

面向21世纪高等理工科重点课程辅导丛书

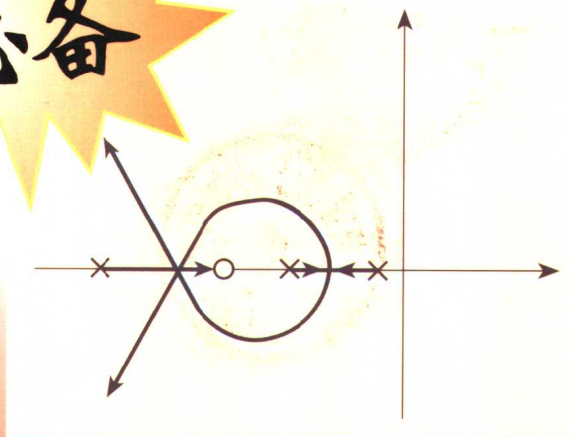
控制原理

例题习题集

周春晖 厉玉鸣 主编

复习必读

考研必备



化学工业出版社
教材出版中心



面向 21 世纪高等理工科重点课程辅导丛书

控制原理例题习题集

周春晖 厉玉鸣 主编

化学工业出版社
教材出版中心
·北京·

(京)新登字 039 号

图书在版编目(CIP)数据

控制原理例题习题集/周春晖,厉玉鸣主编.一北京:
化学工业出版社,2001.6
(面向 21 世纪高等理工科重点课程辅导丛书)
ISBN 7-5025-3215-3

I.控… II.①周… ②厉… III.自动控制理论-
高等学校-习题 IV.TP13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 20392 号

面向 21 世纪高等理工科重点课程辅导丛书

控制原理例题习题集

周春晖 厉玉鸣 主编

责任编辑:唐旭华

责任校对:凌亚男

封面设计:田彦文

*

化学工业出版社
出版发行
教材出版中心

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

发行电话:(010)64918013

<http://www.cip.com.cn>

*

新华书店北京发行所经销
北京市管庄永胜印刷厂印刷
三河市宇新装订厂装订

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 18 $\frac{3}{4}$ 字数 466 千字

2001 年 7 月第 1 版 2001 年 7 月北京第 1 次印刷

印数:1-4000

ISBN 7-5025-3215-3/G·821

定 价:27.00 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责退换

前 言

“控制原理”作为高等学校自动化专业及其相关专业的一门重要技术基础课，不仅具有相当的理论深度，而且对初学者亦有一定的难度。因此，为了帮助教师和学生更好地理解教学内容，明确基本概念和基本要求，学会分析方法，掌握解题思路和解题技巧，提高分析问题和解决问题的能力，我们组织浙江大学、北京化工大学、北京理工大学等5所院校教学经验丰富的教师共同编写了“控制原理例题习题集”一书，作为学习“控制原理”课程的教学辅导和学习参考资料。同时，“控制原理”又是自动化类专业硕士研究生入学考试的一门主要考试课程，为了帮助高年级学生准备应试，除在书中列举了许多例题分析和综合练习题外，还收集了浙江大学、西安交通大学、华中科技大学、北京理工大学、大连理工大学、北京化工大学等8所院校近两年的研究生考试试题，作为本书的附录，相信对学生考研复习会有很大的帮助，是考生们最后拼搏的必备材料。

全书分概述；控制系统的数学模型；控制系统的时域分析方法；根轨迹方法；分析与设计；频率特性分析法；采样控制系统；线性系统状态空间设计方法；非线性系统和系统稳定性分析共八章，各章的内容都包括对该章的基本要求、问题解答、例题分析和习题四个部分，书后附录包括习题参考答案和8所院校近两年硕士研究生的入学考试试题。

本书选材力求通俗易懂、内容全面、分析透彻，例题具有一定的代表性，习题中分A类与B类，A类为基本题，B类为有一定难度的题或综合性的题，既便于学生们自学，又有利于优秀学生的进一步提高。

本书由浙江大学的周春晖教授和北京化工大学的厉玉鸣教授主编，厉玉鸣教授编写了其中的第一、二、八章，抚顺石油学院王莉老师编写了第三章，青岛化工学院邬齐斌教授编写了第四章，北京化工大学刘振娟副教授编写了第五章，浙江大学吴明光副教授编写了第六章，北京理工大学黄聪明教授编写了第七章。本书的编写工作由浙江大学周春晖教授负责，全书由厉玉鸣教授负责统稿修订。

在编写中，浙江大学钱积新教授对本书的编写工作提出了很多指导性的意见和建议；鲍立威、梁军等副教授做了大量的组织工作与前期编写工作；抚顺石油学院王莉老师提供了大量的编写素材，特别是频率特性分析的有关内容；化学工业出版社对本书的编写做了大量的协调工作，并给予热情的支持和帮助。在此对以上同行及所有对本书编写给予支持的同志一并表示感谢。

