析和变换域分析，系统函数和状态变量分析。每章分为三部分：重点和难点、习题精解，每章试题。书中习题的选择，突出了每章的重点和难点，并且能够兼顾到不同层次的读者，在解题的过程中更加强调解题思路是否开阔。书中最后给出三套试题，方便学生进行自测。本书可作为本科、专科（含自学考试和成人教育）学生学习“信号与系统”课程的辅导书。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统习题精解/杨林耀，王松林编．—北京：科学出版社，2002
（高等院校电子信息类学习指导丛书）
ISBN 7-03-009925-7

Ⅰ．信…　Ⅱ．①杨…②王…　Ⅲ．①信号理论-高等学校-解题②信号系统-高等学校-解题　Ⅳ．TN911.6-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 093164 号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
源海印刷厂 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2002 年 9 月第 一 版　开本：B5（720×1000）
2002 年 9 月第一次印刷　印张：15 3/4
印数：1—5 000　字数：318 000

定价：23.00 元

前　　言

本书是学习“信号与系统”课程的辅导教材，是根据国家教育部(原国家教育委员会)1995年颁布的高等工科学校“信号与系统课程教学基本要求”所规定的内容编写而成的。本书可作为本科、专科(含自学考试和成人教育)学生学习信号与系统课程的同步辅导教材，也可作为考研的辅导教材。

在本书的编写中，我们注意了以下几个方面：

(1) 在习题的选择中，有基本题，也有较灵活和较深入的题，适于不同层次的读者选用。

(2) 在解题过程中，着重讲清楚解题的思路，并介绍不同的解题方法和技巧，以便开拓学生解题思路。

(3) 书中除了介绍每章的重点和难点以外，在习题的选择和解题过程中也突出了每章的重点和难点，希望通过习题让学生掌握本课程的基本知识。

(4) 本书最后有三套综合试题，读者学习本课程结束后，可以进行自测。

本书由杨林耀编写第一至四章，王松林编写第五至八章。吴大正教授仔细审阅了全书，并提出许多宝贵意见，谨致以衷心的感谢。

限于编者水平，书中难免有不妥和错误之处，恳请读者指正。

编者

2001年4月于西安电子科技大学

书中符号说明

(1) $f(t)$,[$f(k)$]: 激励

(2) $y(t)$,[$y(k)$]:响应

(3) $y_x(t)$,[$y_x(k)$]: 零输入响应

(4) $y_f(t)$,[$y_f(k)$]: 零状态响应

(5) $\varepsilon(t)$,[$\varepsilon(k)$]: 单位阶跃函数(序列)

(6) $\delta(t)$,[$\delta(k)$]: 单位冲激函数(序列)

(7) $h(t)$,[$h(k)$]: 单位冲激(序列)响应

(8) $g(t)$,[$g(k)$]: 单位阶跃响应

(9) $g_\tau(t)$: 幅度为 1,宽度为 τ 的门函数

(10) $H(\mathrm{j}\omega)=|H(\mathrm{j}\omega)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(\omega)}$: 系统的频率响应

$|H(\mathrm{j}\omega)|$: 系统的幅频响应(幅频特性)

$\varphi(\omega)$: 系统的相频响应(相频特性)

(11) $H(s)$: 系统函数

(12) $\boldsymbol{x}(t)=[x_1(t) \quad x_2(t) \quad \cdots \quad x_n(t)]^{\mathrm{T}}$:状态向量

目　　录

第一章　信号与系统的基本概念

重点与难点

一、信号的描述与运算

1. 信号的分类。

了解信号的分类；重点掌握连续信号与离散信号的定义、表示式和波形；理解周期信号与非周期信号的特点。

2. 信号的运算。

掌握连续信号与离散信号的加法、乘法、平移和反转（反褶）运算方法；对于连续信号，还要掌握尺度变换（压缩或扩展）、微分和积分运算。理解各种运算中信号的表达式与其波形的对应关系。本章难点在于对信号 $f(t)$ 进行平移、反转和尺度变换的综合运算。

