

研 究 生 教 材

# 等离子体粒子模拟

邵福球 编著

国防科技大学研究生院教材专项经费资助出版

科 学 出 版 社

2002

## 内 容 简 介

等离子体粒子模拟就是通过跟踪大量带电粒子在自洽场和外加电磁场作用下的运动来模拟等离子体的特性. 本书介绍了当今流行的等离子体粒子模拟方法, 内容简明扼要且实用. 该书可供理工科院校高年级本科生和研究生作教材或教学参考书, 也可供从事等离子体物理研究的科技人员使用.

### 图书在版编目(CIP)数据

等离子体粒子模拟/邵福球编著. —北京: 科学出版社, 2002  
(研究生教材)

ISBN 7-03-009649-5

I. 等… II. 邵… III. 等离子体模拟 IV. O53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 058279 号

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源 海 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2002年2月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2002年2月第一次印刷 印张:9 1/4

印数:1—2 000 字数:172 000

定 价:16.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(新欣))

## 前 言

等离子体是一个呈现集体运动特性的带电粒子的复杂系统. 等离子体粒子模拟就是通过跟踪大量带电粒子在自洽场和外加电磁场作用下的运动来模拟等离子体的特性. 对这样一个系统的数值模拟研究, 一般采用流体力学模拟或动力学模拟方法. 与此不同, Buneman, Dawson 和 Eldridge 等人在 1960 年前后创立了另一种更为基本的、更容易在计算机上实现的等离子体数值模拟方法, 这就是等离子体的粒子模拟方法. 最近几十年来, 高速度大容量计算机的飞速发展, 对等离子体粒子模拟的研究和应用领域产生了深刻的影响, 扩大了研究和应用的范围, 缩短了研究和应用的周期, 促进了一些新兴学科的发展, 在可控热核聚变、空间物理、自由电子激光和一般等离子体问题的研究中, 等离子体粒子模拟方法得到了广泛的应用.

本书中, 作者无意对各种不同学派等离子体粒子模拟方法及其发展历史进行比较和评论, 而是集中介绍当今流行的等离子体粒子模拟方法. 在本书的第一章, 对有关基本概念进行了介绍. 在第二章和第三章, 以建立等离子体粒子模拟的静电模型、电磁模型和静磁模型为主线, 介绍了有限大小粒子方法和最近网格点近似方法等等离子体粒子模拟的基本方法, 介绍了用谱方法求解麦克斯韦方程组及粒子推动方法, 同时对数值不稳定性、粒子初始状态的安置、模拟结果的诊断等基本问题进行了介绍. 第四章专题介绍用空间网格差分方法求解泊松方程的有关重要技术. 第五章讨论用空间网格差分方法求解麦克斯韦方程组的方法, 并对电磁场的边界条件、多时标法等重要问题进行了讨论. 作为一个建立等离子体粒子模拟模型、进行模拟并得出模拟结果的实例, 第六章详细介绍了切连科夫自由电子激光的粒子模拟, 以便加深对前面所介绍的等离子体粒子模拟方法的理解. 笔者自己的体会, 作等离子体粒子模拟最重要的是要求物理图像清楚, 在建立等离子体粒子模拟模型时是这样, 在分析等离子体粒子模拟结果时更是这样. 笔者对等离子体理论理解十分肤浅, 粒子模拟的技术和经验也十分有限, 错误之处在所难免, 希望读者给予批评和指正.

本书的编写和粒子模拟的研究工作是在王龙研究员、扬中海研究员、李传胪教授、刘永贵教授、张立夫教授、常文蔚教授、钟辉煌教授的指导、支持和关心下进行的, 在工作中得到了田成林副教授、黄明球博士、曹莉华博士的大力帮助, 与他们进行了许多有益的讨论, 霍启峰、张海峰等研究生在粒子模拟的研究工作和程序的整

理上付出了大量的辛勤劳动,笔者在此表示感谢. 特别感谢国家自然科学基金、湖南省自然科学基金等为该项研究工作的顺利开展所提供的经费支持, 特别感谢国防科学技术大学研究生院对该书的出版所提供的经费支持. 同时, 要感谢我的妻子王省书女士在开展等离子体粒子模拟研究工作和本书的编写过程中所提供的始终不渝的支持!

