



教育部商业职业教育教学指导委员会 规划教材  
全国商业高等职业教育研究会  
高职高专公共基础课教材新系

# 应用数学

(基础分册)

YINGYONG SHUXUE

于信 樊婴 主编

**FE** 东北财经大学出版社  
Dongbei University of Finance & Economics Press

教育部商业职业教育教学指导委员会 规划教材  
全国商业高等职业教育研究会

21 世纪新概念教材

高职高专公共基础课教材新系

# 应 用 数 学

(基础分册)

于信 樊婴 主 编

东北财经大学出版社  
大连

© 于信 樊婴 2002

图书在版编目 (CIP) 数据

应用数学 (基础分册) / 于信, 樊婴主编. —大连: 东北财经大学出版社, 2002.12

(21 世纪新概念教材·高职高专公共基础课教材新系)

ISBN 7-81084-110-6

I. 应… II. ①于…②樊… III. 应用数学—高等学校: 技术学校—教材 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 036486 号

东北财经大学出版社出版

(大连市黑石礁尖山街 217 号 邮政编码 116025)

总编室: (0411) 4710523

营销部: (0411) 4710711

网 址: <http://www.dufep.com.cn>

读者信箱: [dufep@mail.dlptt.ln.cn](mailto:dufep@mail.dlptt.ln.cn)

沈阳市第二印刷厂印刷 东北财经大学出版社发行

幅面尺寸: 186mm × 230mm 字数: 432 千字 印张: 21 1/2

印数: 1—4 000 册

2002 年 12 月第 1 版

2002 年 12 月第 1 次印刷

责任编辑: 林 波 田玉海

责任校对: 司 吟

封面设计: 张智波

版式设计: 孙 萍

定价: 28.00 元

# 编写委员会

## 主任委员

**王晋卿** 教育部商业职业教育教学指导委员会主任，中国商业联合会副会长，中国商业高等教育研究会会长，《中国商人》杂志社社长、总编，教授

## 副主任委员 (以姓氏笔画为序)

**方光罗** 教育部商业职业教育教学指导委员会委员，全国商业高等职业教育研究会副会长，安徽商贸职业技术学院院长，副教授  
**乔正康** 教育部商业职业教育教学指导委员会副主任兼秘书长，上海商业职业技术学院教学督导，高级讲师

**许景行** 教育部商业职业教育教学指导委员会委员，中国高等院校市场学研究会理事，东北财经大学出版社副社长，编审

**杭中茂** 教育部商业职业教育教学指导委员会委员，中国商业职业教育研究会会长，无锡商业职业技术学院院长，副教授

## 委员 (以姓氏笔画为序)

**王勇** 中国烹饪协会教育研究会会长，西安东方旅游管理学院院长，高级经济师

**王金台** 全国商业中专教育研究会副会长，河南省商业学校校长，高级讲师

**王昆欣** 教育部旅游职业教育教学指导委员会委员，浙江旅游教育研究会会长，浙江旅游职业学院院长，副研究员

**冯伟国** 国际计算机教育促进会(AACE)亚太理事会执行委员会(APC)委员，上海商业职业技术学院副院长，博士，教授，博士生导师

**叶惠民** 全国商业中专教育研究会副会长，新疆商业学校校长，高级讲师

**江才妹** 上海市高职教材建设专家指导委员会副主任，上海高等学校高职高专指导性专业目录和专业建设编委会委员，上海出版

- 印刷高等专科学校党委书记，副教授
- 邢天才** 教育部全国中职教师在职攻读硕士学位工作领导小组成员，中国高等职业教育学会东北分会理事，东北财经大学高等职业技术学院院长，博士，教授
- 吕和平** 全国商业中专教育研究会副会长，天津经贸学校校长，高级讲师
- 杨 光** 辽宁省行为科学学会理事长，辽宁省经济管理干部学院副院长，教授
- 张百章** 全国商业高等职业教育研究会副会长，浙江工商职业技术学院院长，高级讲师
- 李明泉** 全国商业高等职业教育研究会副会长，山东商业职业技术学院党委书记，教授
- 俞吉兴** 全国商业高等职业教育研究会副会长，温州职业技术学院副院长，高级讲师
- 胡燕燕** 全国商业高等职业教育研究会副会长，浙江商业职业技术学院院长，高级讲师
- 谢 苏** 教育部旅游职业教育教学指导委员会委员，湖北省饭店专业委员会主任，湖北大学旅游职业技术学院副院长
- 程 思** 安徽合肥商业学校校长，高级讲师

