高等学校试用教材

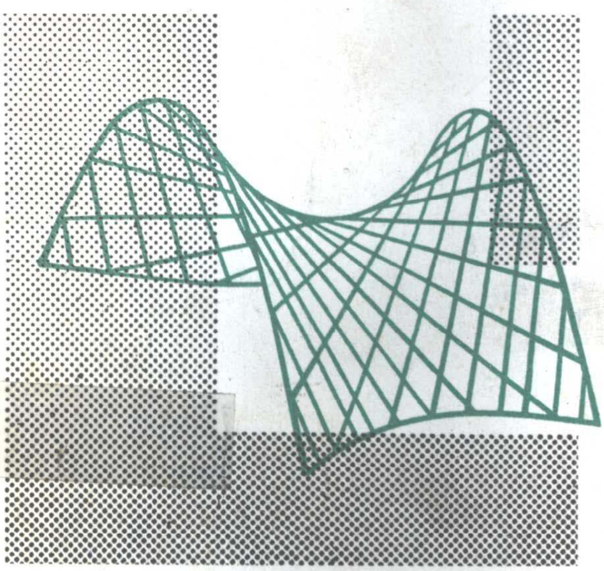
画法几何与阴影透视

上册

(第二版)

谢培青 主编 周玉良 修订

中国建筑工业出版社



995299

高等学校试用教材

画法几何与阴影透视

上 册

(第二版)

谢培青 主编
周玉良 修订

中国建筑工业出版社

(京)新登字 035 号

图书在版编目(CIP)数据

画法几何与阴影透视　上册/谢培青主编，-2 版，-北京:中国建筑工业出版社，1998
高等学校试用教材
ISBN 7-112-03543-0

Ⅰ.画…　Ⅱ.谢…　Ⅲ.①画法几何-高等学校-教材②透视-高等学校-教材　Ⅳ.0185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 12128 号

本书系高等学校建筑学、城市规划等专业试用教材。全书分上、下两册。上册内容包括绪论、点和直线、平面、投影变换、平面立体、曲线曲面、表面展开及轴测投影共八章。下册内容是正投影阴影、透视投影两部分。上册附有《画法几何习题集》一册，下册附有《阴影透视习题集》一册。

本书可作为土建类其它专业的参考书。其中阴影透视还可供建筑设计工作者参考。

高等学校试用教材
画法几何与阴影透视
上　册
(第二版)
谢培青　主编
周玉良　修订
*
中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)
新华书店总店科技发行所发行
北京市兴顺印刷厂印刷
*
开本:787×1092 毫米 1/16 印张:19¼ 字数:356 千字
1998 年 12 月第二版　1998 年 12 月第九次印刷
印数:137481—145480 册　定价:20.10 元(含习题集)
ISBN 7-112-03543-0
TU·2734　(8783)

第一版 序

本书是根据高等学校建筑学和城市规划等专业对画法几何的教学需要而编写的。在编写过程中，我们注意总结建国以来正反两个方面的经验。在内容的取舍方面，加强了基本理论，但又贯彻少而精原则，并力求与目前的教学时数相适应。本册内容可分为三个部分：

第一部分，系统地讲述点、直线和平面的投影规律以及基本的定位问题，并在此基础上讨论运用投影变换的方法去解决基本的度量问题；

第二部分，运用第一部分所学的知识讲述立体的投影及其表面交线和展开的作图问题；

第三部分，从专业的实际需要出发，介绍常用轴测投影的形成及画法，删去那些繁琐的数学推导和证明。

考虑到目前缺少必需的参考书，我们适当地扩充了一些内容，仅供自学所用。凡属这样性质的内容，都用小一号字排印。

为了教学上的需要，我们还编写了一本《画法几何习题集》。

本册由哈尔滨建筑工程学院制图教研室谢培青同志主编。参加编写工作的还有宋安平、陈黎丹两同志。在定稿时，得到高竞、施宗惠、连礼芝等同志的协助。天津大学许松照同志对本册的编写提出了许多宝贵的意见。最后经同济大学黄钟琏、马志超等同志审定。

由于我们的思想水平和学术水平有限。再加上编写时间十分仓促，缺点和错误在所难免，请批评指正。

编著　一九七八年九月

第二版 前 言

哈尔滨建筑大学谢培青教授主编的本书，经过多年的使用，基本上满足建筑类等专业的教学要求。这次修订，原体系结构及文字插图保持不变，只是对局部问题作些修正和补充，以便继续使用。