邵福球

2001年6月

# 目 录

第一章 导 论	(1)
§ 1.1 什么是等离子体	(1)
§ 1.2 德拜长度和等离子体的准电中性	(2)
§ 1.3 等离子体参量和集体相互作用	(4)
§ 1.4 等离子体频率	(4)
§ 1.5 等离子体的应用	(6)
§ 1.6 等离子体的数值模拟研究方法	(7)
§ 1.7 等离子体粒子模拟方法概述	(9)
§ 1.7.1 基本思路	(10)
§ 1.7.2 发展历史	(10)
§ 1.7.3 算法问题	(11)
§ 1.7.4 碰撞问题	(12)
第二章 静电模型	(15)
§ 2.1 基本问题	(15)
§ 2.2 有限大小粒子	(16)
§ 2.3 计算傅里叶分析	(19)
§ 2.3.1 问题的提出	(19)
§ 2.3.2 傅里叶变换	(20)
§ 2.3.3 取样定理	(20)
§ 2.3.4 傅里叶变换的离散化处理	(21)
§ 2.3.5 快速傅里叶变换	(22)
§ 2.4 有限大小粒子的电场和受力计算	(24)
§ 2.4.1 电荷密度关于网格点的多极展开	(24)
§ 2.4.2 用计算傅里叶分析方法求解泊松方程	(25)
§ 2.4.3 用插值法或权重法求粒子所受的力	(27)
§ 2.5 粒子运动(非相对论情形)	(27)
§ 2.6 有限大小粒子法对色散关系的修正	(30)
§ 2.7 有界等离子体的模拟	(31)
§ 2.8 权重粒子	(35)

<b>第三章 电磁模型和静磁模型</b> .....	(36)
§ 3.1 电磁模型 .....	(36)
§ 3.1.1 基本方程 .....	(36)
§ 3.1.2 用FFT方法求解麦克斯韦方程组 .....	(37)
§ 3.1.3 粒子的运动 .....	(38)
§ 3.1.4 计算框图 .....	(41)
§ 3.1.5 无量纲化问题 .....	(42)
§ 3.1.6 粒子边界条件 .....	(43)
§ 3.2 静磁模型 .....	(44)
§ 3.3 数值稳定性 .....	(45)
§ 3.4 诊断 .....	(48)
§ 3.4.1 粒子运动的测量 .....	(49)
§ 3.4.2 波的测量 .....	(55)
§ 3.5 粒子初始状态的安置 .....	(58)
§ 3.5.1 系统的噪声起动 .....	(58)
§ 3.5.2 系统的平静起动 .....	(61)
§ 3.5.3 举例 .....	(62)
<b>第四章 用空间网格差分方法求解泊松方程</b> .....	(69)
§ 4.1 一维泊松方程 .....	(69)
§ 4.1.1 问题简介 .....	(69)
§ 4.1.2 粒子和场的权重分配方法 .....	(71)
§ 4.1.3 电荷、电流及场的边界条件 .....	(72)
§ 4.1.4 泊松方程的求解 .....	(74)
§ 4.2 二维泊松方程 .....	(75)
§ 4.3 $x$ 方向有界, $y$ 方向为周期性边界条件时泊松方程的求解 .....	(77)
§ 4.3.1 给定左右边界上的势 $\phi_0 = V_0, \phi_N = V_L$ .....	(78)
§ 4.3.2 左右边界为开放边界 .....	(80)
§ 4.4 原点对称系统 .....	(82)
§ 4.5 $xy$ 方向均为周期性边界条件时泊松方程的求解 .....	(84)
§ 4.6 $r, r-z, r-\theta$ 坐标系中泊松方程的差分形式 .....	(85)
§ 4.6.1 $r$ 坐标系 .....	(85)
§ 4.6.2 $r-z$ 坐标系 .....	(86)
§ 4.6.3 $r-\theta$ 坐标系 .....	(87)
§ 4.7 柱坐标系中的粒子和场的权重方法 .....	(88)
<b>第五章 用空间网格差分方法求解电磁场方程</b> .....	(90)
§ 5.1 电磁场方程的差分形式 .....	(90)

§ 5.1.1 一维情形 .....	(90)
§ 5.1.2 二维情形 .....	(92)
§ 5.2 麦克斯韦方程组解法的精度及稳定性 .....	(94)
§ 5.3 对电场的修正 .....	(95)
§ 5.4 $A-\phi$ 公式 .....	(95)
§ 5.5 场的初值条件和边界条件 .....	(97)
§ 5.5.1 初值条件 .....	(97)
§ 5.5.2 边界条件 .....	(97)
§ 5.6 推动粒子 .....	(101)
§ 5.6.1 稳恒磁场中的粒子推动 .....	(101)
§ 5.6.2 变化电磁场中的粒子推动 .....	(106)
§ 5.7 粒子和场量积分的耦合 .....	(107)
§ 5.8 粒子模拟的多时标法 .....	(108)
<b>第六章 切连科夫自由电子激光的粒子模拟 .....</b>	<b>(111)</b>
§ 6.1 切连科夫自由电子激光简介 .....	(111)
§ 6.2 本征模色散关系 .....	(112)
§ 6.3 耦合波色散关系 .....	(118)
§ 6.4 粒子模拟程序的建立 .....	(120)
§ 6.4.1 求电流密度 .....	(120)
§ 6.4.2 麦克斯韦方程组的求解 .....	(121)
§ 6.4.3 用线性插值方法求任意点上的电磁场 .....	(123)
§ 6.4.4 推动粒子 .....	(124)
§ 6.5 主要模拟结果 .....	(125)
<b>附录 .....</b>	<b>(132)</b>
A 差分格式的建立 .....	(132)
B 书中常用符号表 .....	(136)
C 国际单位制和高斯单位制主要公式对照表 .....	(137)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(138)</b>

