高等学校规划教材

矿山机械可靠性设计

李连祝　葛世荣　编

煤炭工业出版社

高等学校规划教材

矿山机械可靠性设计

李连祝　葛世荣　编

煤炭工业出版社

（京）新登字042号

内 容 提 要

本书重点阐述了矿山机械可靠性设计的基本理论和方法。主要内容包括：机械可靠性基本概念及其指标；机械可靠性的数学基础；矿山机械零件可靠性设计；矿山机械零件疲劳可靠性设计；矿山机械摩擦、磨损与润滑可靠性设计；矿山机械可靠性试验及其参数估计；矿山机械维修性设计；矿山机械系统的可靠性设计。书中附有必要的计算图表。

本书为矿业机械类专业本科生的选修课教材，也可供从事矿山机械设计、制造和运营的工程技术人员参考。

高等学校规划教材

矿山机械可靠性设计

李连祝　葛世荣　编

责任编辑：刘永青

*

煤炭工业出版社　出版

（北京安定门外和平里北街21号）

煤炭工业出版社印刷厂　印刷

新华书店北京发行所　发行

*

开本787×1092mm 1/16　印张12 3/4

字数300千字　印数1—1,215

1994年5月第1版　1994年5月第1次印刷

ISBN 7-5020-0898-5/TD·833

书号 3663 A0262 定价 5.95元

前　言

将概率论和统计学应用于机械工程设计中，不仅能解决传统设计方法所不能处理的一些问题，而且能有效地提高产品质量和降低产品成本，这就是机械可靠性设计。因此，先进的工业国家在工程设计中，正在用可靠性设计代替常规设计。

近年来，可靠性工程在我国机械行业中也有较大发展，可靠性和维修性技术在机械设计、试验研究、生产制造、以及使用维修中不断推出新理论、新方法，国产金属材料的可靠性基础数据以及可靠性和维修性的标准也不断制定、充实和完善。机械可靠性工程已成为高等工科院校各类机械专业本科生的一门必修课或选修课。

本教材从工程实用角度出发，就矿山机械可靠性和维修性基本理论、方法和相关指标的规定及有关的工程分析、设计计算方法等内容作了较详细地阐述。

本书是根据煤炭高等教育“八五”教材规划，为矿山机械类专业本科生而编写的选修教材，也可供其他机械类专业师生以及非电类专业的工程技术人员阅读参考。

全书共分八章，河北煤炭建筑工程学院李连祝副教授编写第一、二、六、七章；中国矿业大学葛世荣教授编写第三、四、五、八章。全书由中国矿业大学北京研究生部郭余庆教授主审。

可靠性设计是一门新学科，由于编者经验和水平所限，本教材难免有错误和不妥之处，敬请读者提出批评指正，以便今后修改。

编　者

1993年5月

目　　录

绪　　论

从美国“电子设备可靠性顾问组”发表《军用电子设备可靠性》的“AGREE”报告以来，可靠性工程的发展已经历了35个年头，这35年中，航天、核能、计算机、电子系统及大型复杂机械设备等方面的重大技术进展，都与可靠性工程有密切关系。为提高产品质量，降低产品成本，许多国家在可靠性上的投资日益增加，其中以日美最为明显。我国从80年代末派团出国考察到邀请外国可靠性、维修性专家来华讲学，从组织国内可靠性专家编写可靠性教材、培训可靠性技术人员到在机电行业中开展广泛的应用研究工作，发展迅速。目前普遍开展的以维修性为中心的维修（RCM）和以可靠性为中心的全面质量管理（RTQC），标志着我国机电行业的设计观念已步入效能费用权衡及用可靠性和质量来振兴经济的新时期。

可靠性是产品的主要质量指标，是今后世界市场产品竞争的焦点，也是今后质量管理的主要发展方向。可靠性技术的观点和方法已成为产品质量的保证，安全性研究和产品责任预防措施不可缺少的依据和手段。因此，可靠性设计愈来愈引起各国重视。我国机电部已明文提出：将发展可靠性技术和提高机电产品可靠性作为振兴机械工业的主要奋斗目标，并把可靠性列为四大共性技术（设计、制造、测试、可靠性）。足见其重要程度。

那么可靠性设计与常规设计究竟有何区别？概括的讲：可靠性既是目的（产品质量指标），又是方法或手段，它是以可靠性设计的手段达到产品可靠性质量指标之目的。这是它区别于其他一切设计方法的主要特点。另外可靠性设计具有明确的可靠性指标值。常用的产品可靠性指标值有：产品无故障性、耐久性、维修性、可用性和经济性。

