专业基础理论

电气运行
高级工
培训教材

广西电力工业局高级工培训教材编委会　编

水利电力出版社

电气运行高级工培训教材

专业基础理论

广西电力工业局高级工培训教材编委会　编

水利电力出版社

（京）新登字 115 号

内 容 提 要

本书是《电气运行高级工培训教材》之一册，主要内容是讲述专业基础知识。全书共分四章，分章叙述了电工应用数学、电工基础及其应用、电子技术及其应用、电子计算机及其应用。

本书为电气运行高级工培训教材，也可供有关人员学习、参考。

电气运行高级工培训教材
专业基础理论
广西电力工业局高级工培训教材编委会 编
*
水利电力出版社出版、发行
（北京三里河路 6 号）
各地新华书店经售
北京市朝阳区小红门印刷厂印刷
*
787×1092 毫米 16 开本 18 印张 404 千字
1994 年 12 月第一版 1995 年 5 月北京第二次印刷
印数 5441—15490 册
ISBN 7-120-02107-9/TM・572
定价 19.00 元

广西电力工业局高级工培训教材编委会

主　　任　游国权

副主任　郝邦振　卓乐昆　雷娴文　何基稳

委　　员　（以姓氏笔划为序）

于志坚　文海云　冯大千　吴　军

李如虎　李汝明　何基稳　张建中

卓乐昆　罗淑华　郝邦振　袁永勋

唐能敏　游国权　雷娴文　潘劲松

主　　编　于志坚

副主编　李汝明　袁永勋

主　　审　冯大千　卓乐昆

编写人员　（以姓氏笔划为序）

于志坚　文海云　王亚忠　王淑明

韦　巍　甘有枢　刘东畴　李子良

李汝明　张昭南　张建忠　张先勤

邱作璋　何基稳　陈国华　林光琨

姚正湘　唐能敏　袁永勋　黄爱华

梁大定　梁贵华　潘新峰

序

教材是保证培训质量，提高教学效果的前提。电力工人技术培训教材建设是电力企业贯彻工人考核条例，提高生产技术工人队伍素质，直接为电力生产服务的一项重要基础工作。原能源部《关于电力工人培训教材建设工作的意见》指出：随着经济体制改革和劳动、培训制度的深化改革以及认识水平的不断提高，工人培训领域的思想价值观念、培训方法和手段也发生了深刻变化，为适应电力工业迅速发展对工人技术培训工作的需要，进一步加强教材建设已是当前一项重要而紧迫的任务。近年来，广西电力工业正在以超常规发展的速度大步跨入大机组、大电网、高参数、高电压、高度自动化的行列，迫切需要造就一支与之相适应的技术工人队伍。为此，我们曾试办过电力生产方面的高级技工培训班，由于到目前为止电力生产高级技工培训教材几乎仍是一片空白，只能结合本系统的实际，自选现有的大中专、技工教材和中级技工培训教材组织教学。这一探索和实践虽然取得了一些成绩，但也同时出现了某些直接影响培训质量和教学效果的缺陷和弊端，主要是组织教学费时多，难度大，教师难教，学员难学；教材的结构、内容以及专业知识的深度和广度随意性较大，造成衡量高级工的标准尺度不一；这种多层次教材的组合难以体现实践性与先进性。为了积极稳妥地推进高级技工培训的全面开展，必须尽快地摆脱缺乏现成教材的困扰。这是我们从自己多年技工培训工作实践的体验对编写高级工培训教材的必要性和紧迫性得到的共识。

基于上述的认识，从1992年开始，便着手组织有关专业技术人员、专家十多人，组成高级工培训教材编委会，选择发变电电气运行高级工岗位（工种），围绕着编写教材的有关课题开展广泛的调查研究，包括对近年来自办高级工培训班的总结，借鉴外省同行的经验，召开各种调查研讨会等。在此基础上制定出培训教材编写大纲，并精心挑选了多年工作在电力生产一线和电力成人教育教学一线的高级工程师、高级讲师为教材的正副主编；还选聘了二十多位富有运行、管理、教学经验的高、中级专业技术人员执笔。教材编写工作在广西电力工业局职工技术培训考核指导委员会直接指导下进行，并经广西电力系统知名专家组织审订和出版部门的校阅。

