

高精度水准測量

И. И. 恩津著

測繪出版社

高精度水准測量

И. И. 恩 津 著

宋 祿 云 譯

吳 天 柱 校

測繪出版社

1958 · 北 京

ТРУДЫ ЦНИИГАиК

ВЫПУСК 111

И. И. Энтин

ВЫСОКОТОЧНОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ

Издательство геодезической литературы

МОСКВА • 1956

本書對於高程系統、水准網的布設、水准測量和其他有關科學的配合、特別是對水准測量誤差的來源和分析等問題，提出了富有理論性的意見和長期多次實地檢驗的資料。本書是我國水准測量工作者、高等學校測量專業學生和科學研究工作者的良好參考書。

本書共八章，對高精度水准測量作了全面的探討，對過去老一套的看法也重新進行了估計，並得出了十分寶貴的結論。本書可供我國編訂作業規範時的參考資料。

高精度水准測量

著者	И. И. Энтин	津
譯者	宋祿	云
出版者	測繪出版社	
	北京宣武門外永光寺西街3號	
	北京市書刊出版業營業許可証出字第081號	
發行者	新華書店	
印刷者	北京市電車公司印刷廠	

印數(京)	1—2,200冊	1958年6月北京第1版
開本	31"×43 ¹¹ / ₁₆	1958年6月第1次印刷
字數	475,000	印張19 ³ / ₁₆ 插頁2
定價(10)	2.50元	

目 录

緒 言

第一章 高精度水准测量网的用途及其布置..... 9

1. 高精度水准测量是二等水准测量网的基础..... 9
2. 地壳垂直运动的研究..... 10
3. 各海洋平均海水面的高程差及其傾斜的确定..... 13
4. 地球自然表面的形状之研究..... 14
5. 水准网高程系統..... 15
6. 高精度水准网的布置..... 23

第二章 觀測方法的选择，觀測誤差的檢驗..... 26

1. 觀測方法的选择..... 26
2. 觀測誤差的檢驗..... 30

第三章 折光差影响的探討..... 35

1. 1950年以前所完成的工作簡述..... 35
2. И. А. 巴甫洛夫公式的实驗檢查..... 38
3. 拟定探討折光差影响的方法..... 44
4. 在莫斯科近郊进行的折光差影响之实驗性檢驗..... 51
5. 在高加索山前地带进行的折光差影响之实驗性檢驗..... 55
6. 对所测定的 $\Delta\rho$ 成果进行計算和分析..... 62
7. 对所测定的 $\delta\rho$ 成果进行計算和分析..... 72
8. 近代对地面空气层温度构造的观点..... 80
9. 水准测量时的温时测定..... 82
10. 水准测量时折光作用的过程..... 89
11. 結論和实用上的建議..... 90

第四章 尺桩和脚架垂直位移的影响之研究.....	92
1. 现代关于尺桩和脚架位移的一些观点.....	92
2. 1947年中央测繪科学研究所的檢驗.....	93
3. 中央测繪科学研究所的最近檢驗.....	93
4. 尺桩和尺台的垂直位移.....	94
5. 尺桩位移对水准測量成果的影响.....	104
6. 脚架的垂直位移.....	107
7. 脚架位移对水准測量成果的影响.....	113
8. 十分紧密的和十分疏松的土壤上尺桩和脚架的位移.....	117
9. 减少尺桩位移和脚架位移之系統影响的若干措施.....	120
第五章 热力作用对水准仪影响的研究.....	122
1. 现代对热力作用影响的观点.....	122
2. 实验室的檢驗.....	123
3. 野外檢驗.....	127
4. i 角度化对水准測量成果的影响.....	141
5. 减少温度作用的系統影响的若干措施.....	149
第六章 水准标尺照明度的差别与若干其他誤差的来源.....	150
第七章 一等水准測量的精度.....	152
1. 水准測量时誤差的影响.....	152
2. 計算水准測量中誤差的若干公式.....	157
3. 一等水准測量精度的比較.....	160
第八章 一等水准測量的新觀測綱要.....	165
附录.....	169
参考文献.....	306

緒 言

从1945年开始进行的现代高精度水准测量(一等水准测量),是苏联国家大地网最基本的組成部分之一。它的主要实际用途是:作为二等水准测量的控制,并与二等水准网一起,在苏联全境内布置成以喀琅斯塔德驗潮站零点为原点的統一高程系統。

但高精度水准测量的意义并不止于此。还可用它来解决一系列的科學任务。其中第一个任务是大地测量的基本科學問題,即綜合利用天文大地測量、重力測量和水准測量的成果,研究地球自然表面的形状和地球外部的重力場。第二个任务是确定各海洋平均海水面的高程差和傾斜,欲解决这一任务,須綜合利用水准測量的成果和在各海洋沿岸上水位測定的成果。第三个任务是研究現代的地壳垂直运动以及地球的地震运动。在最近几十年来,这一任务具有极其现实的意义。現今对这一任务的解决,系綜合利用水准測量和水位測定的成果以及地質-地貌的資料来實現的。