# 总

# 序

组织编写高职高专公共基础课教材，同时兼顾五年一贯制高职对本套教材的使用，是给我们自己出了一个难题。但急迫的社会需求和教育部的号召激发了我们的责任心、事业心和探索精神，因此，教育部商业职业教育教学指导委员会、全国商业高等职业教育研究会和东北财经大学出版社在调查研究的基础上，共同策划和组织编写了这套教材。

教育部《关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》指出，“要切实做好高职高专教育教材的建设规划，加强文字教材、实物教材、电子网络教材的建设和出版发行工作。经过五年时间的努力，编写、出版 500 种左右规划教材。教材建设工作将分两步实施：先用 2 至 5 年时间，在继承原有教材建设成果的基础上，充分汲取高职高专教育近几年教材建设方面取得的成功经验，解决好新形势下高职高专教育教材的有无问题。然后，再用 2 至 3 年时间，在深化改革、深入研究的基础上，大胆创新，推出一批具有我国高职高专教育特色的高质量教材，并形成优化配套的高职高专教育教材体系。”根据这一指示精神，我们把本套教材的编写定位于“高层次性、职业性和可衔接性”三者统一。所谓“高层次性”，是指它是为培养高等技术人才服务的，因而区别于中等教育教材；所谓“职业性”，是指它是为培养高等应用型人才服务的，因而区别于以学科教育为着眼点的普通教育教材；所谓“可衔接性”，是指它一方面下与高中（或中专）教育教材相衔接，上与本科（兼顾普通本科和职业本科）教育教材相衔接，另一方面又与高职高专教育的专业基础课（以及相关同专业课）教材相衔接。鉴于五年一贯制高职教育与一般高职高专教育的区别不在于人才培养目标，而在于起点不同，所以，为了扩大本“新系”教材的使用范围，某些教材编写了“预备级分册”或“基础分册”，这些分册是供五年一贯制高职第一（或前两）学年使用的。

本系列教材包括 8 种：1.《邓小平理论概论》；2.《马克思主义哲学基础教程》；3.《职业道德》；4.语文（共 4 分册，前两分册为

《基础分册》，后两分册为《高职分册》)；5.《应用数学》(共2分册，即(基础分册)和(高职分册))；6.《高职英语》(非英语专业使用)[共6分册：前两分册为预备级，依照中等职业学校《英语教学大纲》编写，供五年一贯制高职第一学年使用；后4册依照高职高专教育《英语课程教学基本要求》和《高等学校英语应用能力考试大纲和样题(高职高专专用)》编写，可作为各类高职高专的公共英语教材]7.《综合理科》(共2分册，即(基础分册)和(高职分册))；8.《综合文科》(共2分册，即(基础分册)和《高职分册》)。

本套教材的编委和作者是从国内部分高校和高职高专中有影响的学科或专业带头人和专家中遴选的，《编写方案》和《编写提纲》经集体讨论，书稿经著名专家主审，最后由教育部商业职业教育教学指导委员会和全国商业高等职业教育研究会规划教材审定组审定，发挥了集思广益和优势互补的作用。尽管如此，这套教材毕竟是一次新探索，一个阶段性成果。恳请专家、学者和使用本套教材的广大师生提出宝贵意见，帮助我们不断修改，使之日臻完善。

**“高职高专公共基础课教材新系”**

**编写委员会**

**2002年5月**

# 编审说明

本书是全国高职高专教育通用教材。经审定，同意将其作为两会行业规划教材出版。书中不足之处，欢迎读者批评指正。

教育部商业职业教育教学指导委员会  
全国商业高等职业教育研究会

# 前

# 言

《应用数学》是根据教育部最新制定的《高职高专教育基础课程教学基本要求》及五年制高等职业技术教育大纲和教学计划编写的,分为基础分册和高职分册两册。基础分册适用于五年制高职各专业。

基础分册的内容与现行九年制义务教育初中数学相衔接,内容包括集合、函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数、复数、空间图形、平面解析几何、排列、组合与二项式定理以及数列等方面。