3. 冲激函数和阶跃函数。

（1）掌握连续信号中阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 和冲激函数 $\delta(t)$ 的定义及它们之间的关系；

（2）熟练掌握冲激函数及其导数的性质，如 $\delta(t)$ 的导数与积分，$\delta(t)$ 及其导数的取样特性和奇偶性，普通函数与 $\delta(t)$ 或 $\delta'(t)$ 的乘积、移位等。

4. 单位样值序列和阶跃序列。

掌握离散信号中阶跃序列 $\varepsilon(k)$ 和单位样值序列 $\delta(k)$ 的定义及它们之间的关系。

二、系统的描述与性质

1. 系统的分类。

了解系统的分类；理解连续系统与离散系统的含义，掌握线性与非线性系统、时变与时不变系统的特点及描述方程。本课程主要讨论线性时不变（LTI）系统。理解描述 LTI 连续系统的是常系数线性微分方程；描述 LTI 离散系统的是常系数线性差分方程。

2. 线性系统。

满足以下三个条件的系统是线性系统，否则是非线性系统。

（1）可分解性：系统的全响应 y（其自变量是 t 或 k）能分解为零输入响应 y_x 与零状态响应 y_f 之和，即

对于连续系统　$y(t)=y_x(t)+y_f(t)$

对于离散系统　$y(k)=y_x(k)+y_f(k)$

(2)零状态线性:当初始状态为零时,系统的零状态响应 y_f 对于各激励信号呈现线性(包括齐次性和可加性);

(3)零输入线性:当外加激励为零时,系统的零输入响应对于各初始状态呈现线性关系。

3. 时不变系统。

设在激励 f 的作用下,系统的零状态响应为 y_f,对于时不变系统,当激励延迟 t_0(或 k_0)时,其零状态响应也延迟 t_0(或 k_0),即:

对于连续系统,若 $f(t)\rightarrow y_f(t)$,则 $f(t-t_0)\rightarrow y_f(t-t_0)$,这称为时不变性。

对于离散系统,若 $f(k)\rightarrow y_f(k)$,则 $f(k-k_0)\rightarrow y_f(k-k_0)$,这称为移位不变性。

4. LTI 连续系统的零状态响应还具有微分和积分特性:若

$$f(t)\rightarrow y_f(t)$$

则

$$f'(t)\rightarrow y_f'(t),\quad f^{(-1)}(t)\rightarrow y_f^{(-1)}(k)$$

式中
$$f^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}f(x)\mathrm{d}x,\quad y^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}y(x)\mathrm{d}x$$

5. 掌握用仿真框图表示系统或由框图写出该系统方程的方法。

习 题 精 解

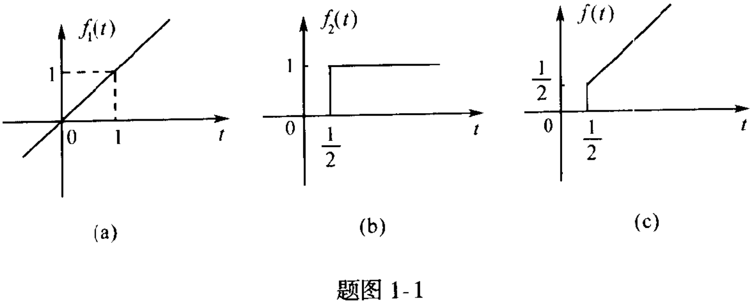
1-1　画出信号 $f(t)=t\varepsilon(2t-1)$的波形。

解　令

$$f_1(t)=t,\quad f_2(t)=\varepsilon(2t-1)$$

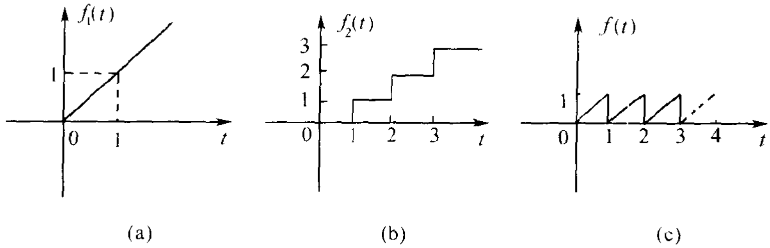
(1) 分别画出信号 $f_1(t)$和 $f_2(t)$的波形,如题图 1-1(a)和(b)所示,其中 $\varepsilon(2t-1)$的波形是将信号 $\varepsilon(t-1)$的横坐标尺寸压缩到 1/2 得到的。