本教材遵循了国务院批转的《国家教委关于改革和发展成人教育的决定》、

劳动部《关于开展工人岗位培训工作的意见》、原能源部《关于加强电力系统高级技工培训工作的意见》等文件规定的指导思想，从电力系统的实际出发，以《电力工人技术等级标准》、《发变电运行人员岗位规范》以及电力生产安全、技术规程、规范提出的目标要求为依据，并借鉴了部委托华北电管局编制、发行的《电力工人技术应知应会培训考工指南》和电力系统高级工培训工作所积累的经验，教材体系的确立，教材结构、内容以及专业知识的深度和广度的确定，按照针对性、实用性、先进性、科学性的原则，力求适应工人培训改革和电力工业技术发展的需要，充分体现电业工人技术教育的特点。本教材特别注重了基本理论知识为技能服务，认真贯穿了提高工人实际操作技能这条主线，密切联系生产实际，并反映了当前和今后一段时期的新技术、新设备、新工艺、新材料、新经验。同时注意到与中级工教材不同层次之间既相互区别，又相互衔接、配合，浑然一体。因此，本教材可作为电力系统发变电电气运行高级工岗位人员培训考核的依据，它不仅适用于电力系统，而且也适用于各工矿企业自备电厂（站）以及从事电气工作的工人学习。

鉴于广西电网现有规模和实际运行经验所限，以及对高级技工培训理论和实践上都不够成熟，我们对其中有关问题也研究不够，再加上时间比较仓促，本教材编略疏漏之处在所难免，除在今后应用中继续完善修订外，恳切希望得到同行的专家、实际工作者和广大读者的批评和帮助。

冯大千

1994年6月30日

前　　言

这套电气运行高级工培训教材是我们根据原能源部司局文件教培［1992］4号《关于加强电力系统高级技工培训工作的意见》和中电联部室文件教职［1992］19号《关于电力工人培训教材建设工作的意见》等文件的精神，并根据工人技术等级标准、岗位规范、安全规程、运行规程、检修（安装）规程，组织我局属系统二十多位高、中级讲师和工程师精心编写而成。这是一套融基础理论、专业理论和操作技能为一体，按照工人培训的特点和规律，以提高电气运行高级技工操作技能为中心，做到基础理论为专业理论服务，专业理论为提高技能服务而编写的培训教材。

这套教材共有四册，包括《专业基础理论》、《电气设备及其运行（一次部分）》、《电气设备及其运行（二次部分）》、《电气设备及其运行（运行管理）》。这四册书既是统一的整体，又有相对的独立性，能满足具有不同要求的读者的需要。

本册为专业基础理论部分。主要内容有：电工应用数学，电工基础及其应用，电子技术及其应用，电子计算机及其应用。

参加本册编写的人员有于志坚、文海云、王亚忠和梁贵华。

在编写过程中，得到中电联教培部领导，广西电力工业局领导，广西工业电力局科教处、生产处、供用电处、安监处、中调所、中试所等单位领导的大力支持和帮助。在此表示衷心感谢。

由于编者的水平有限，书中错误在所难免，诚望有关专家、老师及广大读者批评指教。

广西电力工业局高级工培训教材编委会

1994年7月于南宁

目　录

第一章　电气运行高级工应用数学

发电厂、变电站电气运行工种，属于“智能”型工种。它主要是脑力劳动，用脑子分析问题和解决问题。电气运行高级技工的工作更是如此。而数学则是分析问题、解决问题的重要工具。本章是在中级工学过的数学知识的基础上，对电工技术中常用的初等数学进行适当的拓宽或加深，还根据电气运行高级工的实际需要，补充一些高等数学、工程数学的基础知识，并着重于把数学知识应用电工技术之中。使学员通过本章的学习，获得初步应用数学知识解决电工技术问题的能力。