周玉良 1997 年 7 月

目　　录

第一章 绪 论

第一节 画法几何的任务

画法几何这门古老的学科，一直在工程教育方面起着特殊的作用。通过系统地学习画法几何，使读者具有一种能力，即能够把三维的几何信息，明显而准确地表示在图纸上，成为二维的几何信息。人们在构思一个建筑设计，即在思维中运用所学的专业知识生成了大量的相互联系的三维几何信息。这是用语言和文字无法表达清楚的，必须在图纸上把它们画出来，成为二维几何信息，使人们借助于图纸把所设计的建筑物建造出来。

图纸是平面的，而建筑物是立体的，从尺度概念说，它们似乎不等价，这就产生了矛盾。画法几何就是为了解决这个矛盾，在人们长期生产实践活动中，所积累起来的经验的科学总结。它的任务主要是：

(1) 研究在平面上表达空间形体[❶] 的图示法；

(2) 研究在平面上解答空间几何问题的图解法。

画法几何的理论和方法为学习其他许多课程所必需。这里要特别提出的是工程制图。画法几何和工程制图的关系，可以这样比喻：工程制图是工程界的技术语言，而画法几何便是这种语言的文法。

对于建筑设计来说，为了形象地、逼真地表达所设计的对象(如住宅、工厂等)，常常需要画出它们的立面渲染图或透视渲染图，并在所画的渲染图上绘制出建筑物在一定光线照射下的阴影。这种图通常叫做表现图。画法几何中的阴影和透视两部分内容，将为绘制建筑设计的表现图提供基本理论和画法。

画法几何除了用它的图示法和图解法服务于工程技术以外，也是人们认识物质世界空间形式的一种工具。它利用物体在平面上的图形来研究物体的形状、大小和位置等几何性质。从这个意义上说，本课程还有一个显著的作用，就是促进人们空间概念和空间想像力的发展。

第二节 投影法的本质

把空间形体表示在平面上，是以投影法为基础的。投影法源出于日常生活中光的投射成影这个物理现象。例如，当电灯光照射室内的一张桌子时，必有影子落在地板上；如果把桌子搬到太阳光下，那么，必有影子落在地面上。投影法分两大类，即中心投影和平行投影。其几何意义概述如下：

---

❶ 点、线、面是空间的几何元素，由它们组成的形体叫做空间形体。

1. 中心投影。设空间有一个平面 P(图 1-1)叫做投影面。取不在平面 P 内的任一点 S 叫做投影中心。为了把空间的 A 点投射到平面 P 上,则须从 S 点引出一条直线通过 A 点,此直线叫做投影线,它和平面 P 的交点 A_1,就是空间 A 点在平面 P 上的投影。用同样方法,可以作出空间 B 点和 M 点的投影 B_1 和 M_1。

由于这种投影法,是从一固定的中心引出投影线(如同电灯放出光线那样),所以叫做中心投影法。

分析图 1-1,可以得到中心投影的两条基本特性:

(1) 直线的投影,在一般情况下仍旧是直线;

(2) 点在直线上,则该点的投影必位在该直线的投影上。

设空间 A、M 和 B 三点位在一条直线上,则投射 AB 的投影线形成了一个平面,此平面与投影面 P 的交线 A_1B_1,必定是一条直线[1]。已知点 M 在直线 AB 上,显然通过 M 点的投影线 SM 必位在平面 SAB 内。这样,投影线 SM 与投影面的交点 M_1 就必落在平面 SAB 与投影面 P 的交线 A_1B_1 上。

2. 平行投影。如果把图 1-1 中的投影中心 S 移到离投影面 P 无限远的地方(用 S_∞ 表示),则投射直线 AB 的投影线就互相平行(图 1-2a)。这种投影法,投影线是互相平行的(如同照到地面上的太阳光那样),所以叫做平行投影法。可见,平行投影是中心投影的特殊情况。

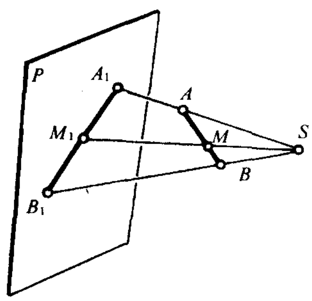
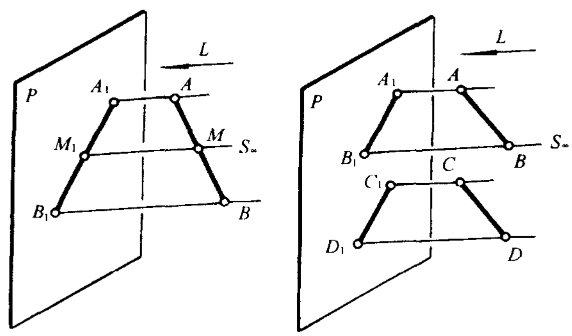