(2) 信号 $f(t)=f_1(t)\cdot f_2(t)$,其波形如图(c)所示。



题图 1-1

1-2 画出信号 $f(t)=t\varepsilon(t)-\sum\limits_{n=1}^{\infty}\varepsilon(t-n)$ 的波形。



题图 1-2

解 令

$$f_1(t)=t\,\varepsilon(t)$$

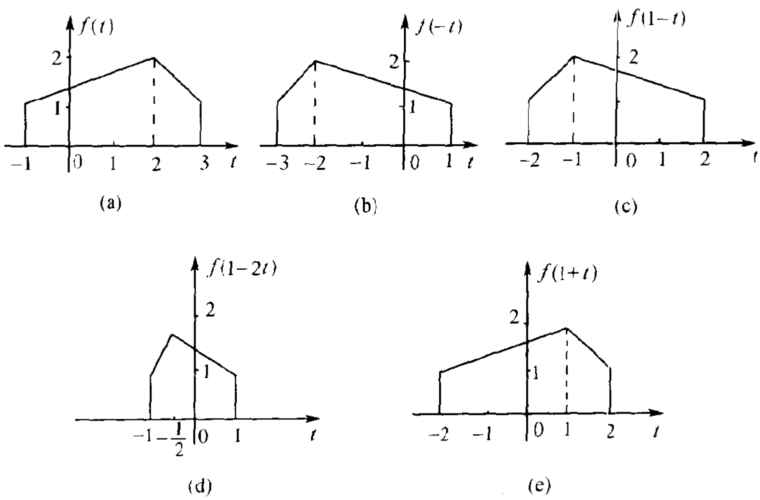
$$f_2(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon(t-n)=\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)+\cdots$$

(1) 画出信号 $f_1(t)$和 $f_2(t)$的波形,分别如题图 1-2(a)和(b)所示。

(2) $f(t)=f_1(t)-f_2(t)=t\,\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)-\cdots$

$f(t)$的波形如图(c)所示。

1-3 信号 $f(t)$的波形如题图 1-3(a)所示,画出信号 $f(1-2t)$的波形。



题图 1-3

解 (1) 将信号 $f(t)$以纵坐标为轴反转,得 $f(-t)$波形,如图(b)所示。

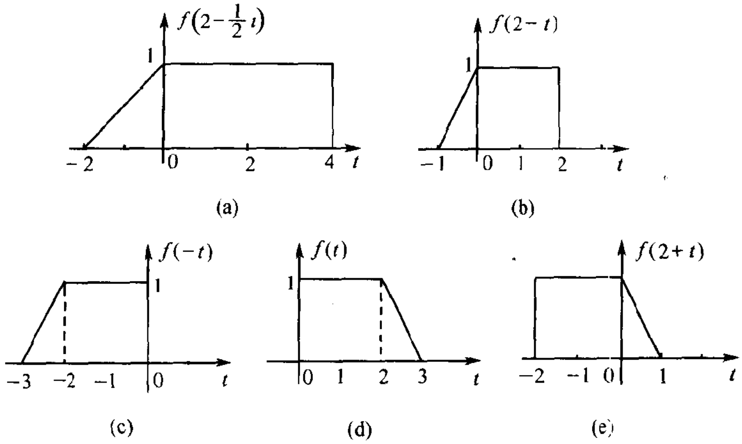
(2) 将 $f(-t)$的波形向右移动 1,得 $f(1-t)$波形,如图(c)所示。

