# 連續梁的合理計算

## 下 册

蘇聯 耶·阿·波別列茲金著

劉夢麟譯　蔣蔬秋校

燃料工業出版社

# 連續梁的合理計算

## 下　冊

## 各跨線性勁度不等的連續梁

蘇聯 耶·阿·波別列茲金副教授著

劉夢麟譯　　蔣蔬秋校

燃料工業出版社

## 內 容 提 要

本書引列了計算各跨線性勁度均不相同的連續梁的計算表格，這些表格的特點是應用範圍較廣和用法簡便，使連續梁的計算工作簡化爲標準式型表的填列工作。

書中有很詳盡的計算例題，對表格的用法及標準式型表的塡法也有所說明。

本書供工業建築工程設計人員使用。

* *
*

# 連 續 梁 的 合 理 計 算

РАЦИОНАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК

## 下 册

### 各跨線性勁度不等的連續梁

根據蘇聯國立煤礦技術書籍出版社(УГЛЕТЕХИЗДАТ)
1952年莫斯科俄文第一版翻譯

蘇聯 Е. А. ПОБЕРЕЗКИН 著
劉夢麟譯　蔣蔬秋校

燃料工業出版社出版
社址：北京東長安街燃料工業部
北京市書刊出版業營業許可證出字第012號
北京市印刷一廠印刷　新華書店發行

編輯：胡芸非

書號336 * 煤130 * 787×1092 1/16 開本 * 13 3/8 印張 * 278千字 * 定價29,000元
一九五五年二月北京第一版第一次印刷（1—4,000）

列
採
具
的
見。

# 原　　序

「連續梁的合理計算」下冊，是前所出版的上冊的續本。

在上冊中，僅列出了計算線性勁度均等的或具有兩種不同線性勁度的連續梁的計算表。下冊則列出了三跨、四跨、以至五跨的、且各跨線性勁度各不相同的連續梁的計算表。

因此，上下兩冊的表格已經包羅各種連續梁在實際計算上所能遇到的各種情形。

所列的表格能使支座彎矩的求得大爲簡化，這些支座彎矩值對於連續梁的計算是不可缺少的。採用標準式型表使計算工作趨於系統化，並使計算效率大爲提高。

蘇聯的礦井和選煤廠的建築物及結構物，由於其設計工作量之日益龐大，因此，縮減計算時間便具有特殊重要的意義了。

書中演算了一些連續梁的計算例題，這些例題一方面用一般的方法演算，同時亦用著者所提供的標準式型表來演算。

所有這些都說明：上下兩冊可作爲設計工作者在連續梁實際計算時的參考書籍。

著者謝謝尼古拉·羅曼諾維奇·基利欽斯基工程師在本書編著及出版過程中所給予的寶貴意見。

# 目　　録

# 一、總　論

〔連續梁的合理計算〕下册引用了一些表格，用以計算自由支承的、且各跨線性勁度不等的連續梁。圖 1 的各種梁的圖形，其支座彎跨可藉所示的表格求得。

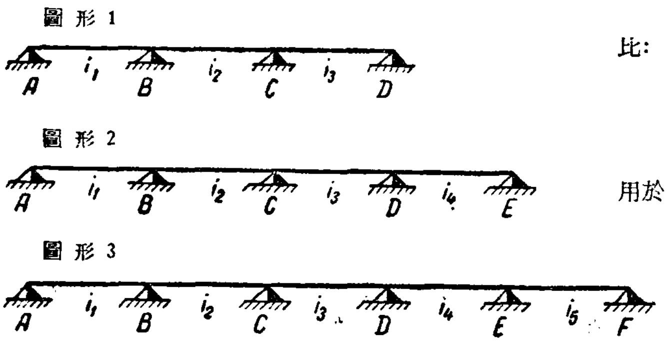



圖　1

如同上册一樣，支座彎矩可利用表格由下式求之:

$$M_N = k_{\text{л}} M_{\text{л}} + k_{\text{п}} M_{\text{п}}, \tag{1}$$

式中 $M_N$——支座$N$的支座彎矩;

$M_{\text{л}}$——當被研究的某跨之右端爲鉸定時，其左支座的完全固定彎矩;

$M_{\text{п}}$——當被研究的某跨之左端爲鉸定時，其右支座的完全固定彎矩;

$k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$——固着係數。

對於鉸支連續梁的左邊跨來說，$k_{\text{л}} = 0$，因此，當該跨有荷重時，

$$M_N = k_{\text{п}} M_{\text{п}}。 \tag{2}$$

同理，當右邊跨爲自由支承時，$k_{\text{п}} = 0$，得

$$M_N = k_{\text{л}} M_{\text{л}}。 \tag{3}$$

如果已知荷重的形式、大小及其位置，可用表 2а、2б、2в、2г 及 2д 算出 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$。

表格按照梁的圖形及各跨線性勁度比值之不同而給出了各種固着係數。從表格可求出圖 1 之 1（三跨梁）的支座彎矩在實用上的精確值（在彈性限度以內）。而對於圖 1 的其餘兩種圖形，則給予近似的解法。這種近似法是由於所採用的假設而來(見以後的敍述)。所採用的假設密切聯繫到固着係數表的縮製，這種固着係數，亦同上册一樣，是根據線性勁度比來確定。上、下册的區別是：上册中的梁僅有兩種線性勁度 $i_1$ 及 $i_2$，因此祇須求出它們的一種比值

$$S = i_1 : i_2$$

即可，而在本册圖 1 之 1、2 及 3 中，應當求出兩對互爲倒數的比值。此外，在圖 1 之 3 的五跨梁中，欲求荷重在 $CD$ 跨時的各支座彎矩值，尚須附算另一種線性勁度比。

以下是用於各種靜力圖形的、互爲倒數的線性勁度比:

用於三跨梁（圖 1 之 1）:

$S_1^{\text{В}}$[1] $= i_3 : i_1$;　　$S_2^{\text{В}} = i_3 : i_2$;

$S_1^{\text{Н}}$[2] $= i_1 : i_3$;　　$S_2^{\text{Н}} = i_1 : i_2$;

用於四跨梁（圖 1 之 2）:

$S_1^{\text{В}} = i_3 : i_1$;　　$S_2^{\text{В}} = i_3 : i_2$;

$S_1^{\text{Н}} = i_2 : i_4$;　　$S_2^{\text{Н}} = i_2 : i_3$;

用於五跨梁（圖 1 之 3）:

$S_1^{\text{В}} = i_3 : i_1$;　　$S_2^{\text{В}} = i_3 : i_2$;

$S_1^{\text{Н}} = i_3 : i_5$;　　$S_2^{\text{Н}} = i_3 : i_4$。

此外，如上所述，設荷重係在中跨，則須附算另一種線性勁度比:

$$S_1 = i_3 : i_2; \qquad S_2 = i_3 : i_4。$$

$S_1^{\text{В}}$ 及 $S_2^{\text{В}}$ 位於固着係數表的上表銜；而 $S_1^{\text{Н}}$ 及 $S_2^{\text{Н}}$ 則位於表格的下表銜。因此，右上角的指標表示它屬於何處——屬於上表銜還是屬於下表銜。如果 $S_1$ 及 $S_2$ 的右上角不註指標，則表示它同時屬於上表銜及下表銜。例如，當荷重在五跨連續梁的中跨時即是如此。在圖 1 之 1 中，支座彎矩 $M_B$ 的固着係數 $k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$ 可按 $S_1^{\text{В}}$ 及 $S_2^{\text{В}}$ 之値查固着係數表而得，$M_B$ 則按公式(1)、(2)、(3)算出。顯而易見，屬於 $S_1^{\text{В}}$、$S_2^{\text{В}}$ 及 $M_B$ 的數值（亦即是屬於上表銜的數值），亦可屬於下表銜，祇須按照下述適當的方式，佈置一套在靜力上相反的涵義即可：以 $M_C$ 代 $M_B$，第三跨、第二跨及第一跨分別代替第一跨、第二跨及第三跨，$k_{\text{л}}$ 代 $k_{\text{п}}$，$S_1^{\text{Н}}$ 代 $S_1^{\text{В}}$，而最後以 $S_2^{\text{Н}}$ 代 $S_2^{\text{В}}$。表格的表銜之如此編排（上册亦是如此），不但大爲減少了表格的篇幅，而且對於分析圖 1 之 2（四跨梁）及圖 1 之 3（五跨梁）來說，能使其得到爲實用上足够精確的彎矩近似值，這在下文是可以看到的。