本书的编写在尽可能保持数学学科的科学性和系统性的前提下,努力使“以应用为目的,必须够用为度”的原则在教材中有所体现,因此,本教材不追求理论体系的严密性和复杂的运算,许多概念、定理尽量采用学生易于理解的方式叙述,充分注意到学生的年龄特征和接受能力。内容编排由浅入深、由易到难、由具体到抽象、循序渐进。语言叙述简练,通俗易懂。每节后配有适合本节内容的练习题,每章后有难度适当的综合性习题和自测题,符合学生由浅入深掌握知识的特点。

本书由于信、樊婴主编,于信总纂定稿,由教育部商业职业教育教学指导委员会规划教材审定组审定。

在教材编写过程中,得到了多所高职院校及专家学者的大力支持,王文静老师为本书的习题拟订做了大量的工作,谨在此一并表示衷心的感谢。

由于时间仓促,加之编者水平所限,书中必存在许多不足和不当之处,真诚欢迎使用本教材的教师和广大读者批评指正,以使其日臻完善。

编者

2002年11月

## 目

## 录

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 第 1 章 集合            | 1   |
| □ 学习目标              | 1   |
| 1.1 集合及其表示法         | 2   |
| 1.2 集合的运算           | 5   |
| 第 2 章 不等式           | 14  |
| □ 学习目标              | 14  |
| 2.1 不等式的性质与证明       | 15  |
| 2.2 不等式的解法          | 17  |
| 第 3 章 函数            | 28  |
| □ 学习目标              | 28  |
| 3.1 映射与函数           | 29  |
| 3.2 函数的单调性与奇偶性      | 35  |
| 3.3 反函数             | 38  |
| 第 4 章 幂函数、指数函数和对数函数 | 44  |
| □ 学习目标              | 44  |
| 4.1 幂函数             | 45  |
| 4.2 指数函数            | 50  |
| 4.3 对数函数            | 53  |
| 4.4 指数方程和对数方程       | 62  |
| 第 5 章 三角函数          | 67  |
| □ 学习目标              | 67  |
| 5.1 角的概念的推广、弧度制     | 68  |
| 5.2 任意角的三角函数        | 72  |
| 5.3 三角函数的简化公式       | 83  |
| 5.4 三角函数的图像和性质      | 96  |
| 5.5 正弦型曲线           | 105 |
| 5.6 加法定理及其推论        | 114 |
| 5.7 反三角函数           | 132 |
| 5.8 解斜三角形           | 144 |

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| <b>第 6 章 复数</b>           | 158 |
| □ 学习目标                    | 158 |
| 6.1 复数的概念                 | 159 |
| 6.2 复数的运算                 | 164 |
| 6.3 复数的三角形形式和指数形式         | 169 |
| <b>第 7 章 平面解析几何</b>       | 180 |
| □ 学习目标                    | 180 |
| 7.1 有向线段的定比分点             | 181 |
| 7.2 曲线与方程                 | 185 |
| 7.3 直线                    | 187 |
| 7.4 平面内两条直线的位置关系          | 191 |
| 7.5 圆                     | 195 |
| 7.6 椭圆                    | 200 |
| 7.7 双曲线                   | 205 |
| 7.8 抛物线                   | 211 |
| 7.9 坐标轴的平移                | 214 |
| <b>第 8 章 空间图形</b>         | 220 |
| □ 学习目标                    | 220 |
| 8.1 平面                    | 221 |
| 8.2 直线和直线的位置关系            | 226 |
| 8.3 直线与平面的位置关系            | 230 |
| 8.4 平面和平面的位置关系            | 237 |
| 8.5 多面体简介                 | 244 |
| 8.6 旋转体简介                 | 251 |
| <b>第 9 章 数列</b>           | 260 |
| □ 学习目标                    | 260 |
| 9.1 数列的概念                 | 261 |
| 9.2 等差数列                  | 264 |
| 9.3 等比数列                  | 269 |
| 9.4 数列综合应用举例              | 274 |
| <b>第 10 章 排列 组合 二项式定理</b> | 280 |
| □ 学习目标                    | 280 |
| 10.1 两个基本原理               | 281 |

|                  |     |
|------------------|-----|
| 10.2 排列 .....    | 283 |
| 10.3 组合 .....    | 288 |
| 10.4 数学归纳法 ..... | 292 |
| 10.5 二项式定理 ..... | 296 |
| 习题参考答案 .....     | 304 |

# 第 1 章

# 1

# 集 合

## □ 学习目标

1.1 集合及其表示法

1.2 集合的运算

## 学习目标

通过本章的学习，掌握集合及其表示法，以及集合间的关系及运算。

集合论是现代数学的一个分支,它的基本思想、方法和符号被广泛应用于数学的各个领域.在本章中,我们将介绍集合的有关概念,常用符号及其运算,为后面的应用打下基础.