书中难免出现不当之处，敬请各位老师和读者批评指正。

本书的编写得到了“北京化工大学化新教材基金”的资助。

编者
2001年1月

内 容 提 要

本书内容包括概述；控制系统的数学模型；控制系统的时域分析方法；根轨迹方法；分析与设计；频率特性分析法；采样控制系统；线性系统状态空间设计方法；非线性系统和系统稳定性分析共八章。每章均编写了各章的基本要求、问题解答、例题分析和习题，有利于大家更好地理解教学内容，明确基本概念，学会分析方法，掌握解题思路和解题技巧，提高分析问题和解决问题的能力，是自动化专业和相关专业师生学习“控制原理”课程的良好益友。

为了配合高年级学生考研的需要，我们收集了近两年浙江大学、西安交通大学、华中科技大学、北京理工大学、大连理工大学、北京化工大学等一些院校“控制原理”课程硕士研究生入学考试的试题，作为本书附录提供给大家，因此本书也是考研学生最后拼搏的必备材料。

目 录

第一章 概述	1
一、基本要求.....	1
二、问题解答.....	1
三、例题分析.....	3
四、习题.....	6
第二章 控制系统的数学模型	8
一、基本要求.....	8
二、问题解答.....	8
三、例题分析.....	19
四、习题.....	48
第三章 控制系统的时域分析方法	55
一、基本要求.....	55
二、问题解答.....	55
三、例题分析.....	58
四、习题.....	71
第四章 根轨迹方法：分析与设计	82
一、基本要求.....	82
二、问题解答.....	82
三、例题分析.....	96
四、习题.....	118
第五章 频率特性分析法	127
一、基本要求.....	127
二、问题解答.....	127
三、例题分析.....	134
四、习题.....	144
第六章 采样控制系统	149
一、基本要求.....	149
二、问题解答.....	149
三、例题分析.....	153
四、习题.....	165
第七章 线性系统状态空间设计方法	168
一、基本要求.....	168
二、问题解答.....	168
三、例题分析.....	184
四、习题.....	201

第八章 非线性系统和系统稳定性分析	206
一、基本要求	206
二、问题解答	206
三、例题分析	215
四、习题	237
附录一 习题参考答案	243
附录二 部分院校近两年的硕士研究生入学考试试题	268
一、浙江大学	268
二、西安交通大学	271
三、华中科技大学	275
四、北京理工大学	277
五、大连理工大学	281
六、北京化工大学	284
七、青岛化工学院	288
八、抚顺石油学院	290

第一章 概 述

一、基本要求

掌握 控制系统的组成；反馈特别是负反馈的概念；方块图的概念。

理解 控制系统的主要类型；反馈控制的含义及其控制过程。

了解 控制理论的发展过程及发展趋势。

二、问题解答

1-1 控制理论的发展过程主要分哪两个大的阶段？各有什么特点？目前的发展趋势是什么？

答 控制理论的发展过程主要分经典控制理论与现代控制理论两个阶段。

经典控制理论起始于 20 世纪 40 年代，主要以 Nyquist 所开创的基于反馈回路的控制理论为基础。它是以传递函数为基本数学工具，主要适用于单输入单输出（SISO）线性定常系统的分析与综合问题。经典控制理论所采用的分析方法主要有时间域方法、根轨迹方法和频率特性方法，而采用的综合方法主要是输出反馈和校正。

从 20 世纪 60 年代开始，出现了一种以分析和设计复杂控制系统为主要目标的现代控制理论，它是以 Bellman 的动态规划理论、Kalman 等的最优滤波理论和 Pontryagin 等的极大值原理为代表的建立在状态空间上的理论。现代控制理论可以适用于多输入多输出（MIMO）、非线性、时变系统的分析与综合问题。它所采用的主要分析方法是状态空间分析方法，而其综合手段可以是状态反馈、极点配置及各种综合目标的最优化。

目前控制理论的发展趋势之一是针对控制系统数学模型的不确定性而出现的鲁棒控制、非线性控制、自适应控制和预测控制等，另外还有一些所谓无模型控制方法如模糊控制、专家系统及人工神经网络控制等新型控制理论及方法也得到了蓬勃发展。

控制理论的另一发展趋势是针对当前以市场为导向的集管理与控制于一体的计算机集成综合自动化系统，将控制理论、运筹学与智能控制三者相结合，这可能意味着新一代建立在大系统理论和智能化基础上的复杂系统控制理论的形成和发展。

1-2 自动控制系统的组成主要有哪些环节？各个环节的作用是什么？画出简单控制系统的方块图。

答 图 1-1 是简单控制系统的典型方块图。其中每一个方块就代表控制系统的各个环节，各个环节之间的连线就表示它们间的信号联系，箭头指向方块的就是该方块所代表环节

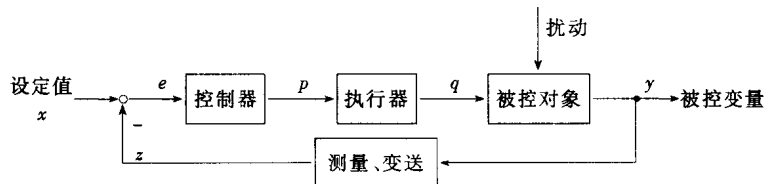


图 1-1 简单控制系统方块图

的输入量，由方块引出的箭头就是该方块所代表环节的输出量。

由图 1-1 可以看出，自动控制系统主要由两大部分组成。一部分是起控制作用的全套自动化装置，对于常规仪表来说，它包括测量元件及变送器、控制器和执行器等三个环节；另一部分是受自动化装置控制的被控对象，一般是指生产过程中需要进行控制的生产设备或机器等。