第一节　三角函数及其在电工技术中的应用

一、三角函数的基本概念

本节内容在中级工培训时已经学过，但该节内容对电气运行高级工来说更为重要。为了使学员能够熟练地掌握这些内容，有必要再对以下一些知识进行简要复习。

1. 三角函数的定义

在直角坐标系中，以原点 O 为圆心，$r=1$ 为半径作一单位圆。设 OP 为 α 角的终边，P 点的横坐标为 x，纵坐标为 y，记为 $P\ (x, y)$。如图 1-1 所示，则角 α 的正弦、余弦、正切、余切等三角函数的定义如下：

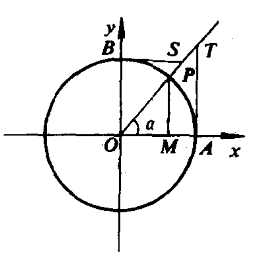

图 1-1

α 角的正弦　$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}=y$　　α 角的正切　$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{y}{x}$

α 角的余弦　$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}=x$　　α 角的余切　$\mathrm{ctg}\alpha=\dfrac{x}{y}$

上述定义中，α 角为任意角，即可以为 0，也可以是任何正角或负角，任意角可用下式表示：

$$\alpha=2k\pi\pm\beta \qquad \text{(单位为度或弧度)} \tag{1-1}$$

2. 三角函数的表示法

在代数中，我们学过函数的三种表示法，即解析法、图表法和图形法。三角函数也可以用这三种方法表示。

(1) 解析表示法：

$y=\sin x$　　$y=\cos x$　　$y=\mathrm{tg}x$　　$y=\mathrm{ctg}x$

此处 y 表示三角函数的函数值，x 表示三角函数的自变量（即此处不把 y、x 看成是角 α 终边 P 点的直角坐标）。

(2) 图表表示法。$y=\sin x$ 的图表表示法如下表：

x	单位为度	0°	60°	90°	120°	180°	240°	270°	300°	360°	…
	单位为弧度	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π	…
y	单位为实数	0	0.87	1	0.87	0	−0.87	−1	−0.87	0	…

其他三角函数亦可用此法列成表格表示。

(3) 图形表示法。三角函数的图形（也叫图象）可用两种方法作出。

1) 描点法。此法就是将图表法的各个对应点作为直角坐标，画在平面坐标系上，然后将各点用平滑曲线连接起来，这就是三角函数的图象，图 1-2 就表示 $y=\sin x$ 的图象。

2) 几何作图法。图 1-2 也可用几何作图法作出，如图 1-3 所示。

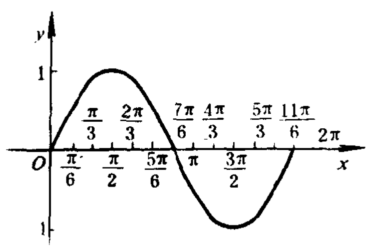

图 1-2

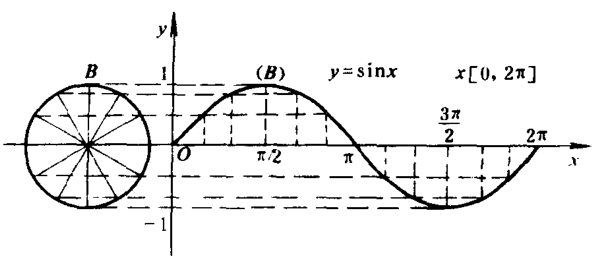

图 1-3

该图的作图方法如下：

从单位圆的右半圆与 Ox 轴的交点起，把单位圆分成 12 等分，再从原点起在 Ox 轴上取 12 个等分点，然后过单位圆的各等分点，分别作 Ox 的平行线。过 Ox 轴的各等分点作垂线与对应平行线相交。这些交点的纵坐标就是对应角的正弦函数值。把这些点用曲线光滑连接起来，就得到 $y=\sin x$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的图象。