## 1.1

# 集合及其表示法

### 1.1.1 集合的概念

#### 1. 集合的意义

日常生活中,我们常将事物按其特征进行分类,如印刷品、纺织品、建筑业、运输业等,在学习数学的过程中,我们将数也按其特点分成了整数、有理数、正数、负数等不同的类别.

一般地,我们把具有某种共同特征的对象组成的总体称为**集合**,简称集.常用大写英文字母  $A, B, C, \dots$  表示.组成集合的每一个对象称为集合的一个**元素**,常以小写英文字母  $a, b, c, \dots$  表示.

例如:(1)某高职院校 2000 级全体学生构成一个集合,其中每个学生都是这个集合中的一个元素.

(2)全部等腰三角形构成一个集合,任何一个等腰三角形都是这个集合中的一个元素.

(3)平面直角坐标系中第一象限内的点构成一个集合,每个位于第一象限内的点都是这个集合中的一个元素.

如果  $a$  是集合  $A$  的元素,就说  $a$  属于  $A$ ,记作“ $a \in A$ ”,读作“ $a$  属于  $A$ ”;如果  $a$  不是集合  $A$  的元素,就说  $a$  不属于  $A$ ,记作“ $a \notin A$ ”,读作“ $a$  不属于  $A$ ”.

例如,设  $A$  是由全体偶数构成的集合,则有  $2 \in A; -12 \in A$ ,但  $5 \notin A; 43 \notin A$ .

#### 2. 数集及其记号

由数组成的集合称为**数集**.常用的数集及其记号如下表所示:

| 数集 | 自然数集 | 整数集 | 正整数集          | 有理数集 | 实数集 |
|----|------|-----|---------------|------|-----|
| 记号 | $N$  | $Z$ | $N^+$ 或 $N_+$ | $Q$  | $R$ |

\* 表内数集符号用黑正体或空心体.

如果数集中的数都是正数(或负数),也常在数集记号右上角标以“+”号(或“-”号)表示,如正实数集表示为  $R^+$ ;负有理数集表示为  $Q^-$  等.

注:自然数集由数 0 和全体正整数组成.

#### 3. 集合的特性

集合具有确定性。作为某一集合的元素,必须是能够确定的。不能确定的对象,不能构成集合。例如,“某班高个子的学生”就不能构成集合。

集合中的元素具有互异性,同一个集合中,没有完全相同的两个元素。

集合具有无序性,元素在集合中没有顺序关系,只要所含的元素相同,就看做同一个集合。如由元素  $a, b, c$  组成的集合和由元素  $b, a, c$  组成的集合是同一个集合。

### 1.1.2 集合的表示法

#### 1. 列举法

将集合中的元素一一列举出来,写在花括号“ $\{ \}$ ”内,每个元素只写一次,不考虑顺序,这种表示集合的方法称为列举法。

例如,中国古代的四大发明构成的集合可表示为 $\{\text{火药、活字印刷术、指南针、造纸}\}$ ;“小于5的自然数”构成的集合可表示为: $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ 。

如果集合中的元素较多,不需要或不可能一一列出时,在不致引起误解的前提下,也可以只写出几个元素,其余的用省略号表示。例如,“大于0小于100的奇数”构成的集合可表示为 $\{1, 3, 5, 7, \dots, 97, 99\}$ ;“全体正偶数”构成的集合可表示为 $\{2, 4, 6, \dots, 2n, \dots, n \in \mathbb{N}_+\}$ 。

#### 2. 描述法

将属于某个集合的元素所具有的共同特征描述出来,写在花括号“ $\{ \}$ ”内,这种表示集合的方法称为描述法。

例如,不等式  $x - 5 > 7$  的整数解构成的集合可表示为 $\{x \in \mathbb{Z} \mid x - 5 > 7\}$ ,平面直角坐标系中第一象限内点的集合可以表示为 $\{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$ 。

一般地,用描述法表示集合时,在竖线左侧写集合的代表元素及其取值范围(对数集而言),竖线右侧写集合中元素所具有的特征。

例1 试用描述法表示以下集合:

- (1) 大于3的全体实数。
- (2) 平面直角坐标系,直线  $y = 2x$  上面所有的点。
- (3) 绝对值小于4的全体整数。
- (4) 所有矩形。

解 (1)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$

(2)  $B = \{(x, y) \mid y = 2x\}$

(3)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\}$

(4)  $D = \{x \mid x \text{ 是矩形}\}$

### 1.1.3 集合的分类

如果一个集合所含有的元素只有有限个,这样的集合我们称为**有限集合**.如例1中的(3).