(3) 将 $f(1-t)$ 波形的横坐标尺寸压缩到 1/2，得 $f(1-2t)$ 的波形，如图(d)所示。

另一种求解方法如下：

先将 $f(t)$ 的波形左移 1，得 $f(1+t)$ 波形，如图(e)所示，然后将 $f(1+t)$ 的波形以纵坐标为轴反转，得 $f(1-t)$ 波形，与图(c)相同。最后将 $f(1-t)$ 波形压缩到 1/2，求得 $f(1-2t)$ 的波形。

1-4 已知信号 $f\left(2-\dfrac{1}{2}t\right)$ 的波形如题图 1-4(a)所示，画出信号 $f(t)$ 的波形。



题图 1-4

解 本题的求解步骤恰好是求解题 1-3 的逆过程。

(1) 将信号 $f\left(2-\dfrac{1}{2}t\right)$ 波形的横坐标尺寸压缩 1/2，得信号 $f(2-t)$ 的波形，如图(b)所示。

(2) 将信号 $f(2-t)$ 的波形向左移 2，得信号 $f(-t)$ 的波形，如图(c)所示。

(3) 将信号 $f(-t)$ 以纵坐标为轴反转，求得信号 $f(t)$ 的波形，如图(d)所示。

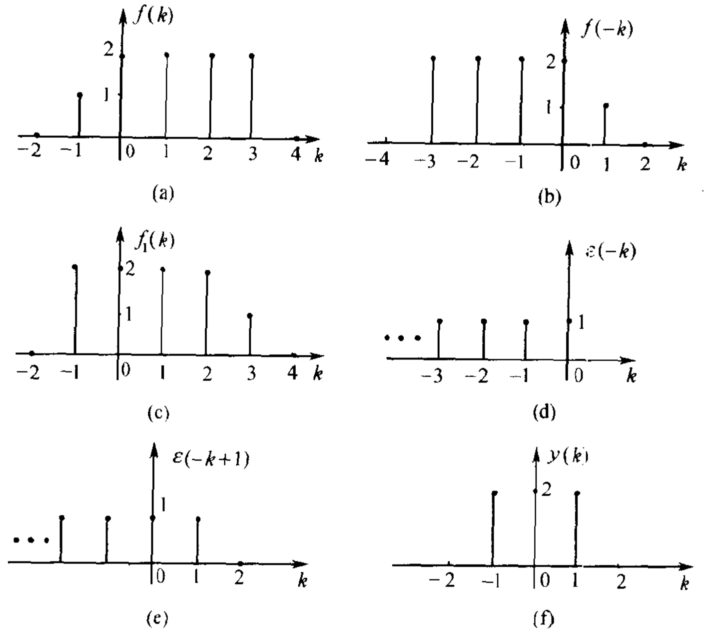
上述求解步骤中，也可在求得信号 $f(2-t)$ 的波形以后[见图(b)]，将信号 $f(2-t)$ 的波形以纵坐标反转，求得 $f(2+t)$，如图(e)所示。最后将信号 $f(2+t)$ 的波形向右移 2，求得信号 $f(t)$，如图(d)所示。

1-5 已知信号 $f(k)$ 的波形如题图 1-5(a)所示，画出信号 $y(k)=f(-k+2)\cdot\varepsilon(-k+1)$ 的波形。

解 令

$$f_1(k)=f(-k+2),\quad f_2(k)=\varepsilon(-k+1)$$

(1) 将信号 $f(k)$ 以纵坐标为轴反转，求得信号 $f(-k)$ 的波形，如图(b)所示。



题图 1-5

(2) 将信号 $f(-k)$向右移 2 位,得 $f_1(k)=f(-k+2)$的波形,如图(c)所示。

(3) 信号 $\varepsilon(-k)$的波形如图(d)所示。将 $\varepsilon(-k)$向右移 1,求得 $f_2(k)=\varepsilon(-k+1)$的波形,如图(e)所示。

(4) $y(k)=f_1(k)\cdot f_2(k)$,其波形如图(f)所示。

1-6 已知信号 $f(t)$的波形如题图 1-6(a)所示,画出信号 $y(t)=\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$的波形。