图 1-1 中心投影



(a) (b)

图 1-2 平行投影

用平行投影把直线 AB 投射到平面 P 上,应先给出投射方向 L。投射方向 L 垂直于投影面 P 的平行投影叫做正投影;倾斜于投影面 P 的平行投影叫做斜投影。

平行投影也具有上述中心投影的两条基本特性。分析图 1-2,我们还可以得到平行投影的另外两条特性:

(1) 点分直线线段成某一比例,则该点的投影也分该线段的投影成相同的比例;

(2) 互相平行的直线,其投影仍旧互相平行。

图 1-2a 中,投影线 $AA_1 /\!/ MM_1 /\!/ BB_1$,它们去分割 AB 和 A_1B_1,所以 $AM:MB = A_1M_1:M_1B_1$。

图 1-2b,$AB /\!/ CD$,则平面 $ABB_1A_1 /\!/$ 平面 CDD_1C_1,它们与第三平面 P 相交,所以交

[1] 如果空间直线通过投影中心 S,则其投影将成为一点。

线 $A_1B_1 // C_1D_1$。

第三节 正投影的基本性质

正投影属于平行投影的一种，也具有前述平行投影的特性。但是对于空间有长度的直线线段或有大小的平面图形，根据它们对投影面所处的相对位置不同，又具有下述投影特性（为叙述简单起见，以后正投影除特别指明外，一律简称投影，直线线段或平面图形简称直线或平面）：

1. 空间直线对投影面的位置分平行、垂直、倾斜等三种。图 1-3 表明直线 AB 对水平投影面 H 的三种不同位置的投影特性：

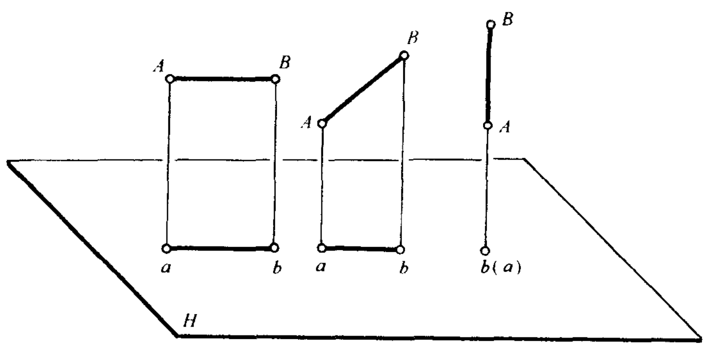


图 1-3 直线正投影的三种特性

(1) 直线平行于投影面，它的投影反映实长；

(2) 直线垂直于投影面，它的投影成为一点；

(3) 直线倾斜于投影面，它的投影不反映实长，且缩短。

2. 空间平面对投影面的位置也可分平行、垂直、倾斜等三种。图 1-4 表明平面 $ABCD$（长方形）对投影面 H 的三种不同位置的投影特性：

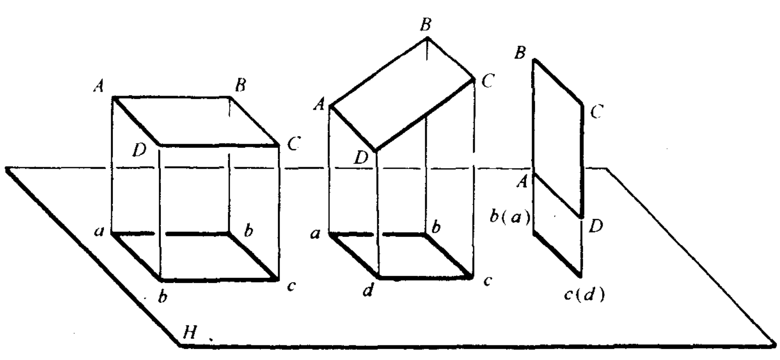


图 1-4 平面正投影的三种特性

(1) 平面平行于投影面，它的投影反映实形；

(2) 平面垂直于投影面，它的投影成为直线；

(3) 平面倾斜于投影面，它的投影不反映实形，且变小。

以上讨论说明，给定投影条件，在投影面上，总是可以作出已知形体唯一确定的投影；并且知道形体的哪些几何性质在投影图上保持不变，而哪些是改变的。但是，相反的问题，即由投影重定它的原形，答案则不是唯一的。试看图 1-5，给出空间一点 A(图 1-5*a*)，为作出 *A* 点在水平投影面 *H* 上的正投影，我们过 *A* 点向 *H* 面引垂线，所得垂足 *a*，即是 *A* 点的正投影。相反，如果要由投影 *a*(图 1-5*b*)重定它在空间的位置，则不可能。因为，投影线上的所有点，如 *A*、*B*、*C*……，都可以作为投影 *a* 在空间的位置。