如果一个集合中的元素有无限多个,我们称其为**无限集合**.如例1中的(1),(2),(4).

只含有一个元素的集合叫做**单元素集**,如 $\{a\}$ ;  $\{0\}$ 都是单元素集合.

不含有任何元素的集合叫做**空集**,如方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数解构成的集合 $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$ ,空集常用记号 $\emptyset$ 表示.

至少含有一个元素的集合称为**非空集合**.

### 练习 1.1

1. 判断下列语句能否构成一个集合:

- (1)某商场的所有商品;
- (2)全体质数;
- (3)某班性格开朗的学生;
- (4)所有非常小的正实数;
- (5)漂亮的衣服;
- (6)有效的药品.

2. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

- |                                                                        |                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| (1) $0 \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$                             | (2) $1 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N}$                             |
| (3) $-3 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N}$                           | (4) $0 \underline{\hspace{1cm}} \{0\}$                                  |
| (5) $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}$                     | (6) $-\sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}$                     |
| (7) $0 \underline{\hspace{1cm}} \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$ | (8) $-3 \underline{\hspace{1cm}} \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 9 = 0\}$ |
| (9) $\pi \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}^+$                        | (10) $2 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N}_+$                          |

3. 写出下列集合中的所有元素.

- (1) $\{\text{小于 } 20 \text{ 的所有质数}\}$
- (2) $\{x \in \mathbb{N}_+ \mid x = 4n \quad x \leq 20 \quad n \in \mathbb{N}_+\}$
- (3) $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + 1 = 2\}$
- (4) $\{\text{一年中有 } 31 \text{ 天的月份}\}$

4. 用适当的方法表示下列集合:

- (1)构成英语单词 mathematics(数学)的全体字母;

- (2) 方程  $x^2 + 5x + 6 = 0$  的整数解;
- (3) 全部直角三角形;
- (4) 绝对值小于 6 的全体整数;
- (5) 方程  $x^2 + 2 = 0$  的实数解;
- (6) 数轴上到原点的距离小于 0.5 的点;
- (7) 全部奇数;
- (8) 所有能被 3 整除的自然数;
- (9) 绝对值大于 1 的所有实数;
- (10) 中国的首都.

5. 指出下列集合的类型:

- (1)  $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 1 = 0\}$
- (2)  $\{x \in \mathbf{R} \mid -5 < x < 3\}$
- (3)  $\{x \in \mathbf{N} \mid -5 < x < 1\}$
- (4)  $\{x \in \mathbf{R} \mid x < 1 \text{ 且 } x > 2\}$
- (5)  $\{x \in \mathbf{R} \mid 0 < x < 50 \text{ 且 } x = n^2, n \in \mathbf{N}\}$

## 1.2

### 集合的运算

#### 1.2.1 集合之间的关系

##### 1. 子集

观察集合  $A = \{2, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $C = \{-1, 1\}$ ,  $D = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 1 = 0\}$ .

容易看出, 集合 A 的任一元素都是集合 B 的元素, 集合 C 的所有元素都是集合 D 的元素.

对于集合之间的这种关系, 我们给出下面的定义.

定义 1 设有两个集合 A 和 B, 如果集合 A 中的任一元素都是集合 B 的元素, 则称集合 A 为集合 B 的子集, 记作“ $A \subseteq B$ ”或“ $B \supseteq A$ ”, 读作“A 包含于 B”或“B 包含于 A.”

例 1  $A = \{\text{直角三角形}\}$ ,  $B = \{\text{三角形}\}$ ,

则  $A \subseteq B$ ;

由定义 1 可知, 子集具有性质:

- (1)  $A \subseteq A$  (反身性)
- (2) 如果  $A \subseteq B$ ;  $B \subseteq C$ ; 那么  $A \subseteq C$ ; (传递性)