解 信号 $f(t)$用阶跃函数表示为

$$f(t)=\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t)+t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$$

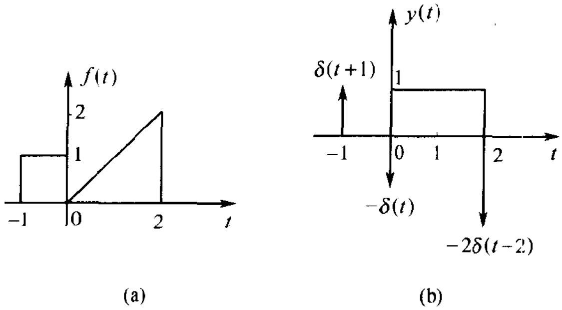
对信号 $f(t)$求一阶导数,利用阶跃函数与冲激函数的关系式,得

$$\begin{aligned} y(t)&=\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\\ &=\delta(t+1)-\delta(t)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[t\varepsilon(t)-t\varepsilon(t-2)] \end{aligned}$$

上式中的第三项为复合函数求导,即

$$\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[t\varepsilon(t)-t\varepsilon(t-2)]\\ &=\varepsilon(t)+t\delta(t)-\varepsilon(t-2)-t\delta(t-2) \end{aligned}$$

由于



题图 1-6

$$t\delta(t)=0,\quad t\delta(t-2)=2\delta(t-2)$$

故

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[t\varepsilon(t)-t\varepsilon(t-2)]=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)-2\delta(t-2)$$

$$y(t)=\delta(t+1)-\delta(t)+[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]-2\delta(t-2)$$

其波形如图(b)所示。

由本例可知,当信号 $f(t)$出现第一类间断点时,其导数在间断点处将出现冲激。当 $f(t)$沿 t 的正方向出现向上突跳点时,其导数在间断点处将出现正的冲激;当 $f(t)$沿 t 的正方向出现向下突跳点时,其导数在间断点处将出现负的冲激。冲激的强度等于该点处的突跳幅度。

1-7 计算下列积分:

(1) $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-2t}[\delta'(t)-\delta(t)]\mathrm{d}t$

(2) $\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-2\tau}[\delta'(\tau)-\delta(\tau)]\mathrm{d}\tau$

解 (1)令 $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}$,根据

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t=-f'(0)$$

故积分式

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-2t}[\delta'(t)-\delta(t)]\mathrm{d}t&=-f'(0)-f(0)\\&=2\mathrm{e}^{-2t}\Big|_{t=0}-\mathrm{e}^{-2t}\Big|_{t=0}\\&=2-1=1\end{aligned}$$

(2) 令 $f(\tau)=\mathrm{e}^{-2\tau}$,根据

$$f(\tau)\delta(\tau)=f(0)\delta(\tau)=\delta(\tau)$$
$$f(\tau)\delta'(\tau)=f(0)\delta'(\tau)-f'(0)\delta(\tau)$$

其中

$$f(0)=f(\tau)\big|_{\tau=0}=\mathrm{e}^{-2\tau}\big|_{\tau=0}=1$$
$$f'(0)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{e}^{-2\tau}\bigg|_{\tau=0}=-2\mathrm{e}^{-2\tau}\bigg|_{\tau=0}=-2$$

故

$$f(\tau)\delta'(\tau)=\delta'(\tau)+2\delta(\tau)$$

积分式为

$$\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-2\tau}[\delta'(\tau)-\delta(\tau)]\mathrm{d}\tau\\&=\int_{-\infty}^{t}[f(\tau)\delta'(\tau)-f(\tau)\delta(\tau)]\mathrm{d}\tau\\&=\int_{-\infty}^{t}[\delta'(\tau)+2\delta(\tau)-\delta(\tau)]\mathrm{d}\tau\\&=\delta(t)+\varepsilon(t)\end{aligned}$$

请注意题(2)与题(1)的区别。

1-8 设系统的初始状态为 $x(0)$,激励为 $f(\cdot)$,各系统的全响应 $y(\cdot)$ 与激励和初始状态的关系如下,试判断各系统是否为线性的。