再看图 1-6，投影面 *H* 上的正投影，可以是双坡房屋的投影，也可以是锯齿形房屋的投影，还可以是一个台阶的投影，或其它形体的投影。这就是说，目前所得的投影图还不具有“可逆性”。为使投影图具有“可逆性，在正投影的条件下，可以采用多面正投影的方法来解决。

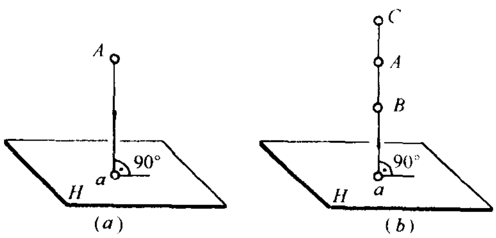


图 1-5 点的单面正投影及其可逆性问题

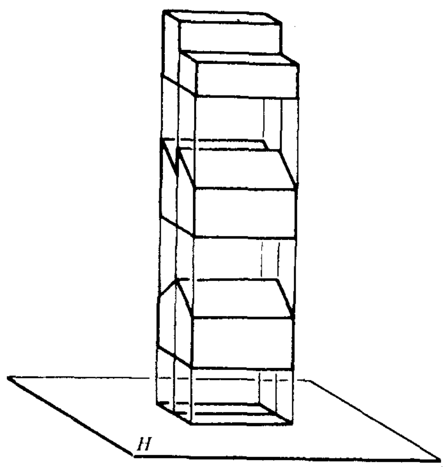


图 1-6 立体的单面正投影及其可逆性问题

第四节 立体的三面投影图

具有可逆性的投影图，在工程实践中被广泛应用的是物体的三面投影图。物体的三面投影图是利用平行投影中的正投影法画出来的。

空间的物体，一般来说，有正面、侧面和顶面三个方面的形状；具有长度、宽度和高度三个方向的尺寸。物体的一个正投影，只反映了一个方面的形状和两个方向的尺寸。例如图 1-6，在投影面 *H* 上的投影，反映了所给形体的顶面形状和长度、宽度两个方向的尺寸。为了反映物体三个方面的形状，可以采用三面投影的方法。

试看图 1-7 所示，我们选择三个互相垂直的平面作为投影面，其中水平放着的，叫做水平投影面，用字母 *H* 表示；立在正面的叫做正立投影面，用字母 *V* 表示；而立在侧面的叫做侧立投影面，用字母 *W* 表示。被投影的物体就放置在这三个投影面所组成的空间里。图中的立体是一个台阶的模型。根据前述正投影的基本性质，只有当平面平行于投影面时，它的投影才反映实形，所以我们使台阶的底面平行于 *H* 面，正面平行于 *V* 面(此时，侧面必平行于 *W* 面)。然后，把台阶分别向这三个投影面作正投影：

在 *H* 面上的正投影叫做水平投影；

在 V 面上的正投影叫做正面投影；

在 W 面上的正投影叫做侧面投影。

此时，如果把台阶拿走(图 1-8)，我们也能根据留在三个投影面上的投影，读出台阶各个方面的形状和尺寸大小。因为：

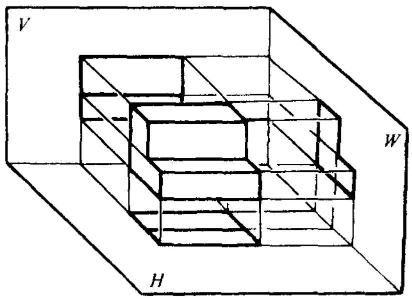


图 1-7　立体三面投影图的获得

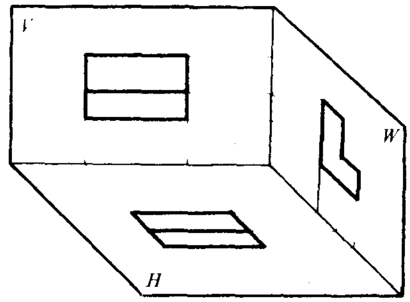


图 1-8　根据三面投影可以读出它的原形

水平投影反映了立体的顶面形状和长、宽两个方向的尺寸；

正面投影反映了立体的正面形状和高、长两个方向的尺寸；

侧面投影反映了立体的侧面形状和高、宽两个方向的尺寸。

现在，这三个投影是分别画在三个互相垂直的投影面上的，但实际作图只能在一个平面上(即一张图纸上)进行。为此，需要把三个投影面转化为一个平面。如图 1-9 所示，规定 V 面不动，H 面向下旋转 90°，W 面向右旋转 90°，这样一来，H 面和 W 面就同 V 面重合成一个平面了。顺便说一下，在实际作图时，只需画出立体的三个投影，而无需画出三个投影面的边框线。这样就得到了如图 1-10 所示的台阶的三面投影图。