自动控制系统的任务一般是为了克服扰动对生产过程中被控变量的影响，从而使被控变量的数值始终等于它所希望的数值即设定值（给定值）。为此，自动控制系统中各个环节的作用分别是：测量元件及变送器用来感受被控变量的变化并将其转换成一种特定的信号（如气压信号或电压、电流信号）；控制器将测量元件及变送器送来的测量信号与工艺上需要保持的设定值信号进行比较得出偏差，根据偏差的大小及变化情况，按预先设计好的控制规律进行运算后，将运算结果用特定的信号（如气压、电压或电流信号）发送给执行器；执行器能自动地根据控制器送来的信号值相应地改变流入（或流出）被控对象的物料量或能量，以克服扰动的影响，最终实现控制的要求。

1-3 什么是反馈？什么是正反馈和负反馈？负反馈在自动控制系统中有什么重要意义？

答 把系统（或环节）的输出信号直接或经过一些环节重新引回到输入端的做法叫做反馈。由图 1-1 可以看出，系统的输出量即被控变量变化以后，经过测量变送器以后返回到输入端，所以这是一个具有反馈的控制系统。

反馈信号的作用方向与设定值信号相反，即偏差信号为两者之差，这种反馈叫做负反馈，在图 1-1 中，测量信号 z 引入到输入端的信号线旁边有一个“-”号，就代表其偏差信号 e 等于设定值信号 x 减去测量信号 z ，即 $e = x - z$ ，所以该系统的反馈为负反馈。反之，若反馈信号的作用方向与设定值信号相同，即偏差信号为两者之和， $e = x + z$ ，则称为正反馈。

负反馈是自动控制系统的一个重要特征，只有负反馈，才能实现正确的控制作用。在图 1-1 中，若被控变量在扰动的作用下升高，则反馈信号也升高，经过比较，由于是负反馈，则使偏差信号降低，于是控制器将发出信号而使执行器动作，施加控制作用，其作用方向与扰动对被控变量的作用方向相同，因而使被控变量下降，这样就达到了控制的目的。相反，如果是正反馈的话，控制作用将与扰动作用对被控变量的作用方向相同，结果就会“推波助澜”，达不到控制的目的。

1-4 什么是开环控制系统与闭环控制系统？

答 开环控制系统与闭环控制系统是控制系统的两大基本结构形式。

开环控制系统是指控制器与被控对象之间只有顺向控制而没有反馈联系的控制系统。即操纵变量通过被控对象去影响被控变量，但被控变量的变化并没有通过反馈作用去改变控制作用。从信号传递关系上看，这时并没有形成闭合回路，故称为开环控制系统。

开环控制系统不能自动地觉察被控变量的变化情况，也不能判断操纵变量的校正作用是否适合实际需要从而自动地改变操纵变量。

闭环控制系统是指控制器与被控对象之间既有顺向控制又有反馈联系的控制系统。图 1-1 中，控制器的输出（控制）信号改变后，通过执行器会影响被控对象的被控变量 y ，而 y 改变后，又会通过反馈通道（测量变送器）去改变控制器的输入信号（偏差 e ），进而改变了控制器的输出信号。所以从信号传递关系来看，形成一个闭合回路，因此这是一个闭环控制系统。

在简单控制系统中，由于闭环是改善控制质量的有效措施，所以简单控制系统应当是一个具有负反馈的闭环系统。同时，具有输出反馈回路的系统是经典控制理论研究和分析的主要对象。

1-5 闭环控制系统按照其设定值的不同可以分为哪几种？

答 闭环控制系统按照其设定值的不同，可分为定值控制系统、随动控制系统和程序控制系统。

定值控制系统是指设定值恒定不变的系统。定值控制系统的作用是克服扰动对被控变量的影响，使被控变量最终能回到设定值或其附近。这种系统在过程控制中应用最为普遍。

随动控制系统的设定值是随机变化的。随动控制系统的作用是使被控变量能够尽快地、准确无误地跟踪设定值的变化而变化。这种系统在电子通讯、宇航、军事、交通等领域应用较为广泛。

程序控制系统的设定值也是变化的，但它是一个已知的时间函数，即设定值按一定的时间程序或按已知的规律变化。这种系统在机床、金属热处理以及交通控制中应用较为广泛。

三、例题分析

例 1-1 图 1-2 是表示一个精馏塔的控制方案。试分析各个控制方案中的被控对象、被控变量、操纵变量分别是什么？并画出其相应的方块图，说明其中一个系统的控制过程。