# 第一章 导 论

## § 1.1 什么是等离子体

等离子体是处于一定温度下的电离气体。当温度较高时，气体充分电离，当然是等离子体。但有时温度并不高，气体部分电离，整个气体由离子、电子和中性分子组成，在一定条件下，这也是等离子体。而普通气体，即使在室温下，也有一定的电离度。这就产生了等离子体和普通气体的界限问题。与普通气体相比，等离子体有什么特点？它们差别在什么地方？它们的界限是什么？

等离子体的第一个特征就是它不但是电离气体，而且它的主要活动成分是大量的带电粒子。普通气体是由大量中性粒子组成，粒子之间的相互作用是力学碰撞，是短程相互作用。普通气体运动时它们信息的传递要通过其微观粒子的依次短程碰撞。因而一般气体的运动是大量微观粒子单次碰撞运动过程的统计集合。与此不同的等离子体是由带电粒子组成的。带电粒子之间的相互作用力是长程库仑力，它们是远程相互作用。一个带电粒子可以同时与许多其它带电粒子相互作用，一个带电粒子的信息可以同时传递到许多其它带电粒子上去。因而等离子体的第一个特征就是集体相互作用，就是每一个带电粒子能与许多周围的带电粒子发生集体库仑相互作用。有的等离子体电离度并不高，但和普通气体的短程碰撞相比，库仑作用力范围比较远，一个带电粒子能与许多带电粒子相互作用，这就具有了等离子体的特性。相反，如果有一定的电离度，但库仑作用范围上涉及不到许多带电粒子，这样的气体运动并无集体相互作用性质，因而并不具有等离子体的性质。其次，等离子体具有准中性特征。等离子体的电子和离子具有强烈的保持电中性的倾向。任何小的正负电荷的非中性偏离都会立即产生强大的静电场，使它们恢复电中性。另外，在不完全电离的情况下，等离子体的运动过程中，带电粒子与中性粒子会发生碰撞，等离子体的运动会由于这种频繁的碰撞而消失。这时整个气体受普通的流体运动所支配，表现不出等离子体的特征来。只有当带电粒子与中性粒子碰撞足够少，虽然包含了大量的中性粒子，但它并不妨碍、影响等离子体的运动，这时可以把这样的非完全电离气体看成等离子体。

关于等离子体的这些特性，在本章中将要引入一些等离子体的基本参数，对它进行进一步的描述。



值得一提的是,随着科学技术的发展,需要研究由同一种电荷(电子或离子)组成的气体,例如强流电子束. 其密度相当大,满足集体相互作用的条件,而其过程或者相当快,或者被限制约束在一定空间(如磁场),其非中性的静电排斥力不能有效地影响过程,这种气体过程亦可以用等离子体的理论和方法来进行研究,称其为非中性等离子体,亦属等离子体的范畴.

## § 1.2 德拜长度和等离子体的准电中性

等离子体中的带电粒子在电场作用下能自由运动,离子顺电场方向运动,电子反电场方向运动,运动结果离子和电子形成一与原电场相反方向的电场,这一附加电场削弱了原电场. 因而可以说等离子体有屏蔽电场的作用.

下面以等离子体中的平面栅网为例来说明这种屏蔽.

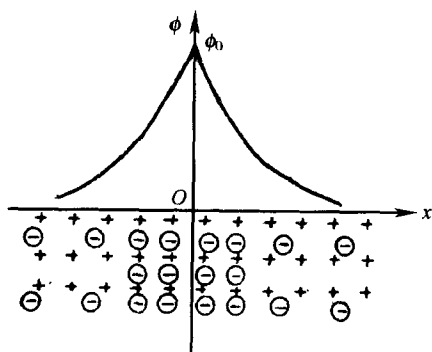


图 1.2-1 平面栅网示意图

在一维情况下,泊松方程为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi e(n_{i0} - n_e) \quad (1.2.1)$$

其中,  $n_{i0}$  为离子的平均密度,  $n_e$  为电子密度,  $e$  为电子电荷.