现将正弦、余弦、正切、余切的图象示于图 1-4 中，以便学员认识比较。

3. 三角函数的性质

要想很好地利用一种工具，必须了解这种工具的性质。三角函数是分析和解决电工技术许多问题的重要工具，为了更好地利用这种工具。也必须熟悉三角函数的性质。

(1) 有界性。当自变量 x 在区间 $[-\infty, \infty]$ 内变化时，正弦、余弦函数的函数值也随之变化，但它的最大值不能超过 1。因此，它的函数值是有界的。

正切、余切函数的函数值也随自变量的变化而变化。但当 $x=\pm\frac{\pi}{2}$ 时，正切函数的函数值为无穷大；当 $x=\pm\pi$ 时，余切函数的函数值为无穷大。故这两个函数是无界的。

(2) 周期性。当自变量在区间 $[-\infty,\infty]$ 内变化时，三角函数的函数值有规律地重复出现，这种特性叫三角函数的周期性。例如：$y=\sin 30°=\frac{1}{2}$，$y=\sin(360°+30°)=\frac{1}{2}$，$y=\sin(720°+30°)=\frac{1}{2}$，…即 x 的变化每隔 360°(2π)，函数值 y 重复出现，其周期为 360°(2π)；余弦函数也是周期函数，其周期也为 2π；正切、余切函数也是周期函数，其周期为 π。

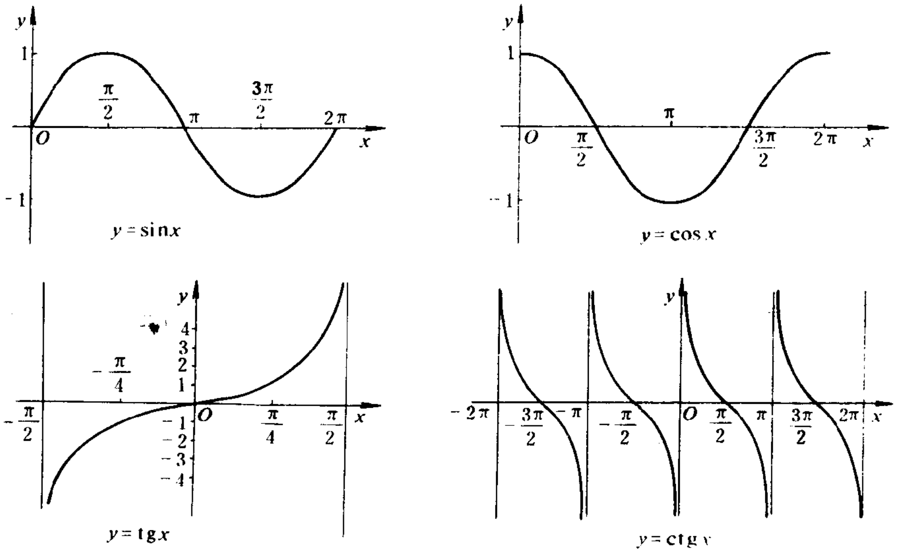

图 1-4

(3) 对称性。从三角函数的图象可以直观地看出，正弦函数、正切函数、余切函数对于直角坐标系的原点而言是对称的，而且有 $f(x)=-f(x)$，故它们又是奇函数。余弦函数对于 y 轴而言也是对称的，且有 $f(x)=f(-x)$，故它是对称的偶函数。

二、三角函数的恒等变换

在应用三角函数来解决电工技术问题时，往往要遇到求某一角的三角函数值。除特殊之外，一般都要查三角函数表，而三角函数表只列出从 0°到 90°的三角函数值。当已知角超过这个范围时，就必须把已知角转化为 0°至 90°角才能运用三角函数表求出该角的函数值。例如，要求 $y=\sin 280°$的值，就必须把 280°转化为 $-\cos 10°$来查表。这样就产生一个疑问，$\sin 280°$是否与 $-\cos 10°$相等？本节就来回答这个问题。