試看用於圖 1 之 2（四跨梁）近似解法中的一些假設。在這種圖形的表格中，給出了在四種不同計算情况（圖 2）下的固着係數 $k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$，圖中前二種情况適應於

[1] $S_1^{\text{В}} = S_1^{(\text{верхнее})}$ 表示該符號恆列於表格的上部表銜。——譯者

[2] $S_1^{\text{Н}} = S_1^{(\text{нижнее})}$ 表示該符號恆列於表格的下部表銜。——譯者

表格的上表衔，後二種情况適應於下表衔。

如圖 2 所見，在圖 2,a 及圖 2,б 中，當第一、二跨有荷重時，不論第四跨的線性勁度如何，取其等於第三跨的線性勁度。圖 2,в 及圖 2,г 的情况恰恰相反，在第三、四跨有荷重時，不論第一跨的線性勁度如何，取其等於第二跨的線性勁度。這即是圖 1 之 2 在計算固着係數 $k_{\rm I}$ 及 $k_{\rm II}$ 之表值時所作的假定。表格的如此編排，造成了圖 2,a 與圖 2,г 之間，以及圖 2,б 與圖 2,в 之間的反對稱性。如果遇有圖 2 所示的各種圖形，則僅當荷

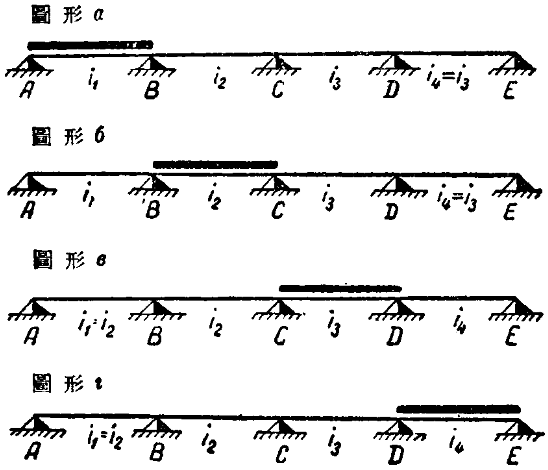


圖 2

重是在左二跨或右二跨時，能够得出它們相當精確的答案。每當遇有這種情形，即第一、二兩跨受荷重的情况下存在着不等現象

$$i_4 \neq i_3$$

時，而第三、四兩跨受荷重的情况下

$$i_1 \neq i_2$$

時，解答將爲近似性的。

利用表格之表衔互相對映的編製原則，可在圖 2 所有的計算圖形中，對每一個受荷重的跨度求出固着係數來。這時，在與荷重跨相鄰的跨度中，則用了實際的線性勁度，即是說：採用近似線性勁度的跨度是不受荷重的，而且亦不與受載跨相連接。爲了得到一種概念，即

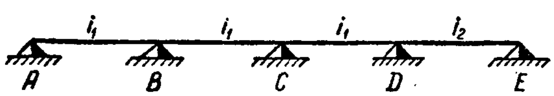


圖 3

邊跨線性勁度的變化對於支座彎矩值的影響如何，兹就一個四跨連續梁進行研討。其前三跨的線性勁度爲不變數 $i_1$（圖3），第四跨的線性勁度爲可變數 $i_2$。梁的第一及第二跨先後受到均佈活荷重 $p$ 的作用。

第一種情形，

$$i_2 = i_1。$$

當荷重在第一跨時：

$$M_B = -0.067\ pl^2;$$
$$M_C = +0.018\ pl^2;$$
$$M_D = -0.004\ pl^2。$$

同様當荷重在第二跨時：

$$M_B = -0.049\ pl^2;$$
$$M_C = -0.054\ pl^2;$$
$$M_D = +0.013\ pl^2。$$

在此種情况下（即當 $i_2 = i_1$ 時）最大支座彎矩爲：

$$最大\ M_B = 最大\ M_D = -0.121\ pl^2;$$
$$最大\ M_C = -0.107\ pl^2。$$

第二種情形，

$i_2 = \infty$（支座 $D$ 完全固定）。

當荷重在第一跨時：

$$M_B = -0.067\ pl^2;$$
$$M_C = +0.019\ pl^2;$$
$$M_D = -0.010\ pl^2。$$

同様當荷重在第二跨時：

$$M_B = -0.048\ pl^2;$$
$$M_C = -0.058\ pl^2;$$
$$M_D = +0.029\ pl^2。$$

第三種情形，

$i_2 = 0$（支座 $D$ 爲鉸鏈）。

當荷重在第一跨時：

$$M_B = -0.067\ pl^2;$$
$$M_C = +0.017\ pl^2;$$
$$M_D = 0。$$

同様當荷重在第二跨時：

$$M_B = -0.050\ pl^2;$$
$$M_C = -0.050\ pl^2;$$
$$M_D = 0。$$

以上所引用的支座彎矩值 $M_B$、$M_C$、$M_D$ 均列於表 1a。此外，表中並給出支座彎矩增加值對於該支座彎矩在 $i_2 = i_1$ 時的最大值之比。此比值以百分數表示之。所謂增加值乃是第二及第三種情形中的支座彎矩對第一種情形中支座彎矩之差值。

從表 1a 可以看出，$M_B$ 及 $M_C$ 在兩種極端情形（即 $i_2 = \infty$ 及 $i_2 = 0$）中的增加值較之於通常情况（$i_2 = i_1$）下的彎矩很小，這正是我們所期望的。支座 $D$ 的增加值比較大，這是由於支座 $D$ 離帶可變線性勁度的那一跨度較近所致。然而，在 $M_D$ 的計算中，誤差不能算大，因爲求 $M_D$ 時，考慮到線性勁度的變化範圍，此外，支座彎矩增加值隨着荷重是在第一跨或第二跨而有不同的正負號，該二跨照例是不僅在結構物自重的作用下，而且在固定的設備重量作用下，都是同時受荷載的。因此在編製圖 1 之 2 及圖 1 之 3 的固着係數表時所用的假設，

表 1a

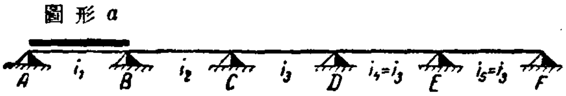
| 計算情况 | $M_B$ | | | | | $M_C$ | | | | | $M_D$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 荷重在第一跨時 | 荷重在第二跨時 | 最大$M_B$ | $\frac{增加值}{最大 M_B}$ % | | 荷重在第一跨時 | 荷重在第二跨時 | 最大$M_C$ | $\frac{增加值}{最大 M_C}$ % | | 荷重在第一跨時 | 荷重在第二跨時 | 最大$M_D$ | $\frac{增加值}{最大 M_D}$ % | |
| | 乘 $pl^2$ | | | 荷重在第一跨時 | 荷重在第二跨時 | 乘 $pl^2$ | | | 荷重在第一跨時 | 荷重在第二跨時 | 乘 $pl^2$ | | | 荷重在第一跨時 | 荷重在第二跨時 |
| $i_2=i_1$ | -0.067 | -0.049 | -0.121 | 0 | 0 | +0.018 | -0.054 | -0.107 | 0 | 0 | -0.004 | +0.013 | -0.121 | 0 | 0 |
| $i_2=\infty$ | -0.067 | -0.048 | — | 0 | -0.8 | +0.019 | -0.058 | — | -0.9 | +3.7 | -0.010 | +0.029 | — | +5.0 | -13.2 |
| $i_2=0$ | -0.067 | -0.050 | — | 0 | +0.8 | +0.017 | -0.050 | — | +0.9 | -3.7 | 0 | 0 | — | -3.3 | +10.7 |