由此可見,高精度水准測量是解决一系列实际上和科學上的重要任务所必需的。但要解决这些任务,只有在一定的条件下才能做到。其中第一个条件,是要每隔若干時間周期地沿某些水准綫和水准点进行重复的水准測量。有了这一条件,便能确定地球形状、地球外部的重力場、各海洋平均海水面的高程差和傾斜以及地壳垂直运动的性質、速度和方向等积年累月的变化。第二个必要的条件,是一等水准环綫和水准綫的正确的布置方案和正确的地理分布。适当地完成了第二个条件,便能利用一等水准网作为二等水准网的控制,并利用它来最可靠地研究地壳的垂直运动,以及最精确地确定各海洋平均海水面的高程差和傾斜。第三个条件是,水准标石須巩固,并能长期抗御因地面特点(如严寒的凸起、水热状况和土壤性質等)影响而产生的凸起現象和下沉現象。

由于須用高精度水准測量解决的任务很多,因而产生了高程系統的問題。M.C.莫洛金斯基指出,正高系統有許多严重的缺点,因此不能用这种系統来解决科學上和實際上的許多問題。莫氏建議采用他所研究出来的正常高系統,因为这种高程系統在理論上既无可疵議,而在实际应用上也十分方便。

近几年来,中央測繪科学研究所十分重视关于研究現代垂直运动的問題,以及关于确定一等水准环綫和水准綫布置方案和地理分布的問題。这些工作的結果已經部分地发表过。本書只利用一等水准測量的資料,最簡要地叙述一下中央測繪科学研究所的工作成果。其中第一章就是关于这些問題的叙述。

迄今为止,我們只談到由于利用高精度水准測量而产生的一些問題。但是还存在着一个这样的問題,这問題既与高精度水准測量的利用有关,又与它的实施有关。按照最一般的說法,我們可称这个問題为水准測量的精度問題。就利用一等水准測量成果以解决上述任务來說,水准測量的精度有着头等重要的意义。

实际上也是这样。按照現代的資料,各海洋平均海水面的高程差是很小的,約为2—3公寸,而这些平均海水面的傾斜則更小。因此,当各海洋間的距离很大以及海岸很长时,为了确定这些微小量,哪怕所含誤差在50%左右,也須要有很高的水准測量精度。对待地壳的

垂直运动也应当如此，因为这种运动的速度每年只有几公厘。利用高精度水准测量作为二等水准网的控制时，要求各一等水准点间的高程差之误差，至少应比依附在这些一等点上的二等水准线的高程推算误差小一半。

于是便发生了一些这样的问题：现代一等水准测量的精度对解决上述任务能保证到什么样的程度，怎样才能查明和提高水准测量的实际精度。虽然这些问题在国内和国外已有不少著作论述过，但还没有得到十分满意的解决。要证实这一点，只要引证Ф.Н.克拉索夫斯基〔1〕^①和А.С.契巴塔廖夫〔2〕的著作就行了。他们两人都指出，如果不查明系统误差来源（哪怕只是一些最主要的系统误差来源也好）的自然条件和作用过程，便无法解决估计和提高水准测量精度的问题。研究水准测量的偶然误差也有重要的意义。然而水准测量的误差来源目前还研究得非常不够，其原因正如Ф.Н.克拉索夫斯基所指出，是由于研究起来很困难。而且这种困难还由于实际工作中采用三种观测方法，即：三丝法、照准法和重合法，而有所增加。这三种方法中每一种方法都有其固有的特殊误差。因此首先须查明，这三种方法中，哪一种方法能保证成果具有最高的精度，以及作业具有最高的生产率。

鉴于上述情况，中央测绘科学研究所曾将各种观测方法作了一次比较，在比较中不仅采用了计算的方法，而且采用了直接对照观测成果的方法，这些观测是在水准环线上用各种观测方法专门进行的。由这一比较表明，重合法在精度上和方便上都是最好的观测方法。因此，中央测绘科学研究所开始设计一种用于重合法的并最适用于一等水准测量的高精度水准仪。由于中央测绘科学研究所和测绘仪器制造厂的共同努力，这种水准仪已经制造成功，并取名为HB。同时在确定用重合法的观测误差值方面，进行了多次实验工作。知道这些观测误差值，对评定现代水准测量的精度，对拟定水准测量计划时所进行的各种计算，当然都是必要的。

虽然观测误差值，可根据水准器分划值、望远镜放大率、视线长度、标尺分划值等已知值，并按照经验公式（列英格列茨公式、埃格尔特公式、契巴塔廖夫公式和其他经验公式）计算出来，但我们认为，根据在各种不同条件下和用若干仪器所进行的大量观测，来直接确定观测误差值，还是必要的。因为由这种方法所求得的观测误差的均方值，在很大的程度上避免了各种仪器个别特点的影响和各种观测条件所固有的特点的影响。这样，观测误差的均方值当然比按经验公式计算的要准确些。

同选择观测方法和确定重合法的观测误差值有关的各种检验，将于本书第二章中叙述。

而本书的基本内容则是我们所进行的对一等水准测量主要系统误差之检验，以及有关苏联一等水准测量的精度估计方面的检验。除本书最后一章外，第二章以后的所有各章都叙述了这些问题。在最后一章中叙述了一等水准测量新观测纲要的论据，这些论据是由检验系统误差的结果中得出来的。