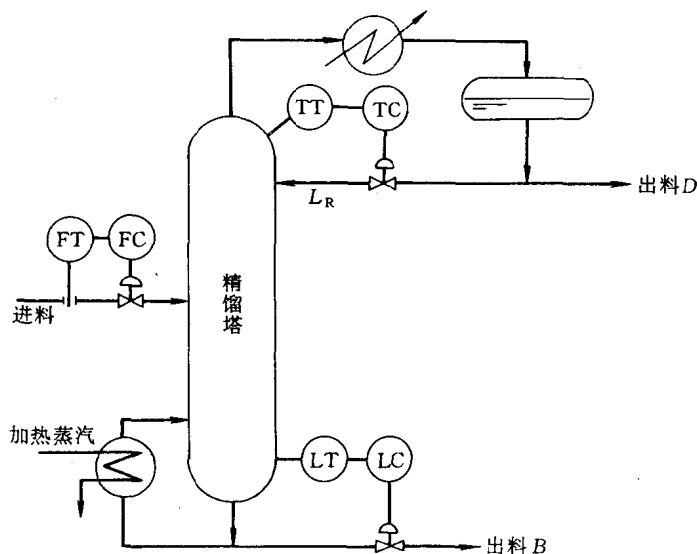


图 1-2 精馏塔控制方案

解 该精馏塔的控制方案中，共有三个简单控制系统：进料流量控制系统、塔顶温度控制系统和塔釜液位控制系统。

在进料流量控制系统中，FT 是流量变送器，FC 是流量控制器。在该系统中，被控对象是进料的一段管道，被控变量是精馏塔的进料流量，操纵变量是流过控制阀的流量，其数值上是与进料流量相同的。该系统的方块图如图 1-3 所示。

精馏塔的塔顶温度控制系统中，TT 代表温度变送器，TC 代表温度控制器。在该系统中，被控对象是精馏塔，被控变量是塔顶温度 T ，操纵变量是回流量 L_R 。该系统的方块图

如图 1-4 所示。

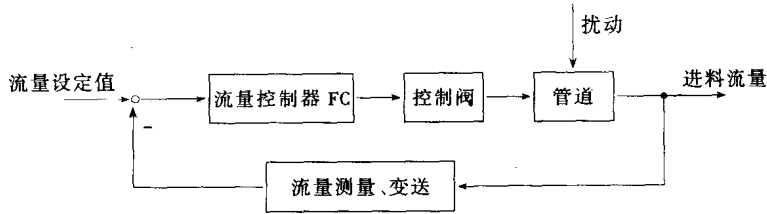


图 1-3 流量控制系统

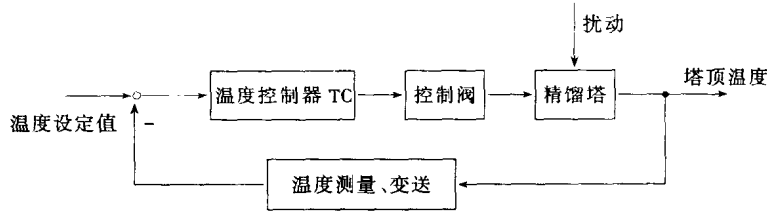


图 1-4 温度控制系统

在精馏塔的塔釜液位控制系统中，LT 代表液位变送器，LC 代表液位控制器。在该系统中，被控变量是塔釜液位，被控对象是塔釜，操纵变量是塔底出料量 B 。该系统的方块图如图 1-5 所示。

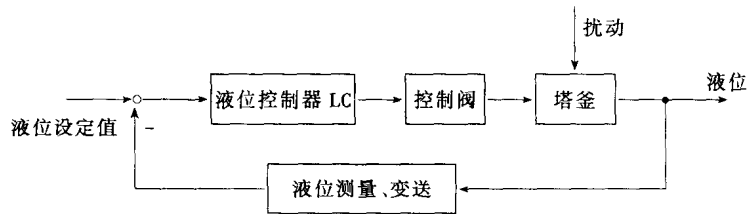


图 1-5 液位控制系统

由上述流量、温度、液位等三个控制系统的方块图可以看出，这几个系统都是由一个被控对象、一个控制器、一个控制阀和一个测量、变送环节组成，而且系统都具有一个负反馈的闭合回路，这样的系统一般称为简单控制系统或单回路控制系统。简单控制系统的基本组成都是被控对象、控制器、执行器（或控制阀）和测量变送环节等四个部分。它们的方块图在结构上都是相同的，只是每个方块所代表的具体含义以及每条信号线上所表示的信号不同罢了。

值得注意的是：被控对象是指被控制的设备或机器，有时也可能只是设备或机器的某一个部分，例在液位控制系统中的被控对象只是指精馏塔的塔釜部分。

下面来说明一下塔釜液位控制系统的控制过程：当由于某种扰动（例由于加热蒸汽量的变化引出塔釜釜液蒸发量变化或由于塔内流下的液体量变化等）使塔釜的液位升高（或降低）时，经液位变送器 LT 测量并将信号送给液位控制器 LC。在 LC 中，将 LT 送来的信号与工艺上的设定值进行比较得出偏差，并经过一定的运算，得出控制信号送到控制阀，使控制阀开大（或关小），于是塔釜的液位将下降（或升高），直至液位又恢复到设定值（或附近），则控制过程便告结束。当然，由于生产过程中的扰动是经常发生和存在的，所以控制过程并不是一劳永逸而是经常起作用的。