是在連續梁實際計算中完全允許的，因其所求出的支座彎矩在實用目的上已極爲精確。表 16 對從例題 2 及例題 3 所求的最大跨度彎矩及最大支座彎矩作了比較。例題 2 及例題 3 是用表格解算的，其彎矩又按邊跨的實際線性勁度算了一遍。雖然在所示的例題中，調整後的邊跨線性勁度較原來相差了三倍，而最大誤差却不滿3%。

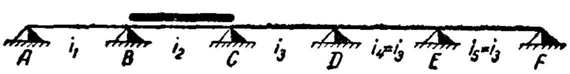
如同在圖 1 之 2 所作一樣，表中列出了圖 1 之 3 在各跨受荷重時的固着係數 $k_л$ 及 $k_п$。

當第一跨及第二跨受荷重時，固着係數屬於表格的上表衔，而這些固着係數是根據圖 4,а、б（即是說：使第四跨及第五跨的線性勁度與第三跨同）計算出來的。當第四及第五跨受有荷重時，固着係數屬於下表衔，其編排與上表衔相反。因此固着係數亦可適用於圖 4,г、д。在這兩個圖形中，取了第一、第二跨的線性勁度與第三跨的線性勁度相同。最後，當荷重在第三跨時，固着係數 $k_л$ 及 $k_п$ 按邊跨線性勁度等於其鄰跨線性勁度的情形計算之，如圖 4,в 所示一樣。因此，在圖 1 之 3 中，如在

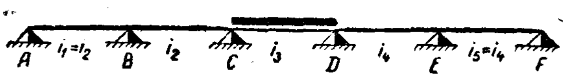
圖形 а



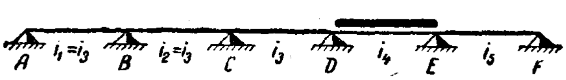
圖形 б



圖形 в



圖形 г



圖形 д

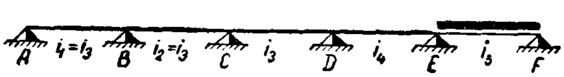


圖 4

表 16

| 比較項目 | 用邊跨的實際線性勁度計算 | | 近似解答（按表格） | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 例題 2（四跨） | 例題 3（五跨） | 例題 2（四跨） | | 例題 3（五跨） | |
| | 噸 公 尺 | | 噸公尺 | 誤差% | 噸公尺 | 誤差% |
| 最大 $M_B$ | −21.33 | −19.93 | −21.34 | ≌0 | −20.06 | 0.65 |
| 最大 $M_C$ | −12.86 | −12.38 | −12.56 | 2.34 | −12.24 | 1.13 |
| 最大 $M_D$ | −14.40 | −11.19 | −14.39 | 0.07 | −11.04 | 1.25 |
| 最大 $M_E$ | — | −19.25 | — | — | −19.35 | 0.52 |
| 最大 $M_1$ | 23.80 | 23.62 | 23.60 | 0.84 | 23.48 | 0.59 |
| 最大 $M_2$ | 10.62 | 9.46 | 10.63 | ≌0 | 9.67 | 2.22 |
| 最大 $M_3$ | 9.72 | 10.44 | 9.53 | 1.96 | 10.61 | 1.63 |
| 最大 $M_4$ | 23.23 | 8.90 | 23.03 | 0.86 | 9.15 | 2.81 |
| 最大 $M_5$ | — | 27.22 | — | — | 27.02 | 0.73 |

處理圖 1 之 2 的四跨梁一樣，採用近似線性勁度的某跨是不予載荷的，而且亦不讓它與受載荷的跨度相接連。

茲就前述三種梁的圖形，給出了連續梁計算的例題，例題以兩種格式演算：一般的格式及標準式型表。

不論演算的格式如何，連續梁的計算由下列依次計算的各節組成：

1）梁的計算圖形；
2）完全固定彎矩；
3）分部支座彎矩；
4）計算支座彎矩；
5）最大切力；
6）最大跨度彎矩。

首先，試從每一個前述小節中，簡單地諳熟一下實際計算的方法。

## A. 梁的計算圖形

梁的計算圖形由樓板的計算圖形構成，從樓蓋的計算圖形定出作用於梁上的荷重之數值及位置。爲了在形式上統一梁的計算圖形起見，應當沿用一般常用的荷重

並按一定的位置記錄荷重的數值。在所有的例題中，我們採用以下的符號:

$q$——均佈靜荷重;

$p$——均佈活荷重;

$Q$——集中靜荷重;

$P$——集中活荷重。

梁上集中荷重的數值，是沿着箭頭（它表示力的作用點及方向）註明的。集中靜荷重$Q$的數值註在箭頭的左側，而集中活荷重$P$則註於右側。均佈荷重的值可沿荷重曲線而註或註於其上。在三角形或梯形圖形中，沿着豎邊線（或用註脚）註荷重的值。荷重的位置，以其到被研究的跨度的兩個支座的距離，或到其中一個支座的距離來確定。在後一種情形，最好註明從荷重到左支座的尺寸爲宜（與右支座相連接之均佈荷重例外）。其理由說明如下。固定彎矩可從表 2а、2б、2в、2г、2д 根據下列荷重係數之一查得:

$$\alpha = \frac{a}{l}; \quad 或 \quad \beta = \frac{b}{l}$$

式中 $a$ 及 $b$——其跨內荷重至左支座或右支座的距離，該跨跨長爲 $l$。

顯然，如果僅用一個荷重係數$\left(例如用\ \alpha = \frac{a}{l}\right)$來求完全固定彎矩 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$，則計算趨於統一而迅速，因此時僅需得出一個$\alpha$值(從荷重到左支座的距離)即可。遇有與右支座相連接的均佈荷重則例外，此時，$M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$ 僅可直接用 $\beta = \frac{b}{l}$ 由表 2б、2в、2г 求得之。

在這個計算小節裏，需計算截面的慣性矩、各跨的線性勁度及線性勁度比，根據它們由查表得出固着係數，以備計算分部支座彎矩之用。矩形截面的慣性矩載於表 3，它包括以 0.5 公寸爲變率的從 2.0 × 2.5 公寸到 15.0 × 15.0 公寸的各種截面。在標準式型表內梁圖形的右側，寫下截面的慣性矩、線性勁度及線性勁度比。

## Б. 完全固定彎矩

如圖 5 所示的單跨梁其完全固定彎矩 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$ 可從表 2а、2б、2в、2г、2д、2е 求得。

根據這樣的條件圖形，$M_{\text{п}}$ 表示單跨梁右固定端的彎矩（其左端係鉸定）；相反地，$M_{\text{л}}$ 指單跨梁左固定端的彎矩（其右端係鉸定）。圖 5 所示的圖形乃是圖 6 兩種圖形的綜合。

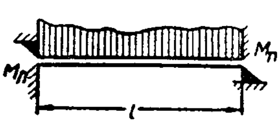



圖 5

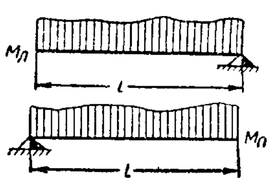



圖 6

完全固定彎矩 $M_{\text{л}}$ 和 $M_{\text{п}}$ 以下列公式確定之:

當集中荷重$P$時，

$$M_{\text{л}} = c_{\text{л}}Pl; \quad M_{\text{п}} = c_{\text{п}}Pl; \tag{4}$$

當均佈荷重 $p$ 或三角形均佈荷重其最大強度爲 $p$ 時，

$$M_{\text{л}} = c_{\text{л}}pl^2; \quad M_{\text{п}} = c_{\text{п}}pl^2; \tag{5}$$