系统误差的影响甚至在像现代这样高精度的水准测量中，也是十分显著的。Ф.Н.克拉索夫斯基在研究布置高精度水准测量的问题时指出，最重要的系统误差来源是：（1）尺台下沉，（2）脚架下沉，（3）折光差影响，（4）水准器气泡朝太阳方向移动，（5）由于外界原因所引起的并使望远镜轴和水准轴间之 i 角发生变化的仪器变形，（6）后标尺和前标尺的照明度之不同。当然还有许多误差可给水准测量成果以系统影响，例如因地壳内的凸起现象和地壳的凹陷现象（由于大气压力变化的影响）而产生的误差（亦即所谓地表面的热倾斜）和其他误差等就是。

①〔1〕，〔2〕，〔3〕……表示列于书末的参考文献之次序，以下均同——译者注。

但是按照許多學者的計算，這些系統的影響並不很大，因而現代水準測量所固有的系統誤差之巨大累積，並不是由於這些系統影響所致。因此，我們認為首先應當研究上面 $\Phi.H.$ 克拉索夫斯基所指出的誤差，同時我們認為，在目前正是這些誤差可以決定一等水準測量的精度。

在 $\Phi.H.$ 克拉索夫斯基所指出的誤差中，最主要的是折光差影響。在折光差影響的研究中，不論理論工作和實驗工作都比對其他任何誤差的研究多得多。1933—1940年 $H.A.$ 巴甫洛夫在中央測繪科學研究所對折光差影響進行了最充分的研究。他也和他的前輩一樣，是從這樣一個概念出發的，即地面大氣層某一點的空氣密度是該點超出地面高度的連續函數。由這個概念必然會得出折光差的影響是系統性質的結論。關於折光差影響的性質的這種概念，也流行於國外。大家都知道，這個概念在所有國家中，其中我國也在內，曾對水準測量的程序和方法給予了極大的影響。

然而最近幾年以來，所進行的各次折光差之研究並沒有得出肯定的結果，因為許多研究員所提出的計算折光差改正數的公式以及在水準測量中減少折光差影響的方法，沒有得到証實。因此在1953年國際測量協會的大會上雖然承認了折光差影響的系統性質，但還是不得不認定：已進行的各次研究，就上述意義來說，沒有得出肯定的結果。大會還建議對折光差組織新的研究。

中央測繪科學研究所還在1948年就開始了新的對折光差的研究工作，研究是從仔細檢驗 $H.A.$ 巴甫洛夫所提出的計算折光差改正數之公式開始的。其後又根據蘇聯學者所研究出來的關於地面大氣層之密度構造以及構造形成之過程的觀點，提出了許多理論上的見解。我們由這些見解得出如下結論：由兩標尺之中央進行幾何水準測量時，折光差影響不應當有系統的性質。1950—1952年在莫斯科近郊和北高加索利用改進了的方法和特制的儀器進行了多次實驗性的研究，根據這些研究的成果對上述這一重要的結論進行了檢驗。上述研究方法的特点是：研究的成果完全避免了除了要研究的系統誤差以外的一切系統誤差。由此所得的成果與偶然量分布的正常規律相一致，這就証明了，由兩標尺中央進行水準測量時，折光差影響具有偶然的性質。本書第三章將詳細敘述折光差影響的研究方法和研究結果。

在第四章中，我們闡述了為探明尺樁、尺台和腳架的垂直位移對水準測量成果的影響和作用過程所完成的各次檢驗。雖然對這些誤差來源的影響的系統性質，沒有任何懷疑，但是這些誤差來源的作用過程、影響大小和作用時間，還是完全不知道的。為此，我們不僅對這些誤差進行了多次實驗性的檢驗，而且還在水準測量實踐中根據作業的材料檢驗了我們所得的結論。在這種情況下，實驗性檢驗的方法也曾保證獲得了沒有一切其他系統誤差來源影響的精確成果。因為檢驗時，我們採用了一種特制的儀器，有了這種特制的儀器，不須利用水準儀便可直接測出尺台、尺樁和腳架的垂直位移的大小（與方向），而且所帶的誤差可小於5微米。看來，我們的檢驗完全解決了關於這些誤差來源在水準測量過程中的影響問題，其中特別是表明了：當水準路線沿中等密度的土壤通過時，這些誤差的影響很小；而沿十分緊密的土壤和疏松的土壤通過時，則其影響將變成水準測量的主要系統誤差。

第五章敘述了因水準儀受熱力作用而產生的水準測量誤差之檢驗。在測量文獻中，這種誤差還很少被人們注意。甚至我們還常常遇到一種這樣的意見，認為這種誤差由於水準儀至兩標尺的距離相等以及在測站上的觀測很快，一般不應當有系統的性質。我們實驗性檢驗的目的，就是查明這種誤差的性質及其作用的時間，同時還儘可能發現這種誤差在水準測量時的作用過程。檢驗的時間是在1950—1952年，地點在莫斯科近郊和北高加索。檢驗的方法也保