由热平衡的玻尔兹曼理论,处于电势为  $\phi$  处的电子密度为

$$n_e = n_{e0} e^{\phi/kT} \quad (1.2.2)$$

其中  $n_{e0} = n_{i0} = n_0$  为平均电子密度,  $T$  为电子温度.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi e n_0 (1 - e^{-\phi/kT}) \quad (1.2.3)$$

如果在离栅网比较远的地方近似解方程,在那里电子的势能远小于电子的热运动能,  $|e\phi/kT| \ll 1$ . 对上式右端第二项作台劳展开,取头二项得

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{4\pi e^2 n_0}{kT} \phi = 0 \quad (1.2.4)$$

引入叫作德拜(Debye)长度的参量

$$\lambda_D = \left( \frac{kT}{4\pi n_0 e^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.2.5)$$

则(1.2.4)式为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \lambda_D^{-2} \phi = 0$$

求解此方程,再利用  $\phi|_{x=\infty}=0, \phi|_{x=0}=\phi_0$  的边界条件即得

$$\phi = \phi_0 e^{-|x|/\lambda_D} \quad (1.2.6)$$

由此可见,静电势在等离子体中以德拜长度  $\lambda_D$  为特征长度指数下降. 静电势的梯度、电场强度也是按这个规律随距离而变化. 任何电场在等离子体中经过几个德拜长度后,就几乎可以忽略不计了.

不难计算,对于一个在等离子体中的电荷为  $q$  的点电荷,其电势的变化为

$$\phi(r) = \frac{q}{r} e^{-r/\lambda_D} \quad (1.2.7)$$

其中,  $r$  为离点电荷的距离. 这个势叫德拜势,它的下降比库仑势快得多,在距离点电荷为德拜长度的球面上,电势已降落到库仑势的  $1/e$ . 在球外基本上可以认为不存在电场. 综上所述,等离子体有把电场屏蔽在德拜长度范围内的特征.

在德拜长度  $\lambda_D$  空间范围以外,  $\exp(-r/\lambda_D) \rightarrow 0$ , 这时  $|e\phi/kT| \ll 1$  不等式满足,说明解出的结果符合原近似,假设是合理的. 这时由(1.2.2)式可见  $n_i \approx n_e$ . 在德拜范围以内  $\phi \rightarrow 0$  不成立,所以  $|e\phi/kT| \ll 1$  不成立,同样由(1.2.2)式得  $n_i \neq n_e$ . 由此可见德拜长度也是等离子体能够保持电中性的范围.

所以德拜长度的物理意义有两方面,一方面它是静电作用的屏蔽半径,另一方面它又是局域性电荷分离的空间尺度.

德拜长度的形成是由于等离子体的热运动. 热运动有克服外势场、使气体成均匀分布的趋向. 这一趋向与外势场相抗衡,形成一个热平衡下的稳定分布. 等离子体中的电子本来应该在库仑场的作用下,在栅极上形成一薄层,完全屏蔽等离子体中的电场. 但热运动反抗这一静电势,使电子趋向均匀分布,形成一个以  $\lambda_D$  为特征长度的稳定分布. 这一现象就像在重力场下气体的分布. 本来气体在重力场下应该在地表面形成一薄层,但热运动抗衡重力势场,使气体密度分布随高度增加而指数下降. 所不同的是这一气体分布并不产生一附加场来屏蔽重力场.

另外,当  $r \sim \lambda_D$  时  $|e\phi/kT| = 1$ , 因而在等离子体中有  $\phi = kT/e$  数量级的电势不能被屏蔽而被泄露出来. 说明并不是等离子体所有感兴趣的电场力都会消失.

等离子体在远大于德拜长度的范围里保持电中性这一事实得出:要保持等离

子体的电中性,就要求等离子体系统的尺度  $L$  远大于德拜长度  $L \gg \lambda_D$ . 可以类推,所有靠近电极、器壁的等离子体都可能不是电中性的. 而非中性的范围,也为德拜长度量级,这也称为等离子体的鞘层厚度.

### § 1.3 等离子体参量和集体相互作用

等离子体集体相互作用系指一个带电粒子能够同时和许多带电粒子库仑相互作用. 在等离子体中库仑力能涉及到的空间尺度是  $\lambda_D$ . 等离子体物理中把德拜长度为半径形成的球叫“德拜球”,把德拜球中所包含的带电粒子的数量叫等离子体参量  $N_D$ :

$$N_D = \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 n \quad (1.3.1)$$

等离子体集体相互作用要求

$$N_D \gg 1 \quad (1.3.2)$$

$N_D$  是等离子体集体相互作用程度的度量.