1. 同角三角函数的关系

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \tag{1-2}$$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \tag{1-3}$$

$$\mathrm{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha} \tag{1-4}$$

【例 1】 已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，角 α 在第一象限，求其它三个三角函数的值。

解： 由 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 得

$$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}$$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{4}{3}$$

$$\text{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{1}{\text{tg}\alpha}=\frac{3}{4}$$

【例 2】 已知某变电站的主变容量为 $S=20000\text{kVA}$，有功负荷为 16000kW，功率因数 $\cos\varphi=0.8$，求变电站的无功负荷。

解： 由电工基础知，变电站的无功负荷 $Q=S\cdot\sin\varphi$。

$\because$ $\sin\varphi=\sqrt{1-\cos^2\varphi}=\sqrt{1-(0.8)^2}=0.6$

$\therefore$ $Q=S\cdot\sin\varphi=20000\times0.6=12000\text{kvar}$

2. 负角的三角函数的计算

三角函数表中没有负角的三角函数，要计算负角的三角函数，必须把负角的三角函数化为正角函数，才能求出负角的三角函数。负角的三角函数与正角的三角函数有如下关系：

$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha \tag{1-5}$$

$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha \tag{1-6}$$

$$\text{tg}(-\alpha)=-\text{tg}\alpha \tag{1-7}$$

$$\text{ctg}(-\alpha)=-\text{ctg}\alpha \tag{1-8}$$

【例 1】 求 sin（$-30°$）的值。

解： $\sin(-30°)=-\sin30°=-\frac{1}{2}$

【例 2】 求 $\cos(-15°)$ 的值。

解： $\cos(-15°)=\cos15°$

查三角函数表，得 $\cos15°=0.9659$

所以 $\cos(-15°)=0.9659$

3. 任意角三角函数的计算

在中级工培训时，已经学过，任意角可用式 $\alpha=2k\pi\pm\beta$ 表示，其中 β 是锐角，这个式子也可写成 $\alpha=\frac{n\pi}{2}\pm\beta$。当 n 为偶数时，其三角函数的绝对值为

$$\left|\sin\left(\frac{n\pi}{2}\pm\beta\right)\right|=|\sin\beta| \tag{1-9}$$

$$\left|\cos\left(\frac{n\pi}{2}\pm\beta\right)\right|=|\cos\beta| \tag{1-10}$$

$$\left|\text{tg}\left(\frac{n\pi}{2}\pm\beta\right)\right|=|\text{tg}\beta| \tag{1-11}$$

$$\left|\text{ctg}\left(\frac{n\pi}{2}\pm\beta\right)\right|=|\text{ctg}\beta| \tag{1-12}$$

当 n 为奇数时，其三角函数的绝对值为

$$\left|\sin\left(\frac{n\pi}{2}\pm\beta\right)\right|=|\cos\beta| \tag{1-13}$$

$$\left|\cos\left(\frac{n\pi}{2}\pm\beta\right)\right|=|\sin\beta| \tag{1-14}$$

$$\left|\operatorname{tg}\left(\frac{n\pi}{2}\pm\beta\right)\right|=|\operatorname{ctg}\beta| \tag{1-15}$$

$$\left|\operatorname{ctg}\left(\frac{n\pi}{2}\pm\beta\right)\right|=|\operatorname{tg}\beta| \tag{1-16}$$

以上规律，叫做“奇变偶不变”。

三角函数除了绝对值外，还有正负号。如何确定三角函数的正负号呢？这主要由任意角在那个象限而定。

第一象限：正弦、余弦、正切、余切的符号均为正。

第二象限：正弦的符号为正，余弦、正切、余切的符号为负。

第三象限：正弦、余弦的符号为负，正切、余切的符号为正。

第四象限：余弦的符号为正，正弦、正切、余切的符号为负。

上述规律，叫做“正负看象限”。

【例 1】 求下列各三角函数的值：

① $\sin(-688°)$，② $\operatorname{ctg}\left(-\frac{31}{10}\pi\right)$，③ $\cos(-620°)$