証獲得了除被檢驗的系統誤差外沒有含其他一切系統誤差的成果。結果証明，水准仪受热力作用是長期影响的大系統誤差的來源，但其影响不会在各个高差之差中显示出來。这种誤差來源的作用过程是极其复杂的。但我們由檢驗已經确定了这种誤差的數量大小和减小其影响的方法。

第六章研究了有关后标尺和前标尺不同照明度时的誤差，以及研究了若干种仪器誤差。

第七章闡述了水准測量精度估計的問題。大家知道，精度估計是按照双向觀測之差，亦即按照往返測高差之差來进行的。为了按这些差來推算水准測量的偶然誤差值 η 和系統誤差值 σ 而出現了許多公式。在 A.C. 契巴塔廖夫的著作〔2〕中，对这些公式有很詳細的分析和評論。毫無疑問，現有的公式須要加以改进。但确定水准測量精度的主要困难，是在于实际上不可能十分正确地將所得之諸差分为偶然部分和系統部分。

不考慮誤差的自然本質，純粹用数学的方法來解决水准測量精度估計的問題，曾有不少人（特別是国外大地測量学者）作过这样的試驗。根据各种不同的見解，同时还部分地根据水准測量材料的分析，确定了系統誤差的作用周期或这样綫段的长度，即在这种綫段的範圍內，系統誤差在数值上和符号上都視為固定不变。其次还認為，在很大的、包括許多这样綫段的水准網內，系統誤差具有偶然誤差的特点，因为系統誤差在每个綫段內虽保持不变，但在各个不同的綫段內，它却有不同值和符号。这些假定是有缺点的，它們不能由基于对系統誤差之自然本質和作用过程的知識的論据而获得証实，同时它們的根据，是一些數量不够多和質量不够高的水准測量資料。

由此可見，上述假定充其量也只能認為是一些臆測性的假定。如果这些假定成立，那么我們也可同样用各种不同的論点，甚至可用适当選擇的某些水准測量的資料，提出和論証其他許多关于系統誤差影响的性質方面的假定。因此，A.C. 契巴塔廖夫的意見是完全正确的，契氏在結束他的关于水准測量精度的估計一文〔2〕時指出，必須細心地研究水准測量時誤差的本质及其影响的規律。

本書根据由檢驗誤差所得的資料以及1952年以前（包括1952年）所进行的一等水准測量的成果，研究了水准測量精度估計的問題。同时还研究了計算 η 和 σ 的現有公式，并进行了不同水准綫水准測量的精度估計及其成果的比較。必須着重指出， η 和 σ 兩量只具有相对的价值，只能比較不同水准綫水准測量的質量，而不能表示水准測量成果的实际精度。大大减少系統誤差的影响，特别是由于尺桩和脚架的垂直位移以及仪器受热力作用所产生的系統誤差的影响，乃是求得水准測量成果之实际精度的最正确的途徑。根据这种水准測量成果所求出的 η 值，將可靠地表示其成果的精度。自然这种途徑也能使水准測量本身的精度得到显著的提高。由于我們进行了多次檢驗，使我們能得出許多足以大大减少系統誤差的方法。綜合这些方法就构成了一等水准測量的新觀測綱要。本書最后一章，即第八章叙述了这个綱要。新觀測綱要在大家都須遵守的1955年一、二、三、四等水准測量細則中得到了充分的反映。新綱要的基本原則，从1951年起，就在大地測量作业中开始采用，毫無疑問，这已促进了最近三年來一等水准測量質量的提高。

中央測繪科学研究所研究員 B. И. 茲沃諾夫、B. Ф. 耶列麦也夫、M. И. 茜尼亚吉娜、B. П. 柯罗列娃和 B. И. 茜尼亚吉娜同作者一起参加了本書所討論的某些檢驗工作。其中須特別提出的是：B. И. 茲沃諾夫推出了計算 η 的公式，并研究了关于水准測量精度估計的若干問題；B. Ф. 耶列麦也夫在关于正常高系統的問題的研究方面，給了作者重大的帮助；M. И.

茜尼亚吉娜参加了一等水准测量计划的制定工作，并提供作者关于利用重复水准测量以研究现代地壳垂直运动方面的某些资料；В.П. 柯罗列娃参加了几乎作者所有各次实验性检验的工作。В.И. 茜尼亚吉娜给予作者的帮助特别多，她在作者的领导下，详细研究了检验尺桩和脚架的垂直位移以及水准仪的 i 角变化的方法和纲要，并且积极参加了这些检验工作、检验成果的計算工作和所得资料的理論概括工作。作者深深感谢 В. И. 茜尼亚吉娜、В. Ф. 耶列麦也夫、В. П. 柯罗列娃和 М. И. 茜尼亚吉娜，并对 В. И. 兹沃诺夫所给予的友好帮助表示谢意。

第一章

高精度水准测量网的用途及其布置

1. 高精度水准测量是二等水准测量网的基础

建立现代高精度水准测量网的观念，1938年 Ф.Н. 克拉索夫斯基在其著作〔1〕中业已提出，并进行了论证。于是这一观念便得到了承认，并在伟大卫国战争胜利结束后，立即开始了建立高精度水准测量网的工作。中央测绘科学研究所预先确定了一等水准测量的任务，并拟定了一套实施的方法，以及一等水准线和环线地理分布方案。所有这些资料都曾于1945年〔3〕公布。