另外,对于温度为  $T$ ,处于热平衡的等离子体,每个带电粒子的平均动能

$$\langle E_K \rangle = \frac{3}{2} kT \quad (1.3.3)$$

而每两个带电粒子之间的平均势能

$$\langle E_P \rangle = \frac{e^2}{d} \quad (1.3.4)$$

其中  $d$  为带电粒子之间的平均距离.  $n = d^{-3}$ , 所以

$$\frac{\langle E_K \rangle}{\langle E_P \rangle} = \frac{3}{2} \cdot \frac{kT}{n^{-3} e^2} \propto N_D^{2/3} \quad (1.3.5)$$

等离子体参量也间接反映了带电粒子的平均动能和平均势能的比例. 如果  $N_D \gg 1$ , 则  $\frac{\langle E_K \rangle}{\langle E_P \rangle} \gg 1$ . 等离子体粒子的平均动能远大于平均相互作用势能,因而等离子体可以看作是理想气体.

可见,等离子体参量也是等离子体偏离理想气体程度的量度.

### § 1.4 等离子体频率

如果等离子体偏离电中性,静电力就会对带电的粒子作用,作用的方向是使等离子体恢复电中性. 因而静电力就起到了一种恢复力的作用. 又带电粒子本身有质量,有质量的物体在恢复力的作用下,必然会发生振荡. 等离子体的这种固有振荡叫等离子体振荡,其振荡的固有频率称为等离子体频率  $\omega_p$ . 以下用一简化的例

子直观地描述这种振荡的物理实质。

假设带电粒子气体完全均匀地分布在空间无热运动,  $T=0$ , 选  $x$  轴通过某一行带电粒子, 并取某粒子的平衡位置为 0 (图 1.4-1), 粒子电荷  $q$ , 质量  $m$ , 粒子之间的距离为  $d = n^{-\frac{1}{3}}$ ,  $n$  为带电粒子密度. 考虑处于原点粒子在  $x$  方向上有一位移, 只考虑其左右两个带电粒子对它的静电力, 它们作用力方向相反, 忽略其它粒子对此粒子的作用力(它们都是高级小量), 则此粒子的运动方程为

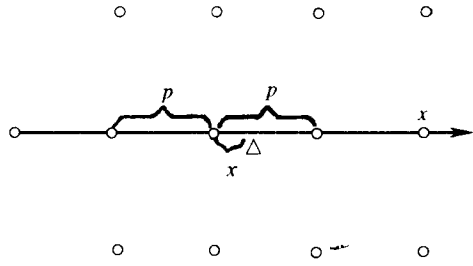


图 1.4-1 理想排布的冷等离子体

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{q^2}{(d+x)^2} - \frac{q^2}{(d-x)^2} = \frac{q^2}{d^2} \left\{ \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{d}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 - \frac{x}{d}\right)^2} \right\} \quad (1.4.1)$$

如果  $x \ll d$ , 对上式右端括号内两项分别作泰勒展开, 各取前两项, 经整理, 得

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{4q^2}{md^3} x = 0 \quad (1.4.2)$$

由此式即可得出, 带电粒子气体具有固有振荡的特点, 其固有振荡角频率为

$$\omega_p \propto \left( \frac{4q^2}{md^3} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{4nq^2}{m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

带电粒子密度越大, 粒子之间的距离越近, 或带电粒子的电荷越多, 静电恢复力越大, 振荡越快. 带电粒子质量越大, 惯性越大, 振荡越慢.

以上分析十分简化, 只考虑两个单粒子的作用, 但由此可以直观地看出等离子体振荡的物理过程: 等离子体振荡是带电粒子的惯性和静电恢复力矛盾运动的结果.

由更为严密的等离子体理论可以证明

$$\omega_p = \left( \frac{4\pi nq^2}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.4.3)$$

其反映的物理实质与上面分析完全相同.

$\omega_p$  是带电粒子的固有频率, 在任何外场力作用下, 带电粒子即以  $\omega_p$  的频率来响应它. 特别是当等离子体的电中性被破坏时, 这时离子质量由于很大, 可以看作不动, 电子即以电子等离子体频率  $\omega_{pe} = \left( \frac{4\pi ne^2}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}$  来弥合这非电中性. 因而  $1/\omega_{pe}$  即为电中性被破坏时等离子体作出反应的时间, 是克服非电中性快慢的时间度量, 称  $1/\omega_{pe}$  为等离子体的响应时间.