解：① $\sin(-688°)=-\sin(688°)=-\sin(8\times90°-32°)$

根据奇变偶不变，正负看象限的规律，得

$$\sin(-688°)=-\sin(8\times90°-32°)$$

$$=\sin32°=0.5299 \quad \text{（查三角函数表）}$$

② $\operatorname{ctg}\left(-\frac{31}{10}\pi\right)=-\operatorname{ctg}\left(\frac{31}{10}\pi\right)=-\operatorname{ctg}\left(\frac{62}{10}\cdot\frac{\pi}{2}\right)$

$=-\operatorname{ctg}\left(\frac{60}{10}\cdot\frac{\pi}{2}+\frac{2}{10}\cdot\frac{\pi}{2}\right)=-\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{10}\right)$

$=-\operatorname{ctg}18°=-3.078$

③ $\cos(-620°)=\cos620°=\cos(7\times90°-10°)$

$$=\sin(-10°)=-\sin10°=-0.1736$$

【例 2】 计算 $\dfrac{\sin(-45°)\cos(-45°)}{\operatorname{tg}135°\operatorname{ctg}(-120°)}$ 之值。

解：
$$\frac{\sin(-45°)\cdot\cos(-45°)}{\operatorname{tg}135°\cdot\operatorname{ctg}(-120°)}=\frac{-\sin45°\cdot\cos45°}{\operatorname{tg}(90°+45°)\cdot[-\operatorname{ctg}(90°+30°)]}$$

$$=\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{-1\times\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

【例 3】 化简
$$\frac{\frac{1}{\sin(-\beta)}\cdot\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}}{\frac{1}{\cos(-\beta)}\cdot\frac{1}{\cos(\pi+\beta)}}$$

解：原式 $=\dfrac{\cos(-\beta)\cdot\cos(\pi+\beta)}{\sin(-\beta)\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\beta\right)}=\dfrac{\cos\beta\cdot(-\cos\beta)}{-\sin\beta\cdot\cos\beta}$

$=\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}=\mathrm{ctg}\beta$

4. 两角和或差三角函数的计算

先举一个电工学中的例子。设三相同步发电机的三相电势的表示式是：

$$e_1=E_m\sin\omega t$$

$$e_2=E_m\sin(\omega t-120°)$$

$$e_3=E_m\sin(\omega t+120°)$$

现在要求任一时刻 2 相电势与 3 相电势之差，按题意有：

$$\begin{aligned}e_{23}&=e_2-e_3\\&=E_m\sin(\omega t-120°)-E_m\sin(\omega t+120°)\end{aligned}$$

其中，E_m、ω 是常数，t 表示时间。为了求出任意时刻 2 相电势与 3 相电势之差，必须将上式化简，这就涉及到两个角的和或差的问题。下面我们将两角和或差的计算公式列出：

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\cos\alpha\cdot\sin\beta \tag{1-17}$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta\mp\sin\alpha\cdot\sin\beta \tag{1-18}$$

$$\mathrm{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta}{1\mp\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta} \tag{1-19}$$

若 $\alpha=\beta$，则可推导出二倍角三角函数的计算公式。

即

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha \tag{1-20}$$

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1 \tag{1-21}$$

$$\mathrm{tg}2\alpha=\frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha} \tag{1-22}$$

【例 1】 化简 $e_{23}=E_m[\sin(\omega t-120°)-\sin(\omega t+120°)]$

解：原式 $=E_m[(\sin\omega t\cdot\cos120°-\sin120°\cdot\cos\omega t)$

$-(\sin\omega t\cdot\cos120°+\cos\omega t\cdot\sin120°)]$

$=E_m(-2\sin120°\cdot\cos\omega t)=-2E_m\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t$

$=-\sqrt{3}E_m\cos\omega t=-\sqrt{3}E_m\cos(-\omega t)$

$=-\sqrt{3}E_m\sin(-\omega t+90°)=\sqrt{3}E_m\sin(\omega t-90°)$

【例 2】 不查表，计算 $\sin75°$。

解：$\sin75°=\sin(45°+30°)$

$=\sin45°\cdot\cos30°+\cos45°\cdot\sin30°$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