例 1-2 图 1-6 是一蒸汽加热器的三种不同形式的控制方案。如果需要控制的都是被加热物料的出口温度，试问这几种控制方案从结构上来说各有什么特点？

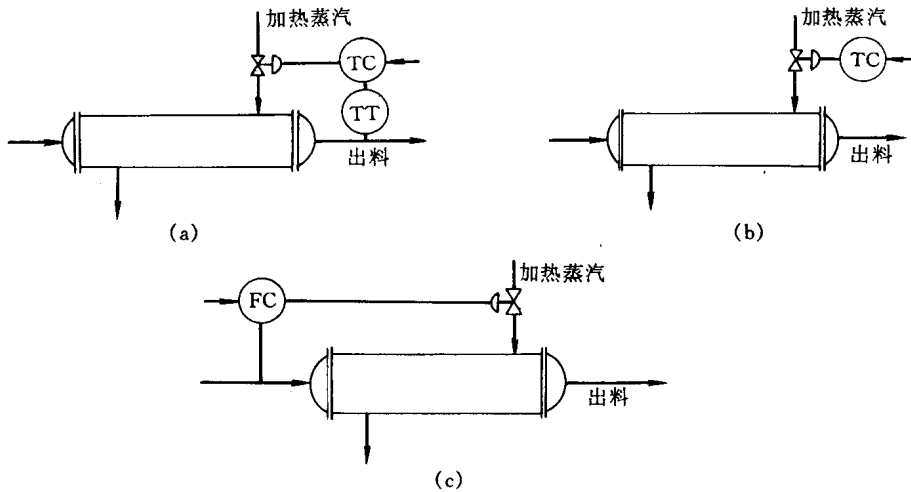


图 1-6 蒸汽加热器的控制方案

解 在蒸汽加热器中，由于需要控制的是物料的出口温度，所以被控变量应该是温度，而操纵变量是加热蒸汽量。在图 1-6 (a) 中， outlet 温度被测量并送与温度控制器 TC，通过改变加热蒸汽量来维持 outlet 温度在给定值，这是一个典型的具有负反馈的闭环系统。在这个系统中，控制器的控制作用会改变加热蒸汽量，进而会改变 outlet 温度；outlet 温度改变以后又会将信号反馈给控制器。由于这是一个控制器与被控对象之间既有顺向控制又有反馈联系的控制系统，因而是闭环的。

在图 1-6 (b) 中，控制器应该是这样一种控制装置：它会根据设定值的信号（或操作指令）来自动改变它的输出信号，进而改变加热蒸汽量。当加热蒸汽量改变以后，通过蒸汽加热器当然会改变出口物料的温度。但是，这时 outlet 温度并没有被测量，更不可能反馈给控制器，从系统结构上来看，并没有形成闭合回路，故是开环的控制系统，其方块图见图 1-7 (a)。

在图 1-6 (c) 中，进料流量的变化会影响 outlet 温度，所以进料流量是影响被控变量的一种扰动。在这个系统中，进料流量被测量并送予控制器 FC，进而改变加热蒸汽量。加热蒸汽量的改变当然会影响 outlet 温度，但是在这个系统中，outlet 温度并没有被测量，也没有反馈给控制器，控制器只是根据进料流量（扰动）的变化来改变加热蒸汽量的，所以这是一种按扰动进行控制的开环系统，它在一定程度上，能够补偿由于扰动对被控变量的影响，但对于被控变量来说，由于没有被测量与反馈，所以仍然是开环的，其方块图见图 1-7 (b)。

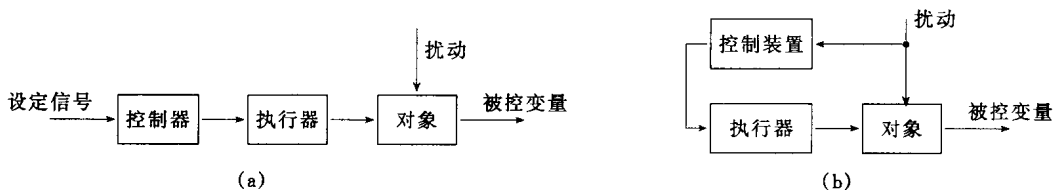


图 1-7 两种开环系统的形式

图 1-7 (a)、(b) 所示两种形式，尽管它们在结构上来说是不相同的，但对于被控变量

来说，都没有反馈到输入端，故都是开环的。图 1-7 (a) 所示系统可用于手动遥控，图 1-7 (b) 又称前馈控制系统。

四、习 题

A-1-1 图 1-8 是水槽液位系统的两个不同控制方案。

- (1) 分别画出两个控制系统的方块图；
- (2) 分别指出两个控制系统的被控对象、被控变量和操纵变量；
- (3) 结合这两个系统的方块图，说明方块图中的信号流与工艺流程中的物流是不相同的。