(1) $y(t)=\mathrm{e}^{-t}x(0)+\int_0^t\sin\tau f(\tau)\mathrm{d}\tau$

(2) $y(t)=f(t)x(0)+\int_0^t f(\tau)\mathrm{d}\tau$

(3) $y(t)=\mathrm{e}^{-t}x(0)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)$

(4) $y(k)=kx(0)+\sum_{j=0}^{k}f(j)$

(5) $y(k)=\left(\frac{1}{2}\right)^k x(0)+2f(k-2)$

解 (1) 响应满足分解特性,即

$$y_x(t)=\mathrm{e}^{-t}x(0)$$
$$y_f(t)=\int_0^t\sin\tau f(\tau)\mathrm{d}\tau$$

故

$$y(t)=y_x(t)+y_f(t)$$

判别是否同时满足零输入线性和零状态线性。

零输入线性:

由于

$$x(0) \longrightarrow y_x(t) = e^{-t}x(0)$$

$$Ax(0) \longrightarrow e^{-t}Ax(0) = Ay_x(t)$$

故 $y_x(t)$满足齐次性。当

$$x_1(0) \longrightarrow y_{x_1}(t) = e^{-t}x_1(0)$$

$$x_2(0) \longrightarrow y_{x_2}(t) = e^{-t}x_2(0)$$

则

$$\begin{aligned} x_1(0) + x_2(0) \longrightarrow & e^{-t}[x_1(0) + x_2(0)] \\ & = y_{x_1}(t) + y_{x_2}(t) \end{aligned}$$

故 $y_x(t)$满足叠加性,因此,零输入响应满足线性特性。

零状态线性:

由于

$$f(t) \longrightarrow y_f(t) = \int_0^t \sin\tau f(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$Bf(t) \longrightarrow \int_0^t \sin\tau Bf(\tau)\mathrm{d}\tau = By_f(t)$$

其中 B 为常数,故 $y_f(t)$满足齐次性。

设

$$f_1(t) \longrightarrow y_{f_1}(t) = \int_0^t \sin\tau f_1(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$f_2(t) \longrightarrow y_{f_2}(t) = \int_0^t \sin\tau f_2(\tau)\mathrm{d}\tau$$

当

$$\begin{aligned} f_1(t) + f_2(t) \longrightarrow & \int_0^t \sin\tau[f_1(\tau) + f_2(\tau)]\mathrm{d}\tau \\ & = \int_0^t \sin\tau f_1(\tau)\mathrm{d}\tau + \int_0^t \sin\tau f_2(\tau)\mathrm{d}\tau \\ & = y_{f_1}(t) + y_{f_2}(t) \end{aligned}$$

故 $y_{f_2}(t)$满足叠加性。因此,零状态响应满足线性特性,该系统为线性系统。

(2) 其响应不满足分解特性,故为非线性系统。

余下(3),(4),(5)均为线性系统,读者可自行练习。

1-9 判断下列微分方程或差分方程所描述的系统,是否为线性的、时不变的?