常规设计法只按定值变量设计，用安全系数来弥补设计参数的不确定性，这有很大的主观性和盲目性，往往使设计的产品尺寸大，材料和能源消耗大，成本高。而可靠性设计考虑了设计变量诸如材料、载荷、几何尺寸等的分散性和随机性，其实质是如实地把设计变量当作随机变量处理，使设计结果更符合客观实际，更准确地评判机械零件强度储备或失效概率。

可靠性设计是一门多学科交叉的新兴边缘学科，它以概率论和数理统计理论为基础、综合运用系统工程学、安全工程学、人机工程学、价值工程学（VE）、运畴学（QR）、环境工程学、电子工程学、机械工程学、质量管理（QC）、计算机技术等综合知识来研究和提高产品的可靠性为目的的设计问题，从而使产品设计的功能参数更符合客观实际。

各种现代设计手段如RCAD、随机有限元、模糊可靠性、可靠性优化、可靠性仿真、可靠性智能化和专家系统等与可靠性技术的交叉结合，进一步推动了可靠性工程科学的发展，可靠性的发展与外延又保证了产品质量的不断提高和产品成本的降低。因此，先进的工业国家在机电工程设计中正在逐步用可靠性设计来代替常规设计。

当前，可靠性技术的研究和发展，已由国防工业进入民用工业；由电子产品可靠性进入非电产品的可靠性；由简单系统可靠性分析进入机电、人机等复杂系统的可靠性分析；由图表、手算方法进入计算机辅助、模拟仿真、人工智能及RCAD软件商品化研究；由调

研和试验的物理研究发展到以产品可靠性为核心的全面质量管理和可靠性保证阶段。

就矿山机械产品可靠性研究而言，其主要领域和技术发展方向如下：

1．机械零件的可靠性

机械零件的失效形式随载荷类型、材质和环境工程不同而异，一般分三大类：*A*、刚度失效（扭曲、拉长、失稳、蠕变等）；*B*、整体断裂失效（静强度断裂、疲劳断裂、包括高温疲劳、腐蚀疲劳等）。*C*、表面损伤失效（磨损、点蚀、腐蚀、气蚀等）。不同的失效型式有不同的常规设计公式和不同的分布类型。零件常规设计理论和可靠性设计理论相结合的理化分析方法是机械零件进行可靠性设计和预测的基本方法。

机械零件有强度、应力和寿命三种分布模型。虽然已积累了许多金属材料的强度数据，还远不能满足可靠性设计和工程应用的需要。材料强度数据的缺乏直接影响了材料可靠性数据库的建立。至于应力分布就更复杂，除静应力和稳定应力遵循正态分布外，对交变应力必须通过实测载荷谱获得。所以随时间变化的累积型故障的零件可靠性理论尚处发展阶段。零件的寿命分布模型的关键问题是如何预测交变应力作用下零件的疲劳寿命问题，而疲劳寿命可靠性定量评估的核心是要解决载荷离散问题的理论基础。

2．矿山机械产品的可靠性分析

它主要解决两个问题：一是矿山机械产品性能变化的可靠性分析；二是可靠性寿命计算。研究方法必须从实际机械产品和工况出发，对产品故障的实际现象进行模拟和描述，从而导出其分布模型。目前有两个研究方向：一是连续状态理论和随机过程相结合，建立连续系统（如产品性能变化、寿命退化）的可靠性理论。二是模糊数学理论和随机过程相结合，建立模糊随机过程可靠性理论。还有便于计算机应用的状态空间法、网络法和蒙特卡洛（M-C）法等。

3．可靠性优化

它是矿山机械系统可靠性分析的新技术。矿山机械系统可靠性优化的目的是：（1）在费用约束条件下，使矿山机械结构的系统可靠度为最大；（2）在满足系统可靠度条件下，使任何特定的“费用”为最少。其中广义既约梯度法（GRG）和广义拉格朗日乘子法是二种很有前途的方法。