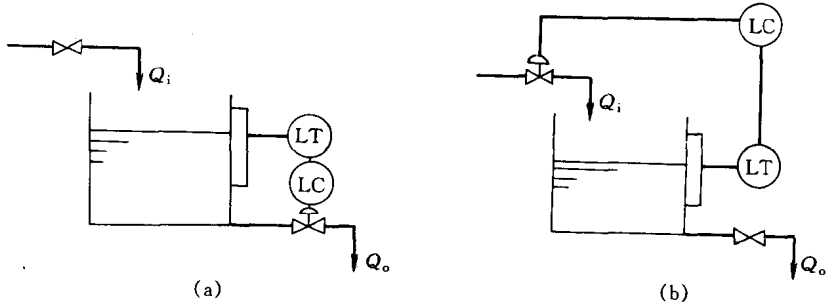


图 1-8 水槽的液位控制

A-1-2 图 1-9 所示为一反应器温度控制系统示意图。A、B 两种物料进入反应器进行反应，通过改变进入夹套的冷却水流量来控制反应器内的温度保持不变。图中 TT 表示温度变送器，TC 表示温度控制器。试指出该系统中的被控对象、被控变量、操纵变量各是什么，可能影响被控变量变化的扰动有哪些？并画出该温度控制系统的方块图。

A-1-3 在石油化工生产过程中，常常利用液态丙烯汽化吸收裂解气体的热量，使裂解气体的温度下降到规定的数值上。图 1-10 是一个简化的丙烯冷却器温度控制系统。被冷却的物料是乙烯裂解气，其温度要求控制在 $(15 \pm 1.5)^\circ\text{C}$ 。如果温度太高，冷却后的气体会包含过多的水分，对生产造成有害影响；如果温度太低，乙烯裂解气会产生结晶析出，堵塞管道。

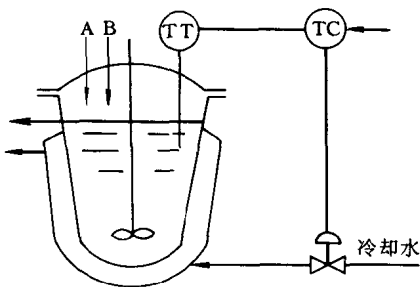


图 1-9 反应器温度控制系统

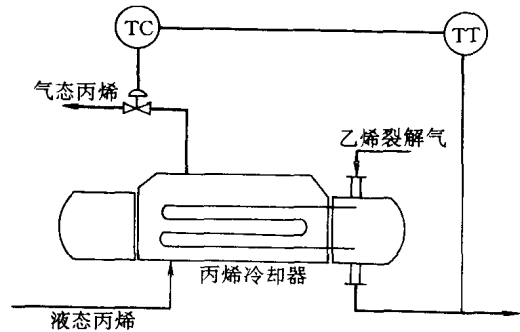


图 1-10 丙烯冷却器温度控制系统示意图

- (1) 指出该系统中的被控对象、被控变量和操纵变量各是什么？设定值是多少？
- (2) 画出该控制系统的方块图。

(3) 可能的扰动有哪些？

(4) 该系统是属于定值还是随动控制系统？

A-1-4 图 1-11 是一加热炉，燃料油在炉中燃烧，放出热量以加热原料油。工艺上要求

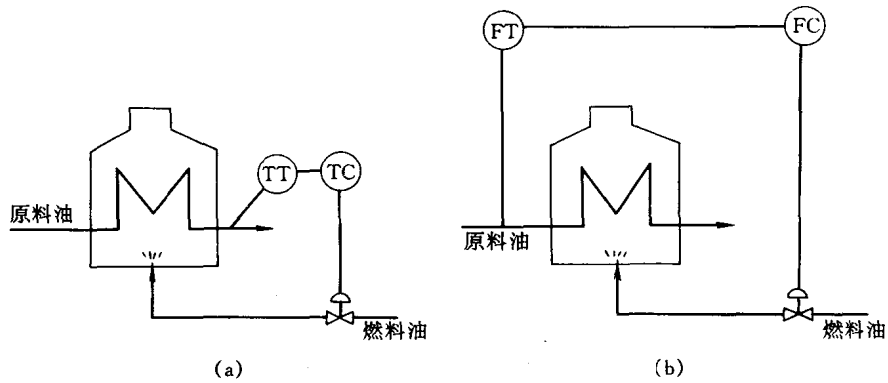


图 1-11 加热炉的两种控制方案

原料油的出口温度保持在规定的数值上，为此设计 (a)、(b) 两种控制方案。试分别画出该两种控制方案的方块图，说明它们在控制系统结构上分别属于什么控制系统？当原料油的入口温度经常波动时，控制方案 (b) 能否使原料油的出口温度保持不变？

B-1-1 图 1-12 为一加热炉，通过改变燃料油的流量来使原料油的出口温度不变。通过分析，原料油的入口流量是主要的扰动，但其余扰动也不容忽视。试设计一控制方案既能及时克服主要扰动，又能维持原料油的出口温度不变。试画出控制系统的原理图与方块图。