1945年开始建立一等水准网时，无论中央测绘科学研究所或者各测绘分局，都没有进行这种工作的经验。但至现在，一等水准测量已敷设成千成万公里，故有可能查明，一等水准测量是否可作为二等水准测量的可靠基础。

1948年即已弄清，敷设高精度水准测量的精度实际上比规范〔3〕所预定的还高些。在一切情况下，偶然误差值 η 和系统误差值 σ 都小于规范中所规定的，亦即分别小于 $\pm 1.0\text{MM}/\text{KM}$ 和 $\pm 0.2\text{MM}/\text{KM}$ 。用重合法所完成的二等水准测量，其精度也同样高于细则中所规定的。因此，在“苏联国家大地测量基本法式”草案〔4〕中指出，一等水准测量，应以采用最完善的仪器和观测方法所能达到的最高精度来进行；至于二等水准测量，其偶然中误差不应超过 $\pm 1.0\text{MM}/\text{KM}$ ，系统中误差不应超过 $\pm 0.2\text{MM}/\text{KM}$ 。

1949年，中央测绘科学研究所和莫斯科测绘分局共同对1945—1948年所完成的一等水准测量（全长约8千公里）的精度进行了研究。研究的方法和结果详载于В.И. 兹沃诺夫的著作中〔5〕。嗣后几年，又对1949—1951年所完成的一等水准测量（全长4千余公里）的精度进行过研究。由这些研究证明，可用下列各误差值来估计现代一等水准测量的精度：

$$\eta = \pm 0.5\text{MM}/\text{KM} \text{ 和 } \sigma = \pm 0.05\text{MM}/\text{KM}.$$

网经过平差后，系统误差应有所减少。

1950—1953年中央测绘科学研究所又对二等水准测量的精度进行了研究，并用往测高差与返测高差之差、环线闭合差、重复水准测量成果之不符值以推算 η 和 σ 。二等水准测量与一等水准测量不同，它无论在实施方法上，或在采用仪器上，都是各种各样的。此外，许多水准环线都须敷设若干年。因此，苏联领土内各个地区的二等水准测量和各个不同时期内所完成的水准测量，所得到的 η 和 σ 值有着极大的差别。

根据1924—1948年敷设于苏联欧洲部分的70条水准线的高差之差（往测减返测），可得：

$$\eta \text{ 等于 } \pm 0.5 \text{ 至 } \pm 1.9\text{MM}/\text{KM}, \text{ 而平均 } \eta = \pm 1.2\text{MM}/\text{KM},$$

$$\sigma \text{ 等于 } 0 \text{ 至 } \pm 0.5\text{MM}/\text{KM}, \text{ 而平均 } \sigma = \pm 0.2\text{MM}/\text{KM}.$$

根据一等水准测量九条环綫的閉合差，認為閉合差主要是由于系統誤差的影响所致，得 $\sigma = \pm 0.09 \text{ MM} / \text{KM}$ 。最后，根据敷設于列宁格勒—莫斯科—哈尔科夫—詹柯依水准綫以西具有不同周长的112条环綫的閉合差，得 σ 之近似值为 $\pm 0.12 \text{ MM} / \text{KM}$ 。

1951年在中亚細亚用重合法进行了綫长为196公里（20分段）的二等水准测量，后来又在1952年重测了一次。根据这两次测量結果的不符值，得 $\sigma = \pm 0.11 \text{ MM} / \text{KM}$ 。

根据用重合法測定全长6千公里的二等水准测量的精度估計，証明 η 之值平均为 $\pm 1.2 \text{ MM} / \text{KM}$ ，而 σ 則接近于 $\pm 0.2 \text{ MM} / \text{KM}$ 。

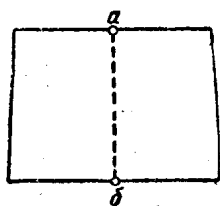


图 1

顧及上述結果，当計算时，对于用重合法进行的二等水准测量来说，便可取

$$\eta = \pm 1.0 \text{ MM} / \text{KM} \text{ 和 } \sigma = \pm 0.2 \text{ MM} / \text{KM}.$$

而平差后的二等水准綫，其 σ 值可能小一半左右。于是产生了一个这样的問題：在上述精度下，一等水准测量是否可作为二等水准测量的基础。为了回答上述問題，茲就一等水准测量环綫（图 1）中插入二等水准綫的这一情况，作如下的簡易計算。設环綫周长等于 L 公

里，而插入其中的二等水准綫則等于 $\frac{L}{4}$ 。

根据一等水准环綫的两支綫所得 δ 点对 a 点的高差之偶然誤差为

$$\frac{\eta \sqrt{\frac{L}{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{\eta \sqrt{L}}{2}.$$