如果等离子体运动的速度十分快,特征时间小于或相当于等离子体的响应时间,则电子没有充分的时间来弥合此非电中性,因而等离子体时常显示出动态的非电中性. 所以等离子体的非电中性(或者说它的泄漏电场)经常出现在两个场合,一是在空间  $\lambda_D$  范围以内的电场不完全屏蔽而引起的,另一是在  $1/\omega_{pe}$  时间范围内的弥合迟缓而引起的,是动态的非电中性.

对于非完全电离气体,要求带电粒子和中性粒子的碰撞少到不影响等离子体的自身电磁耦合运动. 带电粒子自身耦合运动的特征时间是  $1/\omega_{pe}$ , 设带电粒子和中性粒子碰撞的特征时间是  $\tau$ , 则要求

$$1/\omega_p < \tau \quad (1.4.4)$$

亦即  $\omega_p \tau > 1$ .

综上所述,对于等离子体的要求来讲主要有三个条件:

- 1)  $L \gg \lambda_D$  电中性要求
- 2)  $N_D \gg 1$  集体相互作用要求
- 3)  $\omega_p \tau > 1$  碰撞足够少要求

这是严格等离子体的定义. 实际有时系统并不满足这些条件,虽然我们并不一定叫它等离子体,但在解决问题时由于一些共同特点,仍常用等离子体的概念、方法来处理它,亦属于等离子体物理的范畴.

## § 1.5 等离子体的应用

从比较实际的角度,等离子体经常用两个状态参量来描述,一个是等离子体的密度  $n$ , 另一个是它的温度  $kT$ . 自然界、实验室等离子体的参量变化范围特别大,等离子体以各种不同的自然形态存在着,在不同的科学领域得到广泛的应用.

### 1. 气体放电研究

等离子体的最早研究是从气体放电开始的. 研究对象一般为低温等离子体. 随着科学技术的发展,这项研究一直得到广泛的应用,例如各种气体电离光源,气体放电电子器件,雷电研究. 低温等离子体在工业上也有许多应用. 在激光领域中,应用电离气体作为工作介质开发了各种类型的激光器.

### 2. 受控热核聚变

50年代初,氢弹的爆炸,实现了无控的自持聚变反应,开始把聚变能应用于军事目的. 这也促使人们考虑用受到控制的热核聚变来取得能源. 由于海水里含有大量的氘,使得聚变材料事实上取之不尽,用之不竭. 因而可控热核反应成了人类解决能源危机的一个重要途径. 先进国家都花许多钱用于这个领域的研究. 但是,这个核聚变反应不能依靠用加速氘粒子打靶的办法实行,因为加速氘粒子所消耗的能量很大,使反应能量得失不能相当. 可行的办法是把聚变气体加热到温度

十分高,利用它们的热运动能量产生核碰撞,发生聚变反应,反应产生的能量又可以加热或维持高温,使聚变反应不断进行,不但反应自持,而且输出能量. 这样高温下的气体几乎成完全电离态. 因而高温等离子体的产生、加热和约束在自1952年开始受控热核反应研究以来成为十分热门的课题,成为等离子体研究中最活跃的一个领域,推动了等离子体物理的发展.

### 3. 空间物理和天体物理学的研究

这个领域分三个空间范围.

1) 电离层: 在离地面 70~100km 的空间范围里,地球的大气层受外层空间的辐射而处于低温、弱电离态. 等离子体密度在  $10^6\text{cm}^{-3}$  范围以内,称为电离层. 它的存在对地球上环境的形成十分重要,深刻地影响着人们的生活. 特别是随着现代科学技术的发展,电离层影响了电磁波的传播,对通讯、空间航行等学科起着十分重要的作用.

2) 外层空间: 在地球和太阳之间,由于太阳的辐射作用,处于低密度的等离子态. 由于与地磁场的相互作用,形成了太阳风、磁场、范阿伦带等等离子区,成为科学家研究的对象.

3) 近代天体物理: 近代天体物理研究的内容其一是恒星内部及其周围呈高密、高温等离子体,例如太阳就是一个例子. 其二是在范围广大的星际空间,有极为稀薄的等离子体,它的密度低到  $m = 10^{-6}\text{cm}^{-3}$  以下.

### 4. 国防高科技领域

继核武器的研究、发展、装备,使用这一代战略武器渐趋成熟,世界各大国正在致力于发展新一代战略武器,它们就是激光武器、带电粒子束武器、高功率微波、电磁炮等,统称为定向能武器. 这些武器的杀伤因子的产生、在大气空间中的传输、对目标的破坏等过程都离不开等离子体. 等离子体物理成了发展这些武器的理论基础之一.