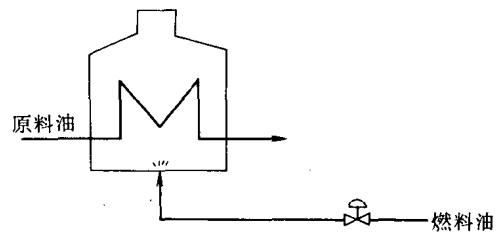


图 1-12 加热炉

第二章 控制系统的数学模型

一、基本要求

掌握 建立系统数学模型的两种方法——机理分析法和实验辨识法；

三种描述系统动态特性数学模型的形式——用微分方程来描述系统或对象的动态特性、用状态方程来描述系统或对象的动态特性、用传递函数（包括方块图和信号流图等图示数学模型）描述系统或对象的动态特性；

各种模型之间的转换关系；

若干实际工业单元数学模型的建立。

理解 输入输出模型只描述系统的输入变量与输出变量之间的动态关系，状态空间模型还描述了系统内部其他变量以及输入输出之间的动态关系；

状态变量是能完全刻画系统动态特性的、数量最小的一组变量；

非线性局部线性化的根据。

了解 分布参数系统数学模型；纯滞后特性和非线性特性。

二、问题解答

2-1 什么是系统的数学模型？大致可以分为哪些类型？

答 定量地表达系统各变量之间关系的表达式，称其为数学模型。从不同的角度，可以对数学模型进行大致的分类，例如：用来描述各变量间动态关系的数学模型为动态模型，用来描述各变量间稳态关系的数学模型为静态模型；数学模型中各变量与几何位置无关的称为集中参数模型，反之与几何位置有关的称为分布参数模型；变量间关系表现为线性的称为线性模型，反之为非线性模型；模型参数与时间有关的称为时变模型，与时间无关的称为时不变或定常模型；以系统的输入、输出变量这种外部特征来描述系统特性的数学模型称为输入输出模型，而以系统内部状态变量描述的数学模型称为状态空间模型；等等。

2-2 系统数学模型的获取有哪几种方法？

答 获取系统数学模型的方法主要有机理分析法和实验测试法。

机理分析法是通过对系统内部机理的分析，根据一些基本的物理或化学变化的规律而导出支配系统运动规律的数学模型，这样得到的模型称为机理模型。

实验测试法是通过在实际系统的实验测试，然后根据测试数据，经过一定的数据处理而获得系统的数学模型，这样得到的模型可称为实测模型或经验模型。

如果将上述两种方法结合起来，即通过机理分析的方法预先得到数学模型的结构或函数形式，然后对其中的某些参数用实验辨识的方法来确定，这样得到的数学模型可称为混合模型。这是介于上述两种方法之间的一种比较切合实际的应用较为普遍的方法。

2-3 通过机理分析法建立对象微分方程数学模型的主要步骤有哪些？

答 主要步骤有：

(1) 根据系统的控制方案和对象的特性，确定对象的输入变量和输出变量。一般来说，

对象的输出变量为系统的被控变量，输入变量为作用于对象的操纵变量或干扰变量。

(2) 根据对象的工艺机理，进行合理的假设和简化，突出主要因素，忽略次要因素。

(3) 根据对象的工艺机理，从基本的物理、化学等定律出发，列写描述对象运动规律的原始微分方程式（或方程式组）。

(4) 消去中间变量，推导出描述对象输入变量与输出变量之间关系的方程式。

(5) 根据要求，对上述方程式进行增量化、线性化和无因次化的处理，最后得出无因次的、能够描述对象输入变量与输出变量的增量之间关系的线性微分方程式（对于严重非线性的对象，可进行分段线性化处理或直接导出非线性微分方程式）。

2-4 什么是系统的状态空间模型？状态空间模型中的状态变量、输入变量、输出变量各指什么？

答 在现代控制理论中，分析和设计系统是采用状态空间的方法，因此要建立状态空间的数学模型。状态空间模型不仅能描述输入、输出变量之间的变化特性，而且能反映系统的内部变化规律。状态空间模型一般包括状态方程和输出方程。状态方程是用来描述输入变量与状态变量之间关系的一个微分方程式组；输出方程一般是用来描述输出变量与输入变量、状态变量之间关系的一个代数方程式组。当采用矩阵、向量等数学工具时，状态方程则是一个一阶矩阵微分方程，输出方程则是一个矩阵代数方程。

状态空间模型中的状态变量是用来能够完全确定系统的状态或行为的一组最小数目的变量。当系统的状态变量有 n 个时，可以构成一个 n 维状态向量。

输入变量是外界作用于被控过程的变量，一般包括操纵变量和干扰变量。当系统的输入变量有 r 个时，可以构成一个 r 维输入向量（亦称控制向量）。

输出变量一般就是指系统的被控变量，它是对输入变量的响应，并且是可以通过仪表测量的变量。当输出变量有 m 个时，可以构成一个 m 维输出向量。

对于线性定常系统，其状态空间模型的形式可写成：

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

其中 x 为 n 维向量， u 为 r 维向量， y 为 m 维向量。 A 为 $n \times n$ 的系数矩阵， B 为 $n \times r$ 的控制矩阵， C 为 $m \times n$ 的输出矩阵， D 为 $m \times r$ 的直接关联矩阵。