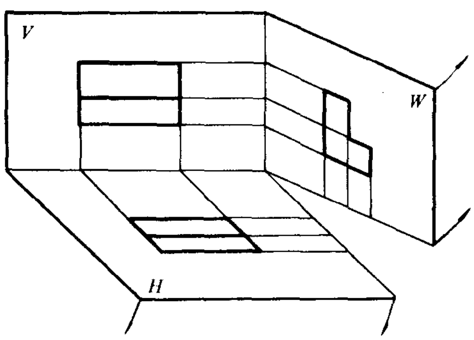


图 1-9　三面投影的重合

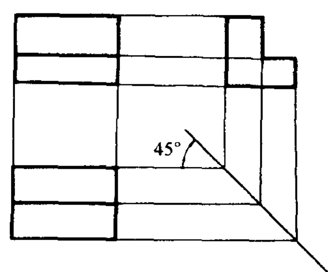


图 1-10　立体三面投影图的特性

分析图 1-10 可以看到，立体的三面投影两两之间，都存在着一定的联系：正面投影和侧面投影具有相同的高度，水平投影和正面投影具有相同的长度，侧面投影和水平投影具有相同的宽度。

在作图过程中，画上水平联系线，以保证正面投影与侧面投影等高；画上铅垂联系线，以保证水平投影与正面投影等长；利用一条 45°辅助线，以保证侧面投影与水平投影等宽。

【例题】 试根据图 1-11(a)所示的立体图,画出它的三面投影图。各向尺寸由图中按 1:1 量取。

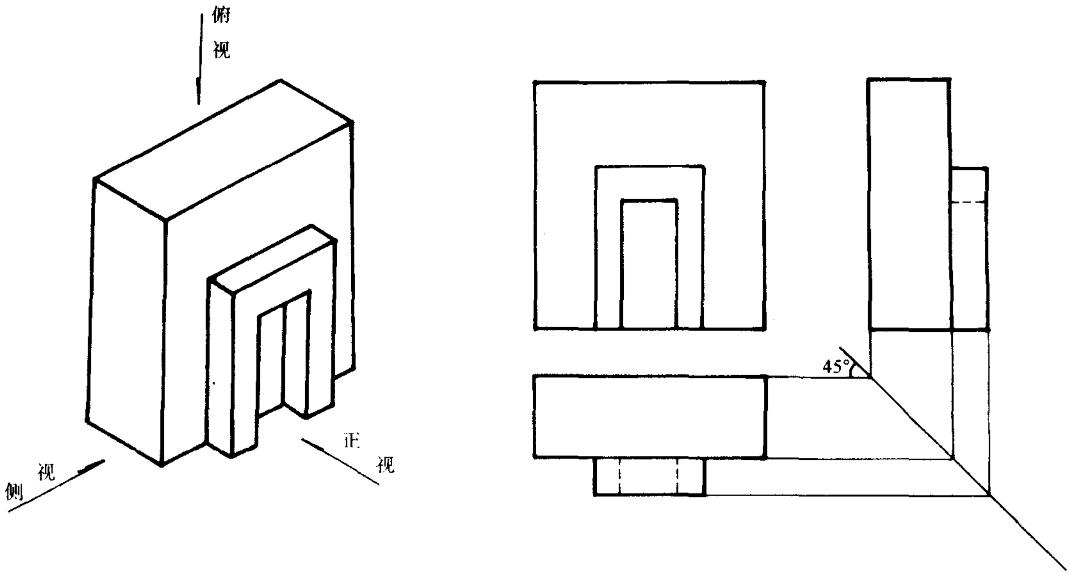


图 1-11　根据立体图作出它的三面投影

分析　图中已用箭头标出对各投影面垂直的方向,可以想象为观者对物体三个方向的观察方向。根据正投影的基本性质:正视时,只看见物体的正面形状和高、长两个尺寸;俯视时,只看见物体的水平形状和长、宽两个尺寸;侧视(左向)时,只看见侧面形状和高、宽两个尺寸。规定用粗实线画出可见轮廓,用虚线画出不可见轮廓。