5. 三角函数的积化和差与和差化积

(1)积化和差公式：

$$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)] \tag{1-23}$$

$$\cos\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)] \tag{1-24}$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)] \tag{1-25}$$

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = -\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)] \tag{1-26}$$

(2)和差化积的公式：

$$\sin\alpha+\sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2} \tag{1-27}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2} \tag{1-28}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2} \tag{1-29}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2} \tag{1-30}$$

三、反三角函数的概念

前面我们研究了给定任意角时，可以求出该角的三角函数值。现在我们研究与上述相反的问题，即给定三角函数值，求角度的问题，这就是反三角函数的问题。

1. 反三角函数的定义

我们先讨论反正弦函数，即设 $y=\sin x$，从正弦函数的定义可知，当 x 确定时，y 也就唯一确定了。反过来，若 y 确定了，x 能否唯一确定呢？例：$y=\frac{1}{2}$，x(角)为多少呢？由于正弦函数是周期函数，当 $y=\frac{1}{2}$时，x 可以是 30°，120°，390°，…。即 y 确定时，x 的值有无穷多个。如果不附加一些条件，正弦函数是不存在反函数的。其它三个函数也是周期函数，若不附加一些条件，它们也是不存在反函数的。但在实践中，又经常碰到反三角函数的问题，因此，为了讨论反三角函数问题，须人为地附加一些条件来限制 x 的变化范围，即规定正弦函数的自变量 x 只能在$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$区间内变化，从图 1-5 中可以看出：

在区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$之间，正弦函数 y 与 x 建立了一一对应的关系，即给定 x 值 y 值也随之唯一地确定。反之，当 y 值确定，x 也唯一地确定。这样就符合了代数中关于反函数的定义要求，故对反正弦函数的定义如下：

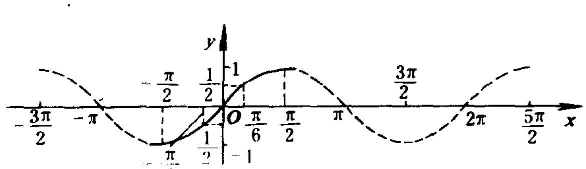

图 1-5

正弦函数 $y=\sin x$ 在区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上的反函数，叫反正弦函数。记为 $x=\arcsin y$ 或 x

$=\sin^{-1}y$。

其余三个三角函数也可按此方法定义。

即　反余弦函数　$x=\arccos y$ 或 $x=\cos^{-1}y$

x 的变化区间为$[0,\pi]$

反正切函数　$x=\text{arctg}\,y$ 或 $x=\text{tg}^{-1}y$

x 的变化区间为$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

反余切函数　$x=\text{arcctg}\,y$ 或 $x=\text{ctg}^{-1}y$

x 的变化区间为$[0,\pi]$

2. 反三角函数的计算

反三角函数的计算在电工技术中经常用到。如已知功率因数 $\cos\varphi=0.8$,要求功率因数角是多少度？计算反三角函数有下列三种方法。

(1)特殊角的求法。采用此法须熟记下面这张三角函数值与对应角的关系表。

x														
x	度	$-90°$	$-60°$	$-45°$	$-30°$	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$
	弧度	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$y=\sin x$		-1	-0.87	-0.71	-0.5	0	0.5	0.71	0.87	1				
		-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1				
$y=\cos x$						1	0.87	0.71	0.5	0	-0.5	-0.71	-0.87	-1
						1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$y=\text{tg}x$		$-\infty$	-1.7	-1	-0.58	0	0.58	1	1.7	∞				
		$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞				
$y=\text{ctg}x$						∞	1.7	1	0.58	0	-0.58	-1	-1.7	∞
						∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞

(2)查三角函数表法。

【例】 $y=\sin x=0.618$,求 x。

解： 查三角函数表得 $x=37°$。

(3)袖珍计算器计算法。

【例】 采用 SHARP EL-506P 计算器,已知 $y=\sin x=0.6$,求 x。

解： 先按电源开关 ON,使荧光屏上角现 DEG(注意:若荧光屏左上角上出现的不是 DEG,则按 DRG 按键,使之出现 DEG 为止);

然后按数字键,使荧光屏出现 0.6;

再按第二功能键 2ndF，使荧光屏左上角出现 2ndF；

最后按 $\sin^{-1}$键，荧光屏上出现的数字 36.869…即为所求的 x，单位为度。

其它三个反三角函数的求法和反正弦函数的求法一样，不同的是按了 2ndF 键后，再分别按 $\cos^{-1}$、tg^{-1}键，即可分别得到反余弦、反正切函数值。而反余切函数值，可利用其与正切的关系求出。

四、正弦型曲线

1. 正弦型曲线的概念

形如 $y=A\sin(\omega t\pm\varphi)$的这类函数，在电工原理中十分常见，这类函数的图象叫正弦曲线，见图 1-6。其中 A 称为振幅，ω 为振荡频率或角频率，φ 为初相。

在图 1-6 中，$A=310$，$\omega=100\pi$，$\varphi=0$。

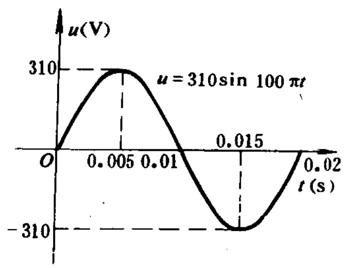

图 1-6

2. 正弦型曲线的初略绘图法

在电工技术中，交流电压、电流随时间的变化规律都用正弦型曲线表示，因此经常要粗略绘制正弦型曲线。

粗略地绘制正弦型曲线，一般采用徒手绘制，绘制时必须掌握三个要素。

(1)确定正弦型曲线的振幅。若正弦交流电的电压 $u=U_m\sin(\omega t+\varphi)$，该曲线的振幅就是电压的最大值 U_m。

(2)确定正弦型曲线的起点。因为正弦型曲线的起点，其纵坐标为 0，如上述 $u=U_m\sin(\omega t+\varphi)$，设 $u=0$，则 $\sin(\omega t+\varphi)=0$；若设直角坐标系中纵轴与横轴之交点为 $\omega t=0$，则 $u=U_m\sin(\omega t+\varphi)$的曲线起点 $\omega t=-\varphi$，应左移 φ 角(即向横轴的负方向移动 φ 角)。

若 $u=U_m\sin(\omega t-\varphi)$，则曲线的起点应向横轴的正方向移动 φ 角。

(3)确定正弦曲线的变化周期。因正弦函数的周期为 2π，即 $\omega t=2\pi$，所以周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}$。

例如，我国使用的正弦交流电的频率为 50Hz，而 $\omega=2\pi f$，所以 $T=\frac{2\pi}{2\pi f}=\frac{1}{f}=0.02\mathrm{s}$。当横坐标用角度表示时，正弦型曲线的周期也用角度表示，一个周期经历的角度为 $\omega T=2\pi fT=2\pi f\frac{1}{f}=2\pi$。

掌握了上述三要素，即可徒手作出正弦型曲线。

【例 1】 作 $u=300\sin(314t+30°)$的曲线。

解： 1)振幅 $U_m=300\mathrm{V}$；

2)起点在坐标原点的左方 30°处；

3)以角度表示周期为 2π，然后在 2π 区间内，找出四个特殊点：

第一点纵坐标为 $u=U_m=300\mathrm{V}$，横坐标为 $\omega t=90°-30°=60°$；

第二点纵坐标为 $u=0$，横坐标为 $\omega t=180°-30°=150°$；

第三点纵坐标为 $u=-U_m=-300\mathrm{V}$，横坐标为 $\omega t=270°-30°=240°$；

第四点纵坐标为 $u=0$，横坐标为 $\omega t=360°-30°=330°$。