當荷重爲彎矩 $M$ 時，

$$M_{\text{л}} = c_{\text{л}}M; \quad M_{\text{п}} = c_{\text{п}}M。 \tag{6}$$

上列公式的 $c_{\text{л}}$ 及 $c_{\text{п}}$ 可按 $\alpha = \frac{a}{l}$ 或 $\beta = \frac{b}{l}$ 的值從表 2а、2б、2в、2г、2д、2е 查得。從這些表中可以看出，表示荷重位置的$\alpha$及$\beta$值，其變率爲 0.01。因此，用內插法就完全沒有必要，因爲，在實際計算中，$\alpha$及$\beta$準至 0.01 已足。至於與支座不相接連的均佈荷重，其所產生的完全固定彎矩仍可用表 2а、2б、2в、2г、2д、2е 求之，唯需以等效的均佈荷重來代替原來的荷重圖形。例如常見的如圖 7 所示的荷重情況，其完全固定彎矩爲圖 8 兩種荷重的完全固定彎矩之差:

$$M_{\text{л}} = M'_{\text{л}} - M''_{\text{л}};$$

$$M_{\text{п}} = M'_{\text{п}} - M''_{\text{п}}。$$

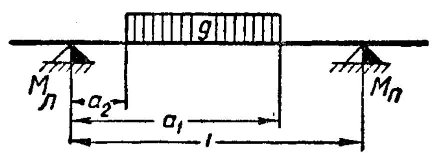



圖 7

或

$$M_{\text{л}} = c'_{\text{л}}pl^2 - c''_{\text{л}}pl^2 = (c'_{\text{л}} - c''_{\text{л}})pl^2;$$

$$M_{\text{п}} = c'_{\text{п}}pl^2 - c''_{\text{п}}pl^2 = (c'_{\text{п}} - c''_{\text{п}})pl^2。$$

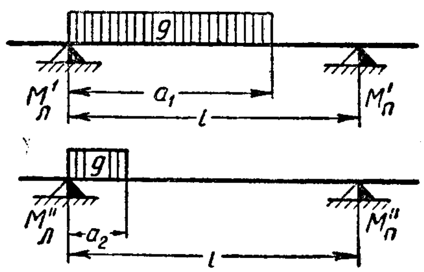



圖 8

例題 3 就是運用這種方法求得了當第一跨有荷重 $p_1 = 0.60$ 噸/公尺時的支座彎矩。原來的圖形爲另外兩種同等強度的荷重圖形所代替，並從表 2б 查出它們的 $c_{\text{л}}$ 及 $c_{\text{п}}$ 值:

$$\alpha' = \frac{a_1}{l} = \frac{6.00}{8.00} = 0.75; \quad c'_{\text{п}} = 0.101;$$

$$\alpha'' = \frac{a_2}{l} = \frac{2.00}{8.00} = 0.25; \quad c''_{\text{п}} = 0.0151。$$

所以

$$M_{\text{п}} = (c'_{\text{п}} - c''_{\text{п}})p_1 l^2 = (0.101 - 0.0151) \times 0.60 \times 8.00^2 = 3.30 \text{ 噸公尺。}$$

不必對 $M_{\text{л}}$ 進行計算，因爲左端係鉸支承，所以 $M_{\text{л}} = 0$。應當注意，按照 $\alpha = \frac{a}{l}$ 查得的 $c_{\text{л}}$ 及 $c_{\text{п}}$ 值屬於完全固定彎矩表的上表銜，按照 $\beta = \frac{b}{l}$ 查得的 $c_{\text{л}}$ 及 $c_{\text{п}}$ 值則屬於下表銜。

用型表計算完全固定彎矩分以下幾個步驟。

在〔荷重〕欄內，抄錄計算圖形中的 $q$、$Q$、$p$ 及 $P$，以及 $ql^2$、$Ql$、$pl^2$ 及 $Pl$ 之乘積。在〔荷重係數〕欄內，寫出 $\alpha = \frac{a}{l}$ 及 $\beta = \frac{b}{l}$ 的計算結果，其中 $a$、$b$ 及 $l$ 的值均摘自梁的計算圖形。從完全固定彎矩表按 $\alpha$ 及 $\beta$ 查出 $c_{\text{л}}$ 及 $c_{\text{п}}$，然後將其填入專爲它們準備的第 3 欄及第 4 欄。完成了上述的計算手續以後，將有關各欄相乘遂得 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$。譬如，欲求靜荷重作用下的 $M_{\text{л}}$，可將第 3 欄乘第 1 欄，而求活荷重作用下的 $M_{\text{л}}$，則將第 3 欄乘第 2 欄。同理，欲求 $M_{\text{п}}$ 可將第 4 欄乘第 1 欄，以及第 4 欄乘第 2 欄。在型表的表銜中，這種演算過程以簡式標示之，諸如：(3) × (1)；(3) × (2)；(4) × (1) 或(4) × (2)等。

在型表的其他各節亦均採用這種標示計算的方法。由於 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$ 的計算極爲簡易，所以不必預先算出 $ql^2$、$Ql$、$pl^2$ 及 $Pl$ 而逕行計算 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$ 即可。在疊加了由於各跨靜荷重作用下的、以及活荷重作用下的完全固定彎矩 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$ 後，該節的計算工作便告完竣了。假如中跨的荷重呈對稱狀態，由於 $\sum M_{\text{л}} = \sum M_{\text{п}}$，所以僅於 $\sum M_{\text{л}}$ 及 $\sum M_{\text{п}}$ 中計算其一即可。這種對稱荷重的特性曾用在例題 2 及例題 3 中。在例題 1 的靜荷重計算中，不曾利用上述的特性，因此就引起了多餘的計算。

## B. 分部支座彎矩

求得 $M_{\text{л}}$ 及 $M_{\text{п}}$ 之後，可按公式 (1) 求出分部支座彎矩：

$$M_N = k_{\text{л}} M_{\text{л}} + k_{\text{п}} M_{\text{п}},$$

式中 $M_N$——支座 $N$ 的支座彎矩；

$k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$——依不同的線性勁度比列於表中的固着係數。

公式(1)係三種梁圖形的計算通式。

該式可分別寫成以下形式：

在左邊跨（圖 9），

$$k_{\text{л}} = 0;$$
$$M_N = k_{\text{п}} M_{\text{п}};$$

在右邊跨（圖 10），

$$k_{\text{п}} = 0;$$
$$M_N = k_{\text{л}} M_{\text{л}}。$$

各種線性勁度比（根據它來查固着係數）列於固着係數表的上下表銜。用標準式型表計算完全固定彎矩的方式如下：在每一跨的第 1、第 2 欄內寫下錄自前一節的、由該跨之靜荷重及活荷重所產生的完全固定彎矩之總和。然後根據梁的線性勁度比，由固着係數表求出每一支座彎矩的固着係數 $k_{\text{л}}$ 及 $k_{\text{п}}$，並將它們填入固着係數欄。表銜中標示了接下去求分部支座彎矩的計算程序。


圖 9

分部支座彎矩由固着係數乘完全固定彎矩而得。該節並求出了由整跨靜荷重所產生的支座彎矩，它是由每跨靜荷重所產生的分部支座彎矩之和。


圖 10

## Г. 計算支座彎矩

計算支座彎矩爲分部支座彎矩的代數和。這時，靜荷重作用在整跨，而活荷重則如此分佈使未知量❶達於最大。計算支座彎矩乃是使未知量達於最大值的支座彎矩。表 1a 引列了計算中各種荷重的組合，及相應於各種組合的最大支座彎矩、最大跨度彎矩及最大切力的名稱。