如图 1-11(b),先作出墙体(长方体)的三面图,再作出墙体正中的门洞的三面图,用右下角的一条 45°斜线控制侧面投影和水平投影保持同一宽度。

复 习 问 题

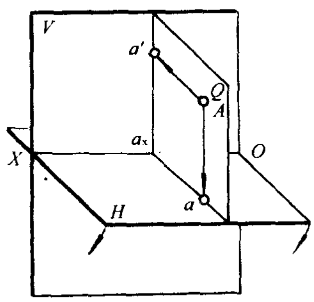
1. 本课程的任务是什么?
2. 什么叫中心投影和平行投影?试述它们的投影特性。
3. 试述正投影的基本性质。
4. 试述立体三面投影的获得及特性。

第二章 点 和 直 线

第一节 点的两面及三面投影

一、点的两面投影

绪论中提到在正投影的条件下，只根据点在一个投影面上的投影，不能确定该点在空间的位置。为此，需要设置两个互相垂直的平面为投影面，如图 2-1(a)所示；其中一个是水平投影面 H，另一个是正立投影面 V。两投影面 H 和 V 的交线叫做投影轴，用字母 OX 表示。



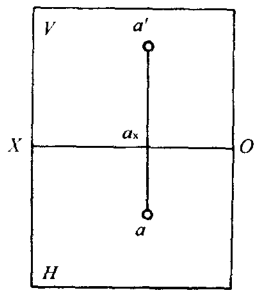


图 2-1 点的两面投影的形成及特性

为作出空间 A 点在 H 面及 V 面上的正投影，我们过 A 点向 H 面引垂线，得一垂足，即为 A 点的水平投影(或叫 H 面投影)，用字母 a 表示；过 A 点向 V 面引垂线，得一垂足，即为 A 点的正面投影(或叫 V 面投影)，用字母 a'(读 a 一撇)表示。

投影面 H 和 V 上的正投影 a 和 a' 综合起来是可逆的，因为根据它们可以重定空间的 A 点。(如果把图 2-1(a)中 A 点抹去，要重定 A 点，作法是先从投影 a 作 H 面的垂线，再从投影 a' 作 V 面的垂线，这两条垂线的交点就确定了空间 A 点的位置。)

投射 A 点的两条直线 Aa 和 Aa' 确定了一个平面 Q。因为 Q 面既垂直于 H 面，又垂直于 V 面，又知 H 和 V 是互相垂直的，所以它与 H 和 V 的交线 aa_x 和 $a'a_x$ 也就互相垂直，并且 aa_x 和 $a'a_x$ 还同时垂直地相交于 OX 轴上的一点 a_x。这就证明四边形 Aaa_xa' 是个矩形。由此得知：$a'a_x = Aa$；$aa_x = Aa'$。又因为线段 Aa 表示 A 点到 H 面的距离，而线段 Aa' 表示 A 点到 V 面的距离，所以最后得到：

线段 $a'a_x = A$ 点到 H 面的距离(高度)；

线段 $aa_x = A$ 点到 V 面的距离(深度)。

上述投影 a 和 a' 还是分别地位在 H 和 V 两个平面上，而我们最终的目的是要把它们表示在一个平面上。为此，仍旧规定 V 面不动，让 H 面绕 OX 轴向下旋转 90°，而重合于 V

面。这样就得到了图 2-1(b)所示的点的两面投影图。其特性如下:

(1) 点的下面投影(a')和水平投影(a)的连线垂直于 OX 轴($a'a \perp OX$);

(2) 点的正面投影到 OX 轴的距离($a'a_x$)等于空间点到 H 面的距离(Aa),而水平投影到 OX 轴的距离(aa_x)等于空间点到 V 面的距离(Aa')。

在画投影图时,投影面的边框线一般是不画出的,也不标记点的两面投影的连线与 OX 轴的交点(a_x),其形式如图 2-2 所示。

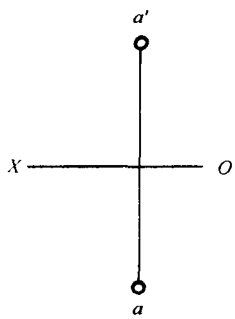


图 2-2　点的两面投影图

二、点的三面投影

虽然点的两面投影已经能够确定该点在空间的位置,但是,正如绪论所说,对于一个形体通常要有它的三面投影,才能表达清楚。换言之,需要把已知点分别向三个互相垂直的投影面作投影。

图 2-3(a)所示的投影面 H、V 和 W 组成一个直角三面角。W 和 H 的交线,以及 W 和 V 的交线也叫做投影轴,分别用字母 OY 和 OZ 表示。投影轴 OX、OY 和 OZ 互相垂直,并且共同相交于 O 点。