此外还有可靠性仿真与模拟、人工智能等方法、将整个机器制造过程——订货、设计、生产、销售等以柔性方式集成起来，从而提高生产率，提高经济效益。

总之，可靠性理论的研究与发展已取得了非常大的成就，但同时还有许多值得研究的课题，要想使矿山机械可靠性设计方法取代常规设计方法，还需要做许多艰苦的研究工作。

第一章　机械可靠性基本概念及其指标

第一节　机械可靠性概述

一、机械产品的质量与可靠性

机械产品的质量是指其满足使用要求所具备的固有属性，它由若干反映这种属性的指标所决定，通常机械产品的质量主要包含三个指标：功能指标；可靠性指标和维修性指标。当然还有经济指标和外观等内容。

1．功能指标

功能是指机械产品的技术性能，它代表产品的使用价值。例如，煤巷掘进机的生产率、可掘巷道断面积、机器总功率、主轴转速等是煤巷掘进机的主要性能指标。

2．可靠性指标

它系指一个机械系统、总成或零件在其寿命期内具有在规定条件下，规定时间内完成规定功能的能力。

“规定时间”，这是可靠性定义的核心，因为一定的可靠性是对一定的时间而言的，它一般是指机械产品的工作期限，可用时间，有时用距离、次数、循环次数等表示。这个规定的时间，对一次性使用的产品而言称为“贮存期”或“保险期”，对重复使用的产品而言称为“保险期”。

“规定条件”，是指产品使用或试验的环境条件，维护管理技术，如环境温度、载荷类型、工作速度等，不同的环境条件，其可靠性也不相同，规定条件是比较产品质量、评定产品可靠性的前提。

“完成规定的功能”，是指完成产品规定性能指标的可能性，通过试验或试运转，如果产品达到了各项额定性能指标，则称完成了规定功能，否则称丧失规定功能，叫做故障或失效。如磨损使轴瓦与轴间隙发生偏心，破坏了原设计的最佳润滑状态。

3．维修性指标

机械产品发生故障后，修复好能继续使用的叫可维修产品，如掘进机鑿机。否则称不可维修产品，如弹簧、密封填料等。显然，对维修的影响，除了条件和时间外，还与维修方式有关。因此，维修性定义为：在规定条件下实施维修时，在规定时间内完成维修的能力。它是指产品维修的难易程度。

4．有效性、狭义可靠性与广义可靠性

对可维修产品；把维持其功能的能力称为产品的有效性。即机械产品在某一时刻开始执行任务时处于良好工作状态的能力。

如果某产品不易出故障，并且在出故障后能很快修好，那么该产品的有效性就高。例如一台电铲，不仅要求它在工作时单位时间内出现故障少，而且要求修复时间短，大修间隔时间长，那么这台电铲的有效工作时间就长。因此，机械产品的有效性可用工作时间与总时间之比来表示，即

$$有效性=\frac{可能工作时间}{可能工作时间+不可能工作时间}$$

机械产品从开始贮存到丧失其规定功能的时间称为贮存寿命（storage life，shelf life）。机械产品在工作过程中，其精度满足要求的可能性叫性能可靠性；其结构（如零件或材料）不出故障的可能性称为结构可靠性。结构可靠性和性能可靠性合起来称为狭义可靠性。狭义可靠性与维修性相结合就构成了产品的有效性，亦称广义可靠性。

狭义可靠性，有效性和贮存寿命三种指标合起来全面描述了机械产品寿命期内的性能稳定性，称为可靠性三大指标。

5．机械产品的经济性指标

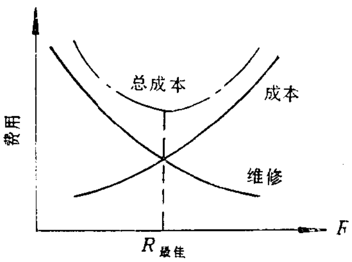

图 1-1　R 最佳值

它是指产品可靠性与成本和利润之间的关系。我们强调产品质量，并不是说产品的质量越高越好，而是在满足使用要求的前提下尽可能保持优质、高效、低成本三个基本目标的平衡，即在保证产品功能与可靠性指标的前提下，使产品成本最低，生产周期最短，能源消耗最少。

实践证明，提高产品可靠性，会导致生产成本的增加，和使用维修费用减少，因此，存在一个最佳区域使产品总费用最低，如图1-1所示。

二、可靠度定义及其数学表达式

一个机械产品、总成或零件，从开始工作（或修复后开始工作）的时刻 $t=0$ 起，到产品寿命 T 超过指定的时刻 t 的概率 $P(T>t)$，即为该产品的可靠度，并用 R 表示。通俗一点说，可靠度就是使用者想使用时，机械产品能按使用者的期望发挥功能的概率。显然，R 是时间 t 的函数，记为

$$R=R(t)=P(T>t) \tag{1-1}$$

它是评价产品可靠性的最重要的定量指标，且与时间、条件和功能三项指标密切相关。$R(t)$ 的取值范围是 $0\leqslant R(t)\leqslant 1$。