2-5 通过机理分析法建立系统状态空间模型的主要步骤有哪些？

答 主要步骤有：

(1) 确定系统的输入变量、输出变量以及状态变量。在建立系统状态空间模型时，其关键在于如何选择上述三种变量。在控制系统的被控变量、操纵变量、干扰变量确定以后，选择输入、输出变量就比较容易了。而状态变量的选择则要充分考虑完全表示系统状态和最小数目独立变量这两个要点。一般来说，对于物理过程而言，可以选择表述储能元件状态的物理变量作为状态变量。状态变量的选取不是惟一的，只要它们能够满足作为状态变量的上述两个要点，都可以选择作为状态变量。从数学上来说，状态变量是构成系统变量的线性无关的一个极大变量组，任意选取的两个状态变量组之间为线性非奇异变换关系。

(2) 根据系统的内在机理，从基本的物理、化学规律等出发，列写描述系统中输入、输出变量和状态变量之间关系的原始方程式。必要时可以作增量化和线性化的数学处理。

(3) 消去方程式中除输入、输出、状态变量以外的中间变量，并用一阶微分式组的形式来表达状态变量与输入变量之间的关系。

(4) 整理表达为 $\dot{x} = Ax + Bu$ 形式的状态方程, 确定矩阵 A 和 B 的各元素。

(5) 整理表达为 $y = Cx + Du$ 形式的输出方程, 确定矩阵 C 和 D 的各元素。对于实际的物理系统, 一般情况下 $D = 0$, 故有 $y = Cx$, 即输出变量是状态变量的线性组合。

2-6 试述传递函数的定义。如何由描述对象动态特性的微分方程式得到相应的传递函数? 并写出传递函数的一般形式。

答 对于线性定常系统、对象或环节的传递函数的定义可以表述为: 当初始条件为零时, 系统、对象或环节输出变量的拉氏变换式与输入变量的拉氏变换式之比。

如果已知系统、对象或环节的动态数学模型用下述线性常系数微分方程式来描述:

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_n y(t) = b_0 x^{(m)}(t) + b_1 x^{(m-1)}(t) + \cdots + b_m x(t)$$

式中 y 为输出变量, x 为输入变量, $y^{(n)}(t)$ 表示 $y(t)$ 的 n 阶导数, $x^{(m)}(t)$ 表示 $x(t)$ 的 m 阶导数。对于一般实际的物理系统, $n \geq m$ 。

假定初始条件为零, 对上式的等号两边进行拉氏变换, 得:

$$(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n) Y(s) = (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_m) X(s)$$

式中 $Y(s)$ 是 $y(t)$ 的拉氏变换, $X(s)$ 是 $x(t)$ 的拉氏变换, 于是可得传递函数:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{n-1} s + b_n}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n}$$

上式就是传递函数的一般形式。由此可见, 传递函数一般可以表示为两个 s 的多项式之比, 而且分母 s 多项式的阶次总是大于或等于分子 s 多项式的阶次。

2-7 试分别写出下述典型环节的时域和复域的输入输出模型: 放大环节、一阶惯性环节、积分环节、二阶振荡环节、超前-滞后环节、微分环节、纯滞后环节、PID 环节。

答 环节的输入输出模型可以用微分方程和传递函数来表示。前者是它的时域形式, 后者是它的复域形式。

下面列表 2-1 说明各典型环节的输入输出模型 (以 $y(t)$ 表示输出, $x(t)$ 表示输入)。

表 2-1 典型环节的输入输出模型

环节类型	微分方程	传递函数
比例放大环节	$y(t) = Kx(t)$	K
一阶惯性环节	$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$	$\frac{K}{Ts + 1}$
积分环节	$y(t) = K \int x(t) dt$	$\frac{K}{s}$
二阶振荡环节	$A \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + Cy(t) = Kx(t)$ 或 $A \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + Cy(t) = K \left[\alpha \frac{dx(t)}{dt} + x(t) \right]$	$\frac{K}{As^2 + Bs + C}$ 或 $\frac{K(\alpha s + 1)}{As^2 + Bs + C}$
超前-滞后环节	$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K \left[T_d \frac{dx(t)}{dt} + x(t) \right]$	$\frac{K(T_d s + 1)}{Ts + 1}$
微分环节	$y(t) = K \frac{dx(t)}{dt}$	Ks
纯滞后环节	$\begin{cases} y(t) = x(t - \tau) & t > \tau \\ y(t) = 0 & t \leq \tau \end{cases}$	$e^{-s\tau}$
PID 环节 (比例积分微分环节)	$y(t) = K_c \left(e + \frac{1}{T_i} \int e dt + T_d \frac{de}{dt} \right)$	$K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$