## § 1.6 等离子体的数值模拟研究方法

认识复杂物理系统的性质可通过两种经过检验的传统方法进行,即实验研究和理论研究. 即以某种可控制的方式扰动该系统,借助于仪器观察它的性质;用解析的数学方法通过已经建立的物理规律自洽地确定该系统的性质. 理论和实验的紧密结合使物理学取得了极大的进展. 然而有很多的物理问题是不可能进行实验研究,或者,实验研究是很困难的. 多自由度的关联相互作用使得做理论解析也是不实际的. 但往往我们相信自己了解控制该系统的基本定理,而不能得出想认识它的任何结果,或者可以提出一些见解,但由于理论的复杂性而不能进行检验. 在我们周围出现的丰富多彩的自然现象,大部分就属于这类问题.

最近几十年来,高速度大容量的计算机得到了飞速的发展,这对物理学的研究和应用领域产生了深刻的影响,扩大了研究和应用的范围,缩短了研究和应用的周期,促进了一些新兴学科的发展. 在物理学中,在传统的研究手段——解析理论和实验研究——以外,发展了一个新的研究手段:计算机数值模拟. 大部分的计算机数值模拟是为了得到有实际意义的结果,如聚变装置的特性,产生辐射的电气装置的元件,加速器的特性,人类活动对世界气候的影响,天气预报,化学反应和核反应的预估等. 还有一些模拟是为了研究和认识某些特性,如电磁场的能量输运和等离子体输运的集体特性,流体输运的集体机制,流体力学湍流的特性,太阳风同磁场的相互作用,高能等离子体产生的辐射,气云坍塌形成星体,银河系的演变等. 特别是对那些我们相信自己了解控制该系统的基本定律,但实验研究很困难,且多自由度的关联相互作用使得作理论分析也是不实际的系统,计算机数值模拟方法显得尤为重要. 它的目的是从已经知道、或已知被假设的局部瞬时规律,利用计算机将局部规律组合成长时间的规律.

等离子体是一个呈现集体运动特性的带电粒子的复杂系统. 对这样一个系统的数值模拟研究,一般采用流体力学模拟或动力学模拟方法. 流体力学方法从宏观的角度研究等离子体大范围的、长时间的性质,将微观得到的输运系数等作为已知的条件,数值求解磁流体方程. 而动力学方程(Vlasov 方程或 Fokker-Planck 方程)的求解,由于存在一个多维相空间的分布函数,数值求解时往往比较困难,或往往要进行离散化处理,这样也就容易产生非物理的多束流失真,掩盖真正的物理解. 另外,无论流体方程还是动力学方程,在建立的时候都对作为统计系统的等离子体作了光滑化的近似,抹去了它们固有的统计起伏效应,而这些起伏效应在一定的条件下可以发展为象湍流这样的重要物理现象.

与此不同, Buneman (1959), Dawson (1962) 和 Eldridge (Eldridge and Feix, 1962) 等人在 1960 年左右创立了另一种更为基本的、更容易在计算机上实现的等离子体数值模拟方法,这就是等离子体的粒子模拟方法. 即用计算机模拟跟踪计算大量单个微观粒子的运动,再对组成物体(包括气态、液态、固态和等离子体态)的大量微观粒子进行统计平均,由此得到宏观物体的物质特性和运动规律. 从原则上讲,这种方法考虑等离子体运动最齐全,最能反映实际等离子体的运动,在一定意义上,可以代替实验的功能. 又因为它是模拟计算,每一个模拟的带电粒子的全部运动都存在计算机里,因而可以提供任何详细的等离子体运动的信息,在这一点上,它又高于实验. 现在,等离子体粒子模拟方法已经成为了研究等离子体非线性效应的强有力工具. 近年来,它在可控热核聚变、空间物理、自由电子激光和一般等离子体问题的研究中都有广泛的应用.

我们可以用图 1.6-1 (常铁强等, 1991) 将几种等离子体数值研究方法的关系表示出来. 从图中我们看到,等离子体粒子模拟方法和流体力学模拟组成了完整

的等离子体数值模拟方法. 另外,从图中,我们看到,将等离子体粒子模拟方法与磁流体力学模拟方法相结合,可以构成一种混合模拟程序(Shao Fuqiu, et al., 1996, 1997,1998).