把抽象的可靠性用概率值定义后，机械产品、总成或零件的可靠性，在测量、比较、选择或控制等方面，就有了统一基础。

产品丧失规定的功能叫做失效，对可维修产品也可叫故障。故障的表现形式叫做故障模式。引起故障的物理化学变化等内在原因叫做故障机理。

机械产品在规定的条件下和规定的时间内发生故障的概率叫产品的“累积故障概率”，记为 $F(t)$，亦称不可靠度。由于产品发生故障与不发生故障，能完成规定功能与不能完成规定功能，即可靠与失效互为对立事件，根据概率互补定理，两对立事件的概率和恒等于1，故有

$$F(t)=P(T<t)=1-R(t) \tag{1-2}$$

可靠度的真值是理论上的数值，实际上是未知的，通常用的是可靠度特征量的估计值。它是根据样品的观测数据，经一定的统计计算得到的。

例如有 n 个零件同时工作，在规定工作条件和规定时间内有 r 个失效，其余 $n-r$ 个完好，则这批零件的可靠度估计值为

$$R(t) \doteq \frac{n-r}{n} = 1 - \frac{r}{n} = 1 - F(t) \tag{1-3}$$

式中 $F(t) = \frac{r}{n}$称为失效概率或故障概率。

〔例1-1〕 已知1000个同型号的滚动轴承，在规定的工作条件下和预定的时间内，有900个能连续工作，求其可靠度和失效概率。

解：可靠度 $R = 900/1000 = 0.9 = 90\%$

失效概率 $F = 1 - R = 0.1 = 10\%$

显然时间区间不同，R和F值也不同，它们是时间的函数，所以$R(t)$称为可靠度函数，$F(t)$则称失效概率函数。

第二节 机械产品可靠性的数量指标

可靠性做为机械产品的一项重要质量指标，工程上常用两种尺度来衡量，即概率计量指标和寿命计量指标。可靠性用概率计量指标时有可靠度R或破坏概率F，维修度M和有效度A；而寿命（或时间）计量指标有平均寿命θ，寿命方差σ^2和可靠寿命t_r等。还有用单位时间比率计量的指标，如失效率λ和维修率μ等，分别叙述如下。

一、用概率计量的指标

1. 失效概率密度函数

由于种种原因同一批产品寿命有长有短，如某齿轮在相同载荷和工作条件下运行，100个试件的实际工作寿命（应力循环次数）列于表1-1。

表 1-1 某齿轮工作寿命数据

组序	起讫点（应力循环次数）	频数$n(t)$	频率$\frac{\Delta n(t)}{N}$	组序	起讫点（应力循环次数）	频数$n(t)$	频率$\frac{\Delta n(t)}{N}$
1	$2\times10^4 \sim 4\times10^4$	1	0.01	6	$1.2\times10^5 \sim 1.4\times10^5$	31	0.31
2	$4\times10^4 \sim 6\times10^4$	2	0.02	7	$1.4\times10^5 \sim 1.6\times10^5$	10	0.10
3	$6\times10^4 \sim 8\times10^4$	7	0.07	8	$1.6\times10^5 \sim 1.8\times10^5$	6	0.06
4	$8\times10^4 \sim 10^5$	10	0.10	9	$1.8\times10^5 \sim 2\times10^5$	2	0.02
5	$10^5 \sim 1.2\times10^5$	30	0.30	10	$2\times10^5 \sim 2.2\times10^5$	1	0.01

以失效时间t为横坐标，$\frac{\Delta n(t)}{N\Delta t}$为纵坐标，作成的直方图称之为频率直方图，如图1-2所示，在频率直方图中，所有矩形面积的总和等于1，而每一组序的面积即表示该组序的相应频率。令任一区间i (t_{i-1}, t_i)的零件失效数为$\Delta n(t)_i$，则其失效频率为

$$f_i = \frac{\Delta n(t)_i}{N}$$

而在t_i时间内的累积故障频率为

$$F_i = \sum_{i=1}^{n} f_i = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} \Delta n(t)_i \tag{1-4}$$