表中引列的各種荷重組合，同樣也標示在〔計算支座彎矩〕一節中的全部型表內。該節的表銜中列有簡式作爲計算的標示。例如，在計算四跨梁的 $M_B$ 時，其荷重組合的簡式爲：

$$M_0 + (1) + (2) + (4),$$

式中 $M_0$——支座彎矩 $M_B$ 中，由整跨靜荷重所產生的彎矩；

(1)——支座彎矩 $M_B$ 中，由第一跨活荷重所產生的彎矩（第 1 欄）；

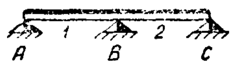
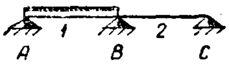
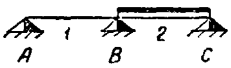
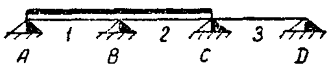
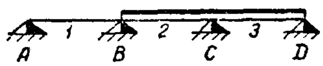
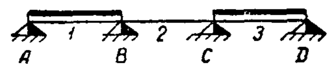
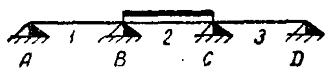
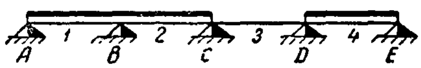
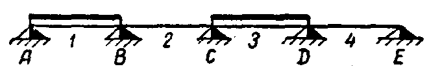
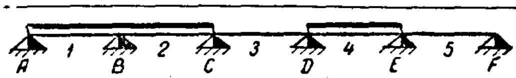
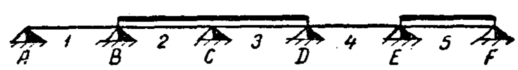
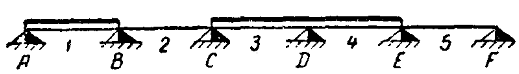
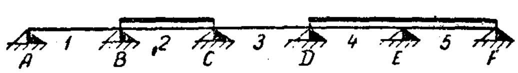
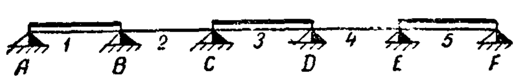
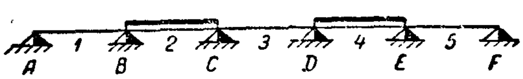
(2)——支座彎矩 $M_B$ 中，由第二跨活荷重所產生的彎矩（第 2 欄）；

(4)——支座彎矩 $M_B$ 中，由第四跨活荷重所產生的彎矩（第 4 欄）。

算出上列公式中各項的代數和遂得最大 $M_B$。

❶ 未知量指所求的支座彎矩、跨度彎矩或切力。——譯者

# 活 荷 重 的 計 算 組 合　　　表 1B

| 跨數 | 圖形編號 | 荷重圖形 | 下列應力之最大值 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 支座彎矩 | 跨度彎矩 | 切力 |
| 2 | 1 |  | $M_B$ | — | $Q_B$ |
| | 2 |  | — | $M_1$ | $Q_A$ |
| | 3 |  | — | $M_2$ | $Q_C$ |
| 3 | 4 |  | $M_B$ | — | $Q_B$ |
| | 5 |  | $M_C$ | — | $Q_C$ |
| | 6 |  | — | $M_1$; $M_3$ | $Q_A$; $Q_D$ |
| | 7 |  | — | $M_2$ | — |
| 4 | 8 |  | $M_B$ | — | $Q_B$ |
| | 9 |  | $M_C$ | — | $Q_C$ |
| | 10 |  | $M_D$ | — | $Q_D$ |
| | 11 |  | — | $M_1$; $M_3$ | $Q_A$ |
| | 12 |  | — | $M_2$; $M_4$ | $Q_E$ |
| 5 | 13 |  | $M_B$ | — | $Q_B$ |
| | 14 |  | $M_C$ | — | $Q_C$ |
| | 15 |  | $M_D$ | — | $Q_D$ |
| | 16 |  | $M_E$ | — | $Q_E$ |
| | 17 |  | — | $M_1$; $M_3$; $M_5$ | $Q_A$; $Q_F$ |
| | 18 |  | — | $M_2$; $M_4$ | — |

仿此，可由標準式型表確定其他各支座的計算彎矩。爲此，應先從前節抄錄由整跨靜荷重所產生的、以及由每跨活荷重所產生的分部支座彎矩。標準式型表在該節的工作進行到求出了各支座彎矩之差爲止，這些差數將利用在下一步計算裏——支座切力及最大跨度彎矩的確定。欄中若干地方不應塡寫支座彎矩差，在這些格子中都註有〔×〕符號。

## Д. 最大切力

欲求梁的最大切力，各跨可視爲一支兩端爲自由支承的獨立梁來研究(圖11)，在其支座處加上了前所求得的、相應於使切力爲最大值的那種活荷重圖形的彎矩。

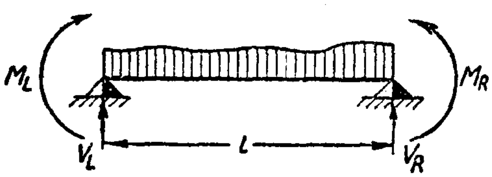



圖 11

示於圖11的梁，其支座反力等於：

$$V = V_0 + V_M, \tag{7}$$

式中 $V_0$——作用在該跨度以內的荷重所產生的反力；

$V_M$——在支座彎矩 $M_L$ 及 $M_R$ 的作用下所產生的反力。

通式(7)可分別寫成以下形式：

在左支座，

$$V_L = (V_L)_0 + (V_L)_M; \tag{8}$$

在右支座，

$$V_R = (V_R)_0 + (V_R)_M。 \tag{9}$$

以下使梁向下撓曲的彎矩爲正，相反者爲負。在正負號的如此選用之下，圖11所示的支座彎矩及梁上荷重所產生的彎矩皆爲正値。在正的 $M_L$ 及 $M_R$ 作用之下，單跨梁的左右支座反力分別爲：

$$(V_L)_M = \frac{M_R - M_L}{l}; \tag{10}$$

$$(V_R)_M = \frac{M_L - M_R}{l}。 \tag{11}$$

當 $M_L = 0$，即當梁的左端鉸支時，

$$(V_L)_M = \frac{M_R}{l}; \tag{12}$$

$$(V_R)_M = -\frac{M_R}{l}。 \tag{13}$$

當 $M_R = 0$，即當梁的右端鉸支時，

$$(V_L)_M = -\frac{M_L}{l}; \tag{14}$$

$$(V_R)_M = \frac{M_L}{l}。 \tag{15}$$

由公式(12)、(13)、(14)、(15)可看出，作用於支座處的正彎矩，使該支座的負荷減小，而增加其對面支座的負荷。應當注意到，連續梁的計算支座彎矩照例是負的，很少例外，因此它就增加了它所作用的那一支座的反力，而減輕其對面支座的反力。

將支座彎矩所引起的反力代入公式(8)及(9)，得：

$$V_L = (V_L)_0 + \frac{M_R - M_L}{l}; \tag{16}$$

$$V_R = (V_R)_0 + \frac{M_L - M_R}{l}。 \tag{17}$$

當左端爲鉸支，

$$V_L = (V_L)_0 + \frac{M_R}{l}; \tag{18}$$

$$V_R = (V_R)_0 - \frac{M_R}{l}。 \tag{19}$$

同理，當右端爲鉸支，

$$V_L = (V_L)_0 - \frac{M_L}{l}; \tag{20}$$

$$V_R = (V_R)_0 + \frac{M_L}{l}。 \tag{21}$$

因爲上述簡支梁的最大切力等於支座反力，所以

$$最大\ Q_L = 最大\ V_L;$$

同樣地，

$$最大\ Q_R = 最大\ V_R。$$

如所周知，梁任何截面的切力，等於該截面以左或以右諸外力在垂直於軸線方向上投影的代數和。因此，距支座距離爲 $x$ 的截面，其切力可以下式求之：

$$Q_x = V - \sum_0^x P,$$

式中 $\sum_0^x P$——在 $x$ 線段以內的外力之和。

用標準式型表求最大切力是在〔最大切力及反力〕一節內進行的。爲此，應首先求出由每個荷重所產生的反力 $(V_L)_0$ 及 $(V_R)_0$，再求出跨內各荷重共同作用下的反力爲若干。當然，當荷重呈對稱分佈時，可不必逐項計算由每個荷重所產生的反力而應立即指出，在所有對稱荷重的共同作用下，支座反力爲若干，如例題3、4所示。求出總反力 $(V_L)_0$ 及 $(V_R)_0$ 之後，將它們塡入該節專爲 $V_0$ 而設的有關欄中。該節 $V_M$ 係由公式(12)—(15)求得，或按公式(10)及(11)由支座彎矩之差求得，後者已於〔計算支座彎矩〕一節中算出。

應知連續梁的支座彎矩照例是負的，即是說，它使受它作用的梁向上撓曲。因此在邊跨，這種負彎矩減輕了邊支座的反力，增加了其對面的支座的反力。在中跨，倘作用在某支座的負彎矩，其絕對值大於對面支座負彎