如取一等水准测量剩余系統誤差等于 $\frac{\sigma_1}{2}$ ，則上述高差之系統誤差将等于 $\frac{\sigma_1}{2} \cdot \frac{L}{2}$ 。高差的綜合誤差为。

$$\epsilon_1 = \sqrt{\frac{\eta_1^2 L}{4} + \left(\frac{\sigma_1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2}.$$

而 a 、 δ 两点間的二等水准綫則相应为

$$\epsilon_2 = \sqrt{\frac{\eta_2^2 L}{4} + \left(\frac{\sigma_2}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{L}{4}\right)^2}.$$

因为据上所述， $\eta_2 = 2 \eta_1$ 和 $\sigma_2 = 4 \sigma_1$ ，故无论一等水准环綫之周长如何，都有如下关系： $\epsilon_2 = 2 \epsilon_1$ 。由此可見，起始資料（一等水准测量的）的誤差要比插入其中的二等水准綫的誤差小一半。故一等水准测量可作为二等水准测量的基础。关于一等水准环綫的最佳周长的問題，很明显，这个問題的解决，不仅应顧及它能否保証二等水准测量的起始資料，而且也应考虑下面即将敘述的一些情况。

2. 地壳垂直运动的研究

研究現代因地震而产生的地壳垂直运动，是一等水准测量需要解决的次一任务。近年来中央測繪科学研究所 M. И. 茜尼亚吉娜正从事于这一問題的研究，她根据一、二等水准的重复測定，获得了苏联西部領土上現代地壳垂直运动的数量資料。根据她的資料，这种运动的

速度每一年內由 -5 至 $+11MM$ 。这些資料都只是近似的,这是因为它們的求得,不完全是根据現代的一、二等水准測量,而是有一部分根据过去年代的二等水准測量,并且經常又以二等水准綫来充当一等水准綫的原故。根据 М. И. 茜尼亚吉娜的推算,上述速度值具有較大的誤差(每年約为 $2.0-2.5MM$) , 这些誤差往往接近有时甚至还超过这些待确定的速度值本身。

若两次水准測量(重复的)都是一等,則确定速度的誤差将要小些。但是須在怎样的条件下才能减小呢? 同时又减小多少呢?

要解决这个问题,首先必須查明,重复进行一等水准測量应經過什么样的時間間隔。地壳垂直运动的速度可根据重复水准測量的成果按下列公式計算

$$v = \frac{h_2 - h_1}{t}, \quad (1.1)$$

式中 h_2 和 h_1 ——分別由第二次和第一次水准測量确定的地面两点間之高差; t ——两次水准測量的時間間隔。如两次水准測量的精度相等,則确定速度 v 的誤差为

$$m_v = \frac{m_h \sqrt{2}}{t}. \quad (2.1)$$

很明显, t 愈大,則 m_v 愈小,因此,一般說来,要更正确地确定速度 v , 似乎必須最大地增长重复水准測量間的時間間隔。然而这样解决问题不能适应于現代地壳垂直运动的研究任务。問題在于:实际上用重复水准測量进行研究的現代运动,有着搖摆不定的性質,也就是說,随着時間改变其符号和速度。为获得关于利用重复水准測量而确定現代运动的正确概念起見,必須使水准測量各次重复間的時間間隔不超过半变动周期,最好为半变动周期的若干分之一。但很遺憾,現在还缺乏有关振蕩周期的資料。因此关于時間間隔 t 的問題,目前还不能按直接方法解决,而不得不采取間接方法。

中央測繪科学研究所关于用重复水准測量以研究垂直运动方面的經驗証明:甚至在像俄罗斯陆台这样地質构造稳固的地区,也有60%以上的点每年的速度超过 $3MM$, 其余40%的点每年也約有 $2MM$ 的速度,这些速度是根据重复水准測量求出的,而这些重复水准測量的時間間隔,絕大多数接近于20—25年。

如考虑到所求得的多数点的速度值是相当可靠的,便可取25年作为这一時間間隔,經過此一时间后必須将一等水准重复測量一次。当然,在某些地区,如地震剧烈的地区,則可更加頻繁地重复測定其速度值。同时还应创造条件,以使确定速度的誤差,不超过苏联地質构造稳固地区地面多数点現代垂直运动速度本身的一半。

不难近似地算出,一等水准綫应为多长,方能保証所測速度合乎規定精度。为此我們利用上列公式(2.1)

$$m_v = \frac{m_h \sqrt{2}}{t},$$

其中 m_v 假定一年內为 $\pm 1.5MM$, $t=25$ 年。 m_h 可用水准綫长 L 的函数表示,即:

$$m_h = \varepsilon \sqrt{L},$$

式中 ε ——一等水准測量一公里測程的綜合誤差。因为現今业已閉合的六条环綫,其閉合差不超过 $\pm 2MM\sqrt{L}$, 故平差后可近似地取

$$m_h = \pm 1.0 MM \sqrt{L}.$$

将上述各值代入 m_v 公式中，则有

$$\pm 1.5 = \frac{1.0 \sqrt{L} \cdot \sqrt{2}}{25}, \text{ 由是得 } L \approx 720 \text{ KM}.$$