以上是用频率来衡量失效概率，方法简便，但有一定的局限性，即随机上下波动较

大。随试件数目和组数增加，组距减小，则直方图将趋近于一条光滑曲线$f(t)$。对于$N\to\infty$，$\Delta t\to 0$的极限情况，如图1-3所示，该曲线称为失效概率密度曲线，其数学表达式叫失效概率密度函数，其频率定义为

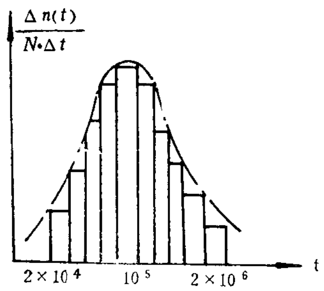

图 1-2 频率直方图

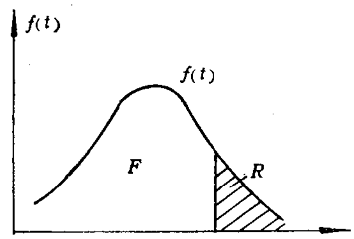

图 1-3 失效概率密度曲线

$$f(t)\approx\frac{N(t+\Delta t)-N(t)}{N(0)\Delta t} \tag{1-5}$$

式中 $N(t+\Delta t)$——$N(t)$表示在$(t,\ t+\Delta t)$区间零件失效的个数；

$N(0)$——表示零件总数。

其概率定义为：$f(t)$表示$N\to\infty$，$\Delta t\to 0$时的极限情况，即

$$f(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{N(t+\Delta t)-N(t)}{N(0)\Delta t}$$

$$=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t}$$

它表示机械产品失效概率随寿命长短而变化的规律，也是时间的函数，并有失效密度函数$f(t)$与t轴所夹面积等于1的性质。

2．失效分布函数及可靠度函数

设产品寿命T是一个随机变量，则产品寿命T小于或等于规定时间t的概率，称为随机变量T的失效概率分布函数或累积故障概率，用$F(t)$表示，其数学表达式为

$$F(t)=P(T\leqslant t)=\int_0^t f(t)\mathrm{d}t \tag{1-6}$$

对机械产品，t是连续型随机变量，而$f(t)$是其密度函数，则分布函数的微分为分布的概率密度，即

$$\mathrm{d}F(t)/\mathrm{d}t=f(t) \tag{1-7}$$

分布函数是时间的非降函数，当$t_1<t_2$时，$F(t_1)\leqslant F(t_2)$，而且$0\leqslant F(t)\leqslant 1$，$\lim\limits_{t\to\infty}F(t)=1$。

如前所述，可靠度是构件在规定的工作条件及工作持续时间t内不发生故障的概率。另外由式（1-2）和图1-3的曲线可看出

$$R(t)=1-F(t)=1-\int_0^t f(t)\mathrm{d}t=\int_t^\infty f(t)\mathrm{d}t \tag{1-8}$$

显然，$R(t)$为时间的递减函数，而且$0\leqslant R(t)\leqslant 1$，$R(\infty)=0$。如果$f(t)$为已知，就不难求出不同$t$时的可靠度与失效概率。例如某元件的失效时间可用指数函数来描述，

$$f(t)=\frac{1}{\theta}e^{-t/\theta}\quad t\geqslant 0,\ \theta\geqslant 0 \tag{1-9}$$

其可靠度函数为

$$R(t)=\int_t^{\infty}f(t)\mathrm{d}t=\int_t^{\infty}\frac{1}{\theta}e^{-t/\theta}\mathrm{d}t=e^{-t/\theta},\quad t\geqslant 0 \tag{1-10}$$

〔例1-2〕 已知某永久磁铁寿命T服从指数分布，分布参数θ为5000h，求该磁铁使用到250h的可靠度和累积故障概率。

解：

$$R(250)=e^{-250/5000}=0.95$$

$$F(250)=1-R(250)=1-0.95=0.05$$

3．维修度M

维修度是指发生故障的机械设备，在规定的条件下实施维修时，在规定的时间内完成维修的概率，记为$M(y)$。维修度是表示维修难易的客观指标，它是维修时间Y的单调递增函数，是对时间累积的概率。当$y=0$时，$M(0)=0$，当$y\to\infty$，$M(\infty)=1$，$M(y)$随y变化的曲线如图1-4所示。从图中可见，产品甲比产品乙的维修度高，修复起来就比较容易。