矩之絕對值，則前者之反力被加大。若相反，則被減輕。因此，不難定出 $V_M$ 的正負號。倘支座彎矩使支座的負荷增加，則 $V_M$ 爲正；使支座的負荷減少，則爲負。

照這樣，$V_M$ 可根據前節列出的支座彎矩或支座彎矩之差（即在使切力爲最大值的荷重情况下所得之支座彎矩或彎矩差）求得。

試看例題 2 用標準式型表解算 $V_M$ 的方法。

支座 $A$ 的最大切力。求支座 $A$ 最大切力所用的荷重組合與求最大 $M_1$ 及 $M_3$（第一跨及第三跨的跨度彎矩）所用的一樣（圖 25）。因此，從最大$\begin{cases}M_1\\M_3\end{cases}$欄，取 $M_B = -14.41$ 噸公尺。按公式(12)：

$$V_M = -\frac{14.41}{8.00} = -1.80\text{ 噸},$$

式中 8.00——左邊跨的跨長，以公尺計。

支座 $B$ 的最大切力。計算支座 $B$ 最大切力所用的荷重組合與計算最大 $M_B$ 時所用的相同（圖 22）。因此，由前節最大 $M_B$ 欄，取以下用以計算 $V_M$ 的諸值：

$M_B = -21.34$ 噸公尺——計算 $AB$ 跨內 $B_л$（支座 $B$ 左側）的切力時用之；

$M_B - M_C = -13.87$ 噸公尺——計算 $BC$ 跨內 $B_п$（支座 $B$ 右側）的切力時用之。

應注意，支座彎矩 $M_B$ 是負數，並作用在支座 $B$ 處，而在 $M_B - M_C$ 一式中，$M_B$ 的絕對值較 $M_C$ 的爲大。既知 $M_B$ 及 $M_B - M_C$ 值皆使支座 $B$ 加重負荷，故 $B_л$ 的 $V_M$（支座 $B$ 左側的切力）及 $B_п$ 的 $V_M$（支座 $B$ 右側的切力）都是正數。

已知支座 $B$ 兩側的跨度相等（跨長均爲 8 公尺），由公式(13)及(10)得：

對 $B_л$ 來說，

$$V_M = +\frac{21.34}{8.00} = +2.67\text{ 噸};$$

對 $B_п$ 來說，

$$V_M = +\frac{13.87}{8.00} = +1.73\text{ 噸}。$$

支座 $C$ 的最大切力。求支座 $C$ 最大切力所用的荷重組合與求最大 $M_C$ 時所用的相同。

基於此，由最大 $M_C$ 欄(前節)，摘錄以下數值用以計算 $V_M$：

$M_B - M_C = -3.60$ 噸公尺——計算 $BC$ 跨內 $c_л$（支座 $C$ 左側）的切力時用之；

$M_C - M_D = -4.15$ 噸公尺——計算 $CD$ 跨內 $c_п$（支座 $C$ 右側）的切力時用之。

支座彎矩 $M_B$、$M_C$ 及 $M_D$ 均爲負數，而且 $M_C$ 的絕對值較 $M_B$ 的爲小，但較 $M_D$ 的爲大。因此，彎矩差 $M_B - M_C$ 減輕支座 $C$ 的反力(因 $|M_C| < |M_B|$)，而彎矩差 $M_C - M_D$ 加重支座 $C$ 的反力(因 $|M_C| > |M_D|$)。於是，在第一種情形，$V_M$ 將是負數，第二種情形則是正數。已知支座 $C$ 左側及右側的跨長各爲 8 及 5 公尺，由公式(10)及(11)得：

對 $c_л$ 來說，

$$V_M = -\frac{3.60}{8.00} = -0.45\text{ 噸};$$

對 $c_п$ 來說，

$$V_M = +\frac{4.15}{5.00} = +0.83\text{ 噸}。$$

支座 $D$ 的最大切力。在這種情形中的計算荷重組合亦即是求最大 $M_D$ 時所用之荷重組合。因此，可從最大 $M_D$ 欄（上節）摘錄以下數值以計算 $V_M$：

$M_C - M_D = +9.01$ 噸公尺——計算 $CD$ 跨內 $D_л$（支座 $D$ 左側）的切力時用之；

$M_D = -14.39$ 噸公尺——計算 $DE$ 跨內 $D_п$（支座 $D$ 右側）的切力時用之。

支座彎矩 $M_C$ 及 $M_D$ 皆爲負數，$M_D$ 之絕對值大於 $M_C$ 之絕對值。因此，$M_C - M_D$ 以及 $M_D$ 均增加支座 $D$ 的反力，這說明在兩種情况之下，$V_M$ 將爲正數。

應注意支座 $D$ 兩側的跨度相等，均爲 5 公尺，由公式(11)及(14)得：

對 $D_л$ 來說，

$$V_M = +\frac{9.01}{5.00} = +1.80\text{ 噸};$$

對 $D_п$ 來說，

$$V_M = +\frac{14.39}{5.00} = +2.88\text{ 噸}。$$

支座 $E$ 的最大切力。相應於最大 $M_2$ 及最大 $M_4$ 的荷重組合亦將在支座 $E$ 產生最大切力。因此由前節最大$\begin{cases}M_2\\M_4\end{cases}$欄，摘錄 $M_D = -6.82$ 噸公尺以求 $V_M$。

由公式(15)：

$$V_M = -\frac{6.82}{5.00} = -1.36\text{ 噸},$$

式中 5.00——左邊跨的跨長，以公尺計。

既得 $V_0$ 及 $V_M$，可求其代數和：

$$\text{最大 } V = V_0 + V_M。$$

## E. 最大跨度彎矩

求最大跨度彎矩時，如同求最大切力時一樣，將梁的每一跨度個別考慮，視作一根兩端自由支承的梁（圖 11）。在其兩端支座處加上了前所求得的、相應於使跨度彎矩達於最大值的那種荷重組合的彎矩。

圖 11 所示的梁，其任一截面的彎矩可按下述的通式求之：

$$M_x = V\cdot x + M_p + M_V = (V_0 + V_M)x + M_p + M_V, \qquad (22)$$

式中 $M_x$——離左支座或右支座距離爲 $x$ 的截面彎矩；

$V \cdot x$——反力 $V$ 對該截面的彎矩；

$M_p$——作用於 $x$ 線段以內的外力對該截面的彎矩；

$M_V$——支座彎矩，其反力 $V$ 即式中所見之 $V$。

若係鉸支承，則 $M_V = 0$，所以

$$M_x = V \cdot x + M_p。\qquad (23)$$

當公式(22)及(23)用於圖 11 梁的左段或右段時，可分別寫成以下形式：

用於梁的左段，

$$M_x = V_L \cdot x + M_p + M_L; \qquad (24)$$

若左端係鉸支($M_L = 0$)，則

$$M_x = V_L \cdot x + M_p; \qquad (25)$$

用於梁的右段，

$$M_x = V_R \cdot x + M_p + M_R; \qquad (26)$$

若右端係鉸支($M_R = 0$)，則

$$M_x = V_R \cdot x + M_p, \qquad (27)$$

式中 $V_L$ 及 $V_R$——支座反力，由公式(16)—(21)求得。

在切力爲零的截面上，跨度彎矩達最大值。欲找尋最大跨度彎矩點，可令切力公式等於零。

因此，由式子

$$Q_x = 0,$$

可求得最大跨度彎矩點的位置。

用標準式型表計算跨度彎矩按下述方式進行。

在「最大跨度彎矩」一節的第 1 欄內，從前節求得的 $V_0 - (V_L)$。或 $(V_R)$。兩個數值中抄塡其中之一，視所研究的對象是梁的左段或右段而定。在下面的一欄內給出 $V_M$（由支座彎矩所產生的反力，圖 11）的計算結果。