因此，一等水准环线长度可约为 3 千公里。

当然，关于地壳振荡运动速度的可靠资料积累愈多，则水准测量各次重测间的时间间隔以及环线之最佳长度，就愈能正确地决定。

研究现代地壳垂直运动和作出这种运动的图形，仅有一等水准网的数据是不够的。事实上也是这样，当一等水准环线周长约为 3 千公里时，则各线平均彼此相距 750 公里。在运动速度为已知的各点间，这种距离确实是太长了，这样会使作出现代运动的图形极其困难，使图形简略而不够详细。因此在一等水准环线内应有若干具有已知运动速度的点，而且这些点应大约均匀地分布于该环线内。现在我们来研究一下，在上述条件下，是否能为此目的而利用二等水准测量。

a, δ 两点（图 1）间二等水准路线中点的高差误差 m_h ，可按下列公式①计算

$$m_h = \pm \sqrt{\frac{1}{4} m_\delta^2 + \frac{1}{4} \epsilon^2 l},$$

式中 m_δ ——由一等水准测量求得的 δ 点对起始点 a 平差后的高差误差， $\epsilon = \sqrt{\eta^2 + \sigma^2}$ ——长为 l 公里的二等水准测量路线一公里的综合误差。兹将 m_h 计算如下：

$$\frac{1}{4} m_\delta^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{\eta^2 L}{4} + \left(\frac{\sigma}{2} \right)^2 \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right] = \frac{1}{4} (0.5^2 \times 750 + 0.025^2 \times 1500^2) \approx 400.$$

$$\frac{1}{4} \epsilon^2 l = \frac{1}{4} (\eta^2 l + \sigma^2 l^2) = \frac{1}{4} (1.0^2 \times 750 + 0.2^2 \times 750^2) \approx 5800.$$

$$m_h \approx \pm 78 \text{ MM}.$$

如果认为，二等水准路线平差后，中点的高差误差将减小二分之一，即为 $\pm 39 \text{ MM}$ ②，则

$$m_v = \pm \frac{39 \sqrt{2}}{t} \text{ MM}.$$

如对二等水准测量也取 $t = 25$ 年（实际上可能这样），则

$$m_v \approx 2.2 \text{ MM/年}.$$

所求 m_v 值之所以有些增大，虽然是由于我们在二等水准测量中取 $\sigma = \pm 0.2 \text{ MM/KM}$ 的原故。实际上，在用重合法完成的各最新二等水准测量中 m_v 之值要小些（这一点我们前面已经说过）。此外，二等水准路线不应长达 750 公里。位于一等水准环线内的其他各点上的 m_v 显然要小些。

于是，我们有根据认为，位于一等水准环线内各点的现代垂直运动的速度可由二等水准

① 参阅[2]，35页。

② 决定于起始数据误差影响的那部分误差，将减小至原有的 $1/\sqrt{k}$ ，此处 k 为由各一等水准点至中点的二等水准路线数。

測量來確定，其誤差每年小於 $\pm 2.0MM$ ，即約等於由一等水準測量所決定的誤差。

最後必須着重指出：根據經驗證明，現代地殼垂直運動，不能只根據重複水準測量來研究。要從研究中得出在數量上和質量上均可靠的結果，只有綜合利用重複水準測量、地質地貌的資料和各海洋水位觀測的資料。現今就是用這種方法來研究適合於蘇聯領土歐洲部分的這一個複雜問題。參加這一研究工作的，除中央測繪科學研究所外，還有蘇聯科學院地理研究所和其他科學機關。

Ф. Н. 克拉索夫斯基〔1〕寫道，一等水準測量還應作為“研究那些與陸地長期變動無關的某些地區內地表面的垂直位移（這些地區內因地震而產生的位移也包括在內）”之用。

中央測繪科學研究所曾整理一些重複二等水準測量的材料，以期獲得曾經發生過地震區域的地殼位移值的数据。阿什哈巴德城地區就可作為這種例子，該地區於1948年發生過一次大地震。1943—1944年通過該地區曾進行了二等水準測量，至1952年又重測了一次。由這兩次水準測量成果的比較證明：在阿什哈巴德城地區內幾乎在100公里長的距離中，所產生的地面垂直位移大至30CM，即大大地超過了二等水準測量可能發生的誤差。由此可見，在許多情況下，為了上述目的進行精密的二等水準測量是有利的。近年來常遇到這樣的問題，即利用經常重複進行的水準測量，以預測地震活動劇烈地區的地震發展的問題。顯然，為此目的，就必須測出極小的地殼位移，因而就必須利用一等水準測量。

3. 各海洋平均海水面的高程差及其傾斜的確定

對這一問題 Ф. Н. 克拉索夫斯基這樣寫道：“……各海洋平均海水面的不一致性（哪怕一共只相差0.3—0.4公尺），是與一系列重要的海洋物理現象有關的，是由於許多原因或許許多巨大力量的作用所致。要可靠地確定這些海水面的微小差值，當然是科學上一個饒有興趣的問題，但如各海洋間相距甚遠，那麼沿着聯繫各海洋的水準綫進行水準測量時，對這種測定須要求特別高的精度”〔1〕。