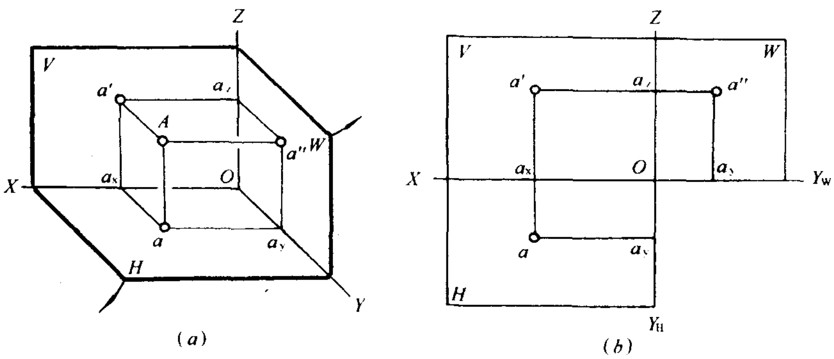


图 2-3　点的三面投影的形成及特性

为作出空间 A 点在 W 面上的正投影,从 A 点向 W 面引垂线,所得垂足就是 A 点的侧面投影(或叫 W 面投影),用字母 a''(读 a 两撇)表示。投射 A 点的三条投影线 Aa、Aa' 和 Aa'' 分别组成三个平面:aAa'、aAa'' 和 $a'Aa''$,它们与投影轴 OX、OY 和 OZ 分别相交于点 a_x、a_y 和 a_z。这些点和 A 点及其投影 a、a'、a'' 的连线组成了一个长方体。因此就有:

$$Aa = a'a_x = a''a_y = a_zO;$$

$$Aa' = a''a_z = aa_x = a_yO;$$

$$Aa'' = aa_y = a'a_z = a_xO。$$

为把 A 点的三个投影 a、a'、a'' 都表示在一个平面上,仍旧规定 V 面不动,让 H 面绕 OX 轴向下旋转到与 V 面重合,让 W 面绕 OZ 轴向右旋转到与 V 面重合。此时,跟 H 面旋转的 OY 轴用符号 OY_H 表示,跟 W 面旋转的 OY 轴用符号 OY_W 表示。这样就得到图 2-3(b)所示的点的三面投影图。其特性如下:

(1) 点的水平投影(a)和正面投影(a')的连线垂直于 OX 轴;

(2) 点的正面投影(a')和侧面投影(a'')的连线垂直于 OZ 轴;

(3) 点的侧面投影到 OZ 轴的距离($a''a_z$)等于点的水平投影到 OX 轴的距离(aa_x)。

这些特性说明:在点的三面投影图中,每两个投影都具有一定的联系性。因此,只要给出一点的任何两个投影,就可以求出其第三投影。

例如图 2-4,已知一点 B 的水平投影 b 和正面投影 b',为求侧面投影 b'':

(1) 过 b' 引 OZ 轴的垂线 $b'b_z$;

(2) 在 $b'b_z$ 的延长线上截取 $b''b_z = bb_x$,b'' 即为所求。

又如图 2-5,已知一点 C 的正面投影 c' 和侧面投影 c'',为求水平投影 c:

(1) 过 c' 引 OX 的垂线 $c'c_x$;

(2) 在 $c'c_x$ 的延长线上截取 $cc_x = c''c_z$,c 即为所求。

此两题的作法,也可以直接用图中箭头所指的步骤来完成。

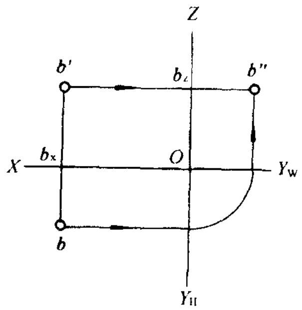


图 2-4 由点的正面投影和水平投影作侧面投影

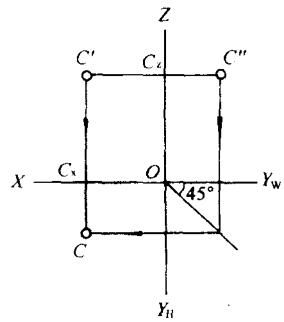


图 2-5 由点的正面投影和侧面投影作水平投影

第二节 点的投影与直角坐标的关系

若把图 2-3(a)所示的三个投影面当作坐标面,那么各投影轴就相当于坐标轴;其中 OX 轴就是横坐标轴,OY 轴就是纵坐标轴,OZ 轴就是竖坐标轴。三轴的交点 O 就是坐标原点。

这样,空间 A 点到三个投影面的距离就等于它的三个坐标:

A 点到 W 面的距离(Aa'') = A 点的 x 坐标(Oa_x);

A 点到 V 面的距离(Aa') = A 点的 y 坐标(Oa_y);