在此情形，計算 $V_M$ 的程序與前節（求最大切力）計算 $V_M$ 的程序並無差別。下面看用標準式型表求解例題 2 $V_M$ 的方法。

在着手按標準式型表計算 $V_M$ 以前，必須先行確定，當計算最大跨度彎矩時，應當處理梁的那一段——左段呢還是右段？因爲，爲達到求得最大跨度彎矩的目的，梁的左右兩段是可以任意選用的，那末就當選擇使計算工作最爲簡捷的一段。例如，在梁的左邊跨中，處理該跨的左段是較爲簡便的，因爲，出現於公式(22)的左支座彎矩，由於它係鉸支之故乃變而爲零了。同理，計算右邊跨的跨度彎矩時，應當處理跨度的右段。作了這種選擇以後，可自前面「計算支座彎矩」一節內摘錄有關的支座彎矩，塡入本節第 6 欄。這時，自前節摘錄的支座彎矩應是與目前研究的跨度部分具有同一種指標的（例如，對於支座 $C$ 則摘錄 $M_C$，餘類推），同時，該支座彎矩還需符合於使所求跨度彎矩達最大值的那種荷重組合。例如，欲求第一、三、五跨的最大跨度彎矩，其支座彎矩即在最大 $\begin{cases} M_1 \\ M_3 \\ M_5 \end{cases}$ 欄內選用之；欲求第二、四跨的最大跨度彎矩，其支座彎矩則於最大 $\begin{cases} M_2 \\ M_4 \end{cases}$ 欄內選用之。

茲轉入 $V_M$ 的計算（例題 2 之 $V_M$，按標準式型表計算之）。

**跨 1**

在第 6 欄，取 $M_V = 0$，故知被考慮的乃是跨度 $AB$ 的左段，因支座 $A$ 係鉸支 $M_A = 0$ 之故。今求第一跨的最大跨度彎矩，從最大 $\begin{cases} M_1 \\ M_3 \end{cases}$ 欄，取 $M_B = -14.41$ 噸公尺。

考慮到該彎矩爲負值，因而它減輕了其對面的支座——支座 $A$ 的反力，乃從公式(12)求得：

$$V_M = -\frac{14.41}{8.00} = -1.80 \text{ 噸},$$

式中 8.00——$AB$ 跨的跨長，以公尺計。

計算連續梁邊跨最大切力所用的荷重圖形與計算邊跨最大跨度彎矩所用的相同。所以這時 $V_M$ 可不必另行計算，而直接抄自前節（最大切力及反力）即可。應注意的是：這種特性僅適用在毗鄰於邊支座的那一段梁上。

**跨 2**

因爲所求的是跨2的最大彎矩，所以相應的支座彎矩應自「計算支座彎矩」節中的最大 $\begin{cases} M_2 \\ M_4 \end{cases}$ 欄取用之。得 $M_V = M_B = -17.09$ 噸公尺，將它寫在本節的第 6 欄內。我們既取 $M_V = M_B$，故應當用該式來考慮左面的半跨（連同支座 $B$ 在內）。從前節最大 $\begin{cases} M_2 \\ M_4 \end{cases}$ 欄，得：

$$M_B - M_C = -8.24 \text{ 噸公尺}。$$

$M_B$ 及 $M_C$ 皆爲負數，且 $M_B$ 的絕對值大於 $M_C$ 的絕對值，故 $V_M$ 爲正數。

由公式(10)：

$$V_M = +\frac{8.24}{8.00} = +1.03 \text{ 噸},$$

式中 8.00——$BC$ 的跨長，以公尺計。

**跨 3**

此時所求的是跨 3 的最大跨度彎矩，故支座彎矩之值當在「計算支座彎矩」節的最大 $\begin{cases} M_1 \\ M_3 \end{cases}$ 欄內選用之。取 $M_V = M_C = -6.33$ 噸公尺，並塡入本節的第 6 欄。

因爲取 $M_V = M_C$，所以應當考慮跨度的左段（連同支座 $C$ 在內）。

在同一最大$\begin{cases}M_1\\M_3\end{cases}$欄內求得:

$$M_C - M_D = +3.63\text{ 噸公尺。}$$

彎矩 $M_C$ 及 $M_D$ 皆為負數，且 $M_C$ 的絕對值小於 $M_D$ 的絕對值，這說明支座 $C$ 的 $V_M$ 是負號。

由公式(10):

$$V_M = -\frac{3.63}{5.00} = -0.73\text{ 噸。}$$

式中 5.00——$CD$ 跨的跨長，以公尺計。

### 跨　4

茲根據前述的概念，進行跨 4 右段梁的研究，並從〔最大切力及反力〕節內選用以下數值:

$$V_0 = 14.70\text{ 噸;}$$

$$V_M = -1.36\text{ 噸。}$$

標準式型表最後一步工作由一些最簡單的演算組成，其步驟均由簡式標於該節之表銜。

連續梁的靜力計算在最大跨度彎矩求得後即告完竣。標準式型表之用於連續梁的計算不僅使計算系統化，且使計算趨於緊湊，在計算上及校對上都較尋常的算法節省時間。

然而，應當在掌握了連續梁靜力計算的一般算法之後，再進而使用標準式型表爲宜。

# 二、連續梁計算例題(不按標準式型表計算)

## 例題 1 （三跨梁）

### A. 梁的計算圖形

梁的計算圖形列於圖 12。

梁在整跨取用統一的截面，但由於各跨跨長不一，故線性勁度亦不同。當梁的截面一致時，線性勁度與跨長成反比。

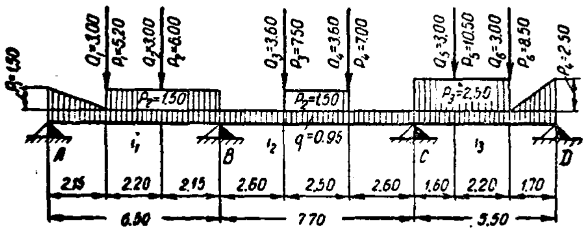



圖 12

在所給的情況下:

$$S_1^{\text{B}} = i_2 : i_1 = \frac{6.50}{5.50} \cong 1.20;$$

$$S_2^{\text{B}} = i_3 : i_2 = \frac{7.70}{5.50} \cong 1.40;$$

$$S_1^{\text{H}} = i_1 : i_2 = \frac{5.50}{6.50} \cong 0.85;$$

$$S_2^{\text{H}} = i_1 : i_2 = \frac{7.70}{6.50} \cong 1.20。$$

線性勁度之比值採用與表值相近之數字。倘對這些比值作更精確的確定，並由此求相應固着係數的內插值，在實用計算上則屬完全多餘，徒使計算及檢查複雜化而已。

### Б. 荷　重

作用於梁上的荷重其符號如下:

$q$——均佈靜荷重;

$Q$——集中靜荷重;

$p$——均佈活荷重及三角形分佈荷重;

$P$——集中活荷重。

### B. 完全固定彎矩

完全固定彎矩按下列公式計算之:

集中荷重時，

$$M_{\text{л}} = c_{\text{л}} Pl; \quad M_{\text{п}} = c_{\text{п}} Pl;$$

均佈荷重及三角形分佈荷重時，

$$M_{\text{л}} = c_{\text{л}} pl^2; \quad M_{\text{п}} = c_{\text{п}} pl^2,$$

係數 $c_{\text{л}}$ 及 $c_{\text{п}}$ 根據荷重係數

$$\alpha = \frac{a}{l} \quad 及 \quad \beta = \frac{b}{l},$$

由表 2a, 26 及 2r 求得，

式中　$a$ 及 $b$——荷重到左支座或右支座的距離;

$l$——被研究的某跨之跨長。

爲了使計算統一起見，在進行研討的所有例題中，$c_{\text{л}}$ 及 $c_{\text{п}}$ 統按 $\alpha$ 確定之，惟當均佈荷重與右支座相連時則例外，這時 $c_{\text{л}}$ 及 $c_{\text{п}}$ 由表 26 及 2r 按 $\beta$ 求之較爲簡便。