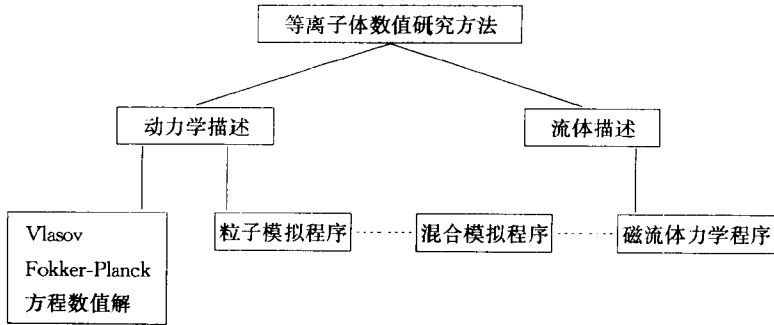


图 1.6-1 等离子体数值研究方法分类框图

应该说明的是,粒子模拟方法由于它本身所具有的特点,目前已经成为独立于理论研究和实验研究的第三个物理研究手段,促进了理论和实验研究的进展,缩短了理论和实验研究的周期. 在理论研究中,对于物理规律还不十分清楚的问题,用粒子模拟的方法先模拟该问题,可以帮助建立明确的物理图像,明确各物理量数量级的大小,促进新的理论模型的萌芽. 对于新产生的理论,可以用粒子模拟的方法对它作初步的验证,为对理论模型作出修正和改进提供可靠的信息,这比一开始就用实验的方法验证理论要省时省力、经济且方便得多,提供的信息也丰富完备得多. 在实验研究中,对于新发现的一些实验现象,理论上如果不能作出合理的解释,可以先用粒子模拟的方法模拟它,从它所提供的信息,寻找合理的理论解释,或发现新的物理理论. 对于理论上还不清楚,或理论上虽清楚,但因几何形状、结构复杂而无法作设计的实验和工程装置,可以用计算机先模拟,帮助设计实验,预言实验应得的结果;或针对不同的物理参数、结构和几何尺寸作大量的模拟计算,得到经验规律,指导装置的设计.

在本书中,我们将集中精力介绍当今流行的等离子体粒子模拟方法,使其尽量简明扼要和实用. 并通过提供的计算例子简要介绍如何应用等离子体粒子模拟方法来研究有关的问题.

## § 1.7 等离子体粒子模拟方法概述

等离子体粒子模拟就是在高速计算机上通过跟踪大量的带电粒子在它们的自洽场和外加电磁场中的运动来模拟出等离子体的动力学特性,从原则上讲,这是非



常简单明了的. 在本节, 我们将对有关的基本问题作一介绍.

### § 1.7.1 基本思路

等离子体粒子模拟的基本思路是这样的. 设大量的带电粒子具有初始位置和速度, 对它们统计平均求出等离子体空间的电荷和电流密度分布, 再通过麦克斯韦方程组

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{C} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{C} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{1}{C} 4\pi\mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \quad (1.7.1)$$

求出各处的电场和磁场, 这样, 每个粒子所受的洛伦兹力就知道了:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = q \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{V} \times \mathbf{B}}{C} \right) \quad (1.7.2)$$

而下一时刻每个粒子的位置和速度可以通过运动方程求出. 如此循环进行, 跟踪计算大量带电粒子的运动, 再根据所感兴趣的问题对这些大量带电粒子的某些物理量作统计平均, 即可得到宏观等离子体的物质特性和运动过程.

### § 1.7.2 发展历史

等离子体粒子模拟是大量的计算机数值模拟方法中的一种. 它最早是由 Buneman 和 Dawson 等人于 20 世纪 60 年代初提出来的 (Buneman, 1959; Dawson, 1962; Eldridge and Feix, 1962). 当时, Dawson 利用平板点粒子模型研究了静电朗缪尔波, 取得了较好的结果. 但由于点粒子之间的近程库仑碰撞力, 静电噪声大大增加, 限制了这一方法的广泛推广使用. 直到 1969 年, Birdsall (Landon and Birdsall, 1970; Okuda and Birdsall, 1970) 等人提出了有限大小粒子模型, 解决了近程库仑碰撞问题, 才使得等离子体粒子模拟方法在 20 世纪 70~80 年代得到了广泛的推广和应用. 现在, 人们已经成功地将这种粒子模拟方法应用于等离子体物理所涉及的许多领域, 例如等离子体统计理论的检验、热核聚变、同位素分离、电子辐射装置的运行、空间物理的研究、惯性约束聚变等. 目前, 世界上有许多有名的大学和所在开展这方面的研究工作. 等离子体粒子模拟方法本身的理论、适用范围和技巧等也日趋成熟, 关于这些等离子体粒子模拟理论和方法的精彩讨论可以在一些专著 (Dawson, 1983; Birdsall and Langdon, 1985; Hockney and Eastwood, 1981) 中找到. 我国的一些研究所和学校也早就开始了等离子体粒子模拟方面的研究工作. 如于敏教授早在 1975 年就开设了“等离子体的粒子云网格方法”, 从那