(1) $y'(t)+2y(t)=f'(t)-2f(t)$

(2) $y'(t)+\sin t\, y(t)=f(t)$

(3) $y'(t)+[y(t)]^2=f(t)$

(4) $y(k)+(k-1)y(k-1)=f(k)$

(5) $y(k)+y(k-1)y(k-2)=f(k)$

解 (1) 该方程为线性常系数微分方程,故描述的系统是线性时不变连续系统。

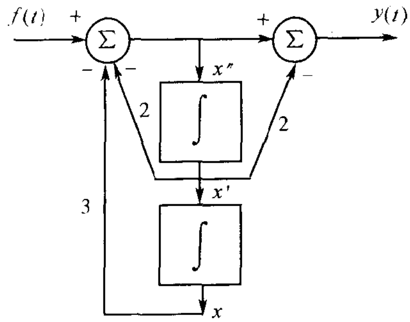
(2) 该方程是线性变系数微分方程,故描述的是线性时变连续系统。

(3) 该方程是非线性常系数微分方程,故描述的是非线性时不变连续系统。

(4) 该方程是线性变系数差分方程,故描述的是线性时变离散系统。

(5) 该方程是非线性常系数差分方程,故描述的是非线性时不变离散系统。

1-10 写出题图 1-10 所示系统的微分方程。



题图 1-10

解 设题图 1-10 中下面的积分器输出为 $x(t)$。相应地,上面的积分器输出和输入分别为 $x(t)$的一阶导数$x'(t)$和二阶导数 $x''(t)$,如图所示。

由图可知,图中左边加法器的输出为

$$x''(t) = f(t) - 2x'(t) - 3x(t)$$

将上式移项,得

$$x''(t) + 2x'(t) + 3x(t) = f(t) \tag{1}$$

图中右边加法器的输出为

$$y(t) = x''(t) - 2x'(t) \tag{2}$$

将式(1)和式(2)中的中间变量 $x(t)$及其导数消去,可求得该系统的微分方程,但其运算十分繁复。若利用 LTI 系统所具有的微分特性和线性特性,由式(1)和式(2)可以较快地求得该系统的微分方程。

由式(1)和式(2)可知,若解得式(1)的 $x(t)$,则将 $x(t)$的一阶导数$x'(t)$和二阶导数 $x''(t)$代入式(2),可求得 $y(t)$。$x'(t)$和 $x''(t)$也可采用下面的方法求得:

若式(1)的激励为 $f(t)$的一阶导数 $f'(t)$,根据 LTI 系统的微分特性,其响应为 $x'(t)$,即

$$x''_1 + 2x'_1 + 3x_1 = f'(t) \tag{3}$$

式(3)的左边与式(1)相同,其解为

$$x_1(t) = x'(t)$$

同理,若式(1)的激励为 $f''(t)$,其响应为 $x''(t)$,即

$$x''_2 + 2x'_2 + 3x_2 = f''(t) \tag{4}$$

其解为

$$x_2(t) = x''(t)$$

根据线性性质,当激励为 $f''(t) - 2f'(t)$时,即

$$y'' + 2y' + 3y = f''(t) - 2f'(t) \tag{5}$$

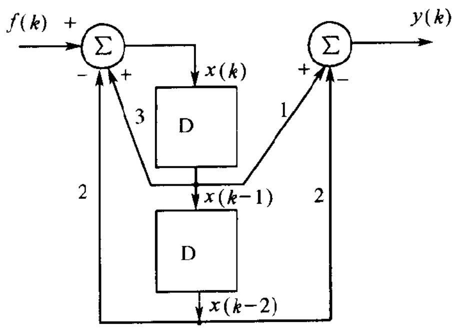
上式的左边与式(1)相同,其解为

$$y(t) = x''(t) - 2x'(t) \tag{6}$$

式(6)与式(2)相同,故式(5)就是该系统的微分方程。

读者总结一下上述规律,由式(1)和式(2)可以很快求得式(5)的微分方程。

1-11 写出题图 1-11 所示系统的差分方程。



题图 1-11

解 设图中左边加法器的输出为 $x(k)$,相应地,两个延时单元的输出分别为 $x(k-1)$和 $x(k-2)$,如题图 1-11 所示。

由图可知,左边加法器的输出为

$$x(k) = f(k) + 3x(k-1) - 2x(k-2)$$

将上式移项,得

$$x(k) - 3x(k-1) + 2x(k-2) = f(k) \tag{1}$$

上式为二阶差分方程。右边加法器的输出为

$$y(k) = x(k-1) - 2x(k-2) \tag{2}$$

若由式(1)求得 $x(k)$,则由式(2)可以求得 $y(k)$。由系统的时不变特性可知,式(1)所描述的系统在 $f(k-1)$作用下求得的响应为 $x(k-1)$;在 $f(k-2)$作用下求得的响应为 $x(k-2)$。根据系统的线性性质,在信号 $f(k-1) - 2f(k-2)$作用