大家知道，平均海水面之值是由多年水位觀測而決定的，其測定誤差約 $\pm 1CM$ 。各海洋平均海水面之高程差及其傾斜，可由聯繫各驗潮站水準標石的水準測量來測定；而海水面的位置是以驗潮站為準來確定的。由此可知，用水準測量決定的各平均海水面的高程差和傾斜，其中完全包括着水準測量的誤差。同時這又可以說明，在各驗潮站間敷設新水準綫後，高程差和傾斜或有所改變，有時還改變相當大。當然除水準測量的誤差外，海洋面高程差還包含有確定海水位本身的誤差，但前已說明，這種誤差與水準測量誤差比較起來是不大的。因此，提高水準測量的精度對解決我們所研究的問題，具有非常重要的意義。

現代高精度水準測量，能十分可靠地求出各海洋平均海水面的高程差和傾斜，例如：波羅的海與黑海間的平均距離約為2千公里，所求高差之誤差只有 $\pm 1.0MM/\sqrt{2000} \approx 4.5CM$ 。由此，我們回顧一下前面所舉高程差之值，就可以知道，這種誤差小到為兩平均海水面差本身的幾分之一。

各海水面用精密水準測量聯繫，無論對水準測量本身或對現代地殼垂直運動的研究來說，都有重要的意義。根據許多海水位測定的資料（其中包括在波羅的海和黑海測定的資料），海岸各點平均海水面的位置，在很長的年代過程中實際上是保持不變的。如果真是這樣，那麼許多年代的各平均海水面便可各自作為永久水準標石。此外，如果保持不變的只是各平均海水面之高程差，那末就是在此種情況下，也可在平差水準網和水準綫時利用這些高

程差。然而許多学者有大量資料証明，平均海水面的位置是逐渐变化的。1941年古天别尔格利用許多驗潮站的观测資料，得出如下的結論：世界各海洋平均海面在一世紀中升高 11 CM。应当認為，这种海水面的升高是由其上升性質^①所决定的。古天别尔格关于平均海面每年升高 1 MM 的結論，遭到了許多学者的反駁。例如，根据 H. И. 尼科拉耶夫〔6〕的意見，这个結論已經过时，不足为据，因为古天别尔格沒有适当地考虑到地壳可能发生的运动，同时他所利用的又是那些比其計算方法所产生的誤差为小的各量。应当指出，重复进行高精度水准測量，大有助于解决关于海面升高的問題。

然而，即使海面每年升高 1 MM，研究现代陆地垂直运动时，仍可認為平均海面是保持不变的。其所以能这样認為，乃是因为地表面大多数点的垂直运动的速度每年大大超过 1 MM，而确定速度的誤差又达到 1.5—2 MM 的原故。因此，起始数据（即認為不变的平均海面之值）的誤差起碼可少至待确定量誤差的 $\frac{1}{10}$ 。

于是为了研究各海洋平均海水面的高程差和傾斜，就必須在位于各海岸的驗潮站之間，交錯地进行一等水准測量。同时水准測量必須每經過一定時間重复一次，借以判定各平均海面高程差和傾斜的变化。

4. 地球自然表面的形状之研究

解决大地測量的基本科学問題时，亦即研究地球自然表面的形状及其变化时，必須利用水准測量，以确定通过地球自然表面各点的諸水准面至所选择的参考面（椭圆体面）之距离。

大家知道，这些水准面彼此是不平行的。它們之所以彼此不平行，是受离心力的影响和地球内部物質分布的不均匀所致。离心力

$$P = \omega^2 \rho$$

之变化与地表面各点至地球旋轉軸之距离 ρ 的变化成比例，因为地球旋轉的角速度 ω ，对地表面所有各点都是固定不变的。又水准面曲率也随 ρ 的增大而增大。如地球自然表面各点的水准面曲率之变化，仅由于离心力变化的影响，則可想像这种曲率变化是由下面两部分組成的：一为規則部分，是随地表面各点緯度的变化而变化；一为不規則部分，取决于地表面各点高程的变化（即取决于地貌的起伏）。

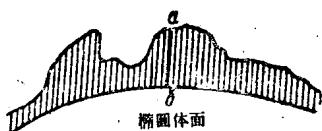


图 2

图 2 所示，为地球自然表面和所选择的参考面（椭圆体面）之子午截面。很明显，該椭圆体表面各点为水准面曲率变化的規則部分。但欲求出不規則的部分，必須知道地球自然表面上的点对上述椭圆体面的高度 $a\delta$ 。

上述所求的高度又可視為由两部分組成：一为正高，即地表面至大地水准面的距离，一为大地水准面超出椭圆体面之高度。M. C. 莫洛金斯基的著作未問世以前，其所以認為确定大地球体的形状是大地測量的基本科学任务，这也是其中原因之一。但只有在位于大地水准面与地球自然表面間这一层的密度分布情况为已知的条件下，确定大地球体的形状才能达到指

^① 海面之“海面上升”一詞，意即海水面的緩慢升高，海面升高的原因有：海洋水量的增多（因为北极带和南极带气候变暖，从而冰块融化所致）；由于陆地和海底升高而产生的海洋容量的变化；风化产物由大陆至海洋的迁移。