A 点到 H 面的距离(Aa) = A 点的 z 坐标(Oa_z)。

当三个投影面按照上述规则重合为一个平面时(图 2-3b),这些表示点的三个坐标的线段(Oa_x、Oa_y 和 Oa_z)仍留在投影图上。从图上可以清楚地看出:由 A 点的 x、y 两坐标可以决定 A 点的水平投影 a(图 2-6a);由 A 点的 x、z 两坐标可以决定 A 点的正面投影 a'(图 2-6b);由 A 点的 y、z 两坐标可以决定侧面投影 a''(图 2-6c)。这样,就得出结论:

已知一点的三面投影,就可以量出该点的三个坐标;相反地,已知一点的三个坐标,就可以求出该点的三面投影。

【例题】 已知 A 点的坐标:$x = 20\text{mm}$、$y = 10\text{mm}$、$z = 15\text{mm}$,试作出 A 点的三面投影图。

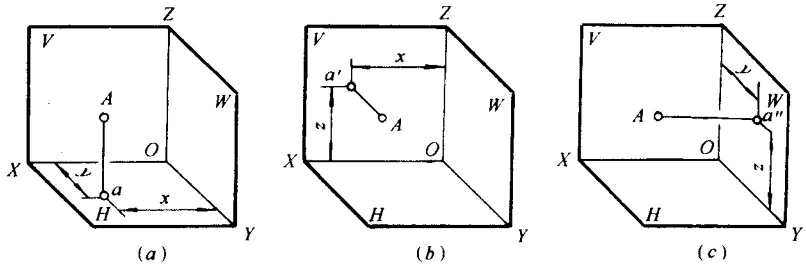


图 2-6　由点的坐标确定其投影

作图法如图 2-7 所示：

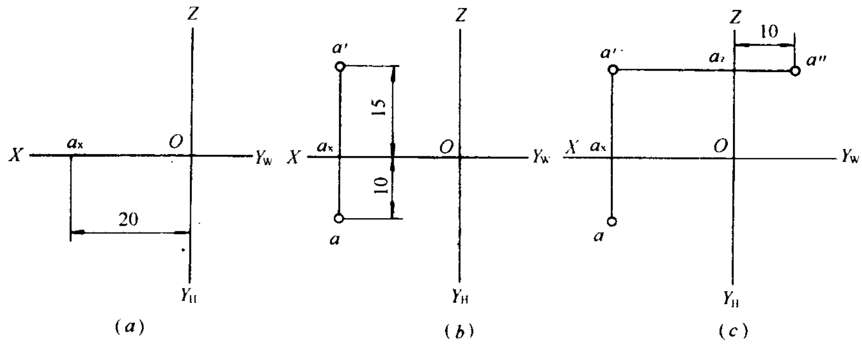


图 2-7　根据点的三个坐标值作点的三面投影图

(1) 在图纸上作一条水平的直线和一条铅垂的直线，两线的交点为坐标原点 O，其左为 X 坐标轴，其上为 Z 坐标轴，其右为 Y_W，其下为 Y_H，并在 OX 轴上取 a_x 点，使 $Oa_x=20$mm；

(2) 过 a_x 点作 OX 轴的垂线，在这垂线上自 a_x 向下截取 $aa_x=10$mm 和向上截取 $a'a=15$mm，得水平投影 a 和正面投影 a'；

(3) 由 a' 向 OZ 轴引垂线，在所引垂线上截取 $a''a_z=10$mm，得侧面投影 a''。

当空间的点位在某一个投影面内时，则它的三个坐标中必有一个为零。试看图 2-8a 中的 D 点，因为它位于 H 面内，所以坐标 $Z=0$。D 点的水平投影 d 与 D 点本身重合；正面投影 d' 落在 OX 轴上；侧面投影 d'' 落在 OY 轴上。当 W 面向右旋转重合于 V 面时，d'' 应位在 OY_W 轴上，而不应位在 OY_H 轴上，因为 d'' 是由 D 点向 W 面所作的正投影(图 2-8b)。

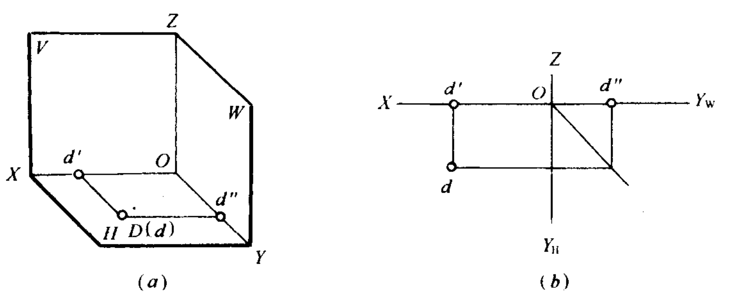


图 2-8　位在 H 面内的点的三面投影