現在求完全固定彎矩。

#### 跨　1

在左邊跨，由於左支座爲鉸支，$M_{\text{л}} = 0$，故僅需確定 $M_{\text{п}}$ 之值。

a）$q = 0.95$ 噸/公尺;

$$\alpha = \beta = 1.00; \quad c_{\text{п}} = 0.125;$$

$$M'_{\text{п}} = 0.125 \times 0.95 \times 6.50^2 = 5.02 \text{ 噸公尺。}$$

б）三角形分佈荷重，$p_1 = 1.50$ 噸/公尺;

$$\alpha = \frac{2.15}{6.50} = 0.33; \quad c_{\text{п}} = 0.00878;$$

$$M''_{\text{п}} = 0.00878 \times 1.50 \times 6.50^2 = 0.56 \text{ 噸公尺。}$$

в）均佈荷重 $p_2 = 1.50$ 噸/公尺;

因爲荷重與右支座連接，故 $M_{\text{п}}$ 按 $\beta$ 確定之:

$$\beta = \frac{4.35}{6.50} = 0.67; \quad c_{\text{п}} = 0.0993;$$

$$M''_{\text{п}} = 0.0993 \times 1.50 \times 6.50^2 = 6.28 \text{ 噸公尺。}$$

г）$Q_1 = 3.00$ 噸;　$P_1 = 5.20$ 噸;

$$\alpha = \frac{2.15}{6.50} = 0.33; \quad c_{\text{п}} = 0.147;$$

$$M'_{\text{п}} = 0.147 \times 3.00 \times 6.50 = 2.87 \text{ 噸公尺;}$$

$$M''_{\text{п}} = 0.147 \times 5.20 \times 6.50 = 4.97 \text{ 噸公尺。}$$

д）$Q_2 = 3.00$ 噸;　$P_2 = 6.00$ 噸;

$$\alpha = \frac{4.35}{6.50} = 0.67; \quad c_{\text{п}} = 0.185;$$

$$M'_{\text{п}} = 0.185 \times 3.00 \times 6.50 = 3.61 \text{ 噸公尺;}$$

$$M''_{\text{п}} = 0.185 \times 6.00 \times 6.50 = 7.22 \text{ 噸公尺。}$$

由靜荷重產生的完全固定彎矩之和

$$M_{\text{п}} = \sum M'_{\text{п}} = 5.02 + 2.87 + 3.61 = 11.50 \text{ 噸公尺。}$$

由活荷重產生的完全固定彎矩之和

$$M_п = \sum M''_п = 0.56 + 6.28 + 4.97 + 7.72 = 19.03\ 噸公尺。$$

### 跨 2

а) $q = 0.95$ 噸/公尺；

$\alpha = \beta = 1.00$;  $c_л = c_п = 0.125$;

$M'_л = M'_п = 0.125 \times 0.95 \times 7.70^2 = 7.04$ 噸公尺。

б) $p_2 = 1.50$ 噸/公尺。

如所周知，欲根據取自表 26 之荷重係數 $c_л$ 及 $c_п$ 直接求出完全固定彎矩，惟有在荷重與被研究跨的任一支座相連接時方爲可能。

在所給的情况下，荷重位於支座的中間，因此固着係數應按照等效荷重圖形（代替表 2e 的圖形 7）求之。

$$\alpha' = \frac{5.10}{7.70} = 0.66; \quad c'_л = 0.0978;$$

$$c'_п = 0.0852;$$

$$\alpha'' = \frac{2.60}{7.70} = 0.34; \quad c''_л = 0.0398;$$

$$c''_п = 0.0272;$$

$$M''_л = (0.0978 - 0.0398) \times 1.50 \times 7.70^2 = 0.058 \times 1.50 \times 7.70^2 = 5.16\ 噸公尺;$$

$$M''_п = (0.0852 - 0.0272) \times 1.50 \times 7.70^2 = 0.058 \times 1.50 \times 7.70^2 = 5.16\ 噸公尺。$$

由計算可以看出，$M''_л = M''_п$，這正是由於跨內荷重呈對稱分佈而意料得到的。因此，在這種情形僅計算 $M''_л$ 或 $M''_п$ 已够：

в) $Q_3 = 3.60$ 噸；$P_3 = 7.50$ 噸；

$$\alpha = \frac{2.60}{7.70} = 0.34; \quad c_л = 0.186; \quad c_п = 0.150;$$

$M'_л = 0.186 \times 3.60 \times 7.70 = 5.16$ 噸公尺；

$M'_п = 0.150 \times 3.60 \times 7.70 = 4.16$ 噸公尺；

$M''_л = 0.186 \times 7.50 \times 7.70 = 10.75$ 噸公尺；

$M''_п = 0.150 \times 7.50 \times 7.70 = 8.66$ 噸公尺；

г) $Q_4 = 3.60$ 噸；$P_4 = 7.00$ 噸；

$$\alpha = \frac{5.10}{7.70} = 0.66; \quad c_л = 0.150; \quad c_п = 0.186。$$

因爲 $Q_4$ 等於 $Q_3$，並與 $Q_3$ 對跨度的中點對稱，故取

$M'_л = 4.16$ 噸公尺；  $M'_п = 5.16$ 噸公尺。

對於荷重 $P_4 = 7.00$ 噸，則

$M''_л = 0.150 \times 7.0 \times 7.70 = 8.08$ 噸公尺；

$M''_п = 0.186 \times 7.0 \times 7.70 = 10.00$ 噸公尺。

由靜荷重產生的完全固定彎矩之和：

$$M_л = \sum M'_л = 7.04 + 5.16 + 4.16 = 16.36\ 噸公尺;$$

$$M_п = \sum M'_п = 7.04 + 4.16 + 5.16 = 16.36\ 噸公尺。$$

由活荷重產生的完全固定彎矩之和：

$$M_л = \sum M''_л = 5.16 + 10.75 + 8.08 = 23.99\ 噸公尺;$$

$$M_п = \sum M''_п = 5.16 + 8.66 + 10.00 = 23.82\ 噸公尺。$$

### 跨 3

在右邊跨，由於右支座爲鉸支，$k_п = 0$。故祇須求 $M_л$。

а) $q = 0.95$ 噸/公尺；

$\alpha = \beta = 1.00$;  $c_л = 0.125$;

$M'_л = 0.125 \times 0.95 \times 5.50^2 = 3.59$ 噸公尺。

б) 均佈荷重 $p_3 = 2.50$ 噸/公尺；

$$\alpha = \frac{3.80}{5.50} = 0.69; \quad c_л = 0.102;$$

$M''_л = 0.102 \times 2.50 \times 5.50^2 = 7.71$ 噸公尺。

в) 三角形分佈荷重 $p_4 = 2.50$ 噸/公尺；

$$\beta = \frac{1.70}{5.50} = 0.31; \quad c_л = 0.00778;$$

$M''_л = 0.00778 \times 2.50 \times 5.50^2 = 0.59$ 噸公尺。

г) $Q_5 = 3.00$ 噸；$P_5 = 10.50$ 噸；

$$\alpha = \frac{1.60}{5.50} = 0.29; \quad c_л = 0.176;$$

$M'_л = 0.176 \times 3.00 \times 5.50 = 2.90$ 噸公尺；

$M''_л = 0.176 \times 10.50 \times 5.50 = 10.18$ 噸公尺。

д) $Q_6 = 3.00$ 噸；$P_6 = 8.50$ 噸；

$$\alpha = \frac{3.80}{5.50} = 0.69; \quad c_л = 0.140;$$

$M'_л = 0.140 \times 3.00 \times 5.50 = 2.31$ 噸公尺；

$M''_л = 0.140 \times 8.50 \times 5.50 = 6.55$ 噸公尺。

由靜荷重產生的完全固定彎矩之和：

$$M_л = \sum M'_л = 3.59 + 2.90 + 2.31 = 8.80\ 噸公尺;$$

由活荷重產生的完全固定彎矩之和：

$$M_л = \sum M''_л = 7.71 + 0.59 + 10.18 + 6.55 = 25.03\ 噸公尺。$$

## Г. 分部支座彎矩

當荷重位於中跨時，分部支座彎矩按公式(1)求之；當荷重位於左、右邊跨時，按公式(2)及(3)求之［在上册中，這些公式編號分別爲公式(6)，(7)及(8)］。

固着係數 $k_л$ 及 $k_п$ 按前所求得的線性勁度比求之。