在实际工作中，维修度可理解为一批故障产品在某一段时间内，能够修复的部分占故障产品总数的百分比。故其频率定义为

$M(y)=y$时间内的修复件数/总修复件数

若维修时间Y的分布密度函数为$f(y)$，则维修度的概率定义为

$$M(y)=P(Y\leqslant t)=\int_0^t f(y)\mathrm{d}y \tag{1-11}$$

可见维修度与故障分布函数$F(t)$形式上一致，但不同于可靠度，因维修度除与产品自身固有质量有关外还与人的因素有关。

4．有效度A

机械设备是可维修系统，它在任一时刻t只有正常工作或发生故障两种状态，因此可用一个二值函数来描述机械设备系统的工作状态，如用$S(t)$表示时刻t系统的状态．对于$t\geqslant 0$时有

$$S(t)=\begin{cases}0 & \text{表示系统在时刻}t\text{正常工作}\\ 1 & \text{表示系统在时刻}t\text{发生故障}\end{cases}$$

机械设备在某时刻t维持其正常功能的概率称为该机械系统的有效度或利用率．记为$A(t)$，即

$$A(t)=P\{S(t)=0\} \tag{1-12}$$

从有效度定义可看出，它是广义可靠性指标，表示机械系统利用状况的尺度，是将可靠度和维修度结合起来考虑的。对不可修复系统，没有维修问题，因此在时刻t的可靠度就相当于有效度，即$R(t)=A(t)$。可修复产品总是处于工作状态S和故障状态F相互转移的随机过程中。这种状态转移过程常用状态转移图来表示，如图1-5所示。

机械设备工作到t时刻的瞬态有效度，就是在状态转移过程中t时刻，设备处于正常工作状态的概率，它是时间的函数。对于寿命和维修时间都服从指数分布，其失效率为λ，修复率为μ的单个设备（λ和μ的意义见本节三），其瞬态有效度$A(t)$的计算式为

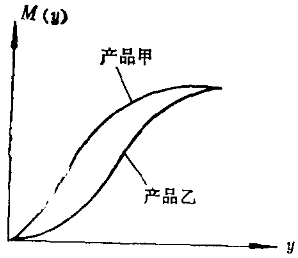

图 1-4 维修度随时间的变化曲线

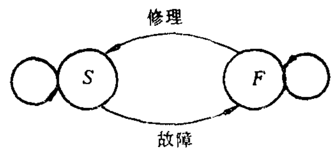

图 1-5 单个产品状态转移图

$$A(t)=\frac{\mu}{\lambda+\mu}+\frac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)t} \tag{1-13}$$

式中 第一项为常数项，表示产品的稳态有效性，记为$A(\infty)=\frac{\mu}{\lambda+\mu}$。图1-6是$A(t)$随$t$的变化曲线，对可维修系统，$A(\infty)$为$A(t)$的水平渐近线，对不可维修系统，$A(t)=R(t)$，它是以横坐标轴为渐近线的。一般讲，稳态有效度$A$可表示为

$$A=\frac{\text{可能工作时间}}{\text{可能工作时间}+\text{不能工作时间}}$$

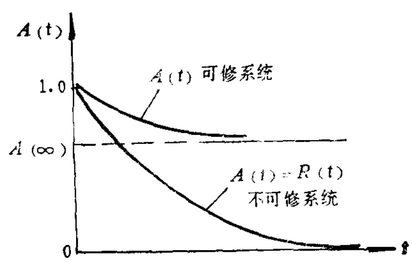

图 1-6 有效度曲线

对于一般机械设备，主要是先求系统的稳态有效度。

二、寿命指标

1．平均寿命

平均寿命这一尺度对不可维修产品和可维修产品其含义不同，对不可维修产品是指从开始使用到发生故障的平均时间，称为平均无故障工作时间，记为MTTF（Mean tim e To Failure)

$$\text{MTTF}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}t_i$$

式中 t_i——第i个零、部件或设备的无故障工作时间；

N——测试的零、部件或设备的总数。

对可修复的机械产品，是指从一次故障到下一次故障的平均时间，称为平均故障间隔时间，记为MTBF (Mean time Between Failure)。设有一个可修复的机械产品，在使用期间，发生了n次故障，每次修复后，又继续投入工作。经统计其故障间的工作时间分别为t_1，t_2，$\cdots t_n$，则其平均故障间隔时间为

$$\text{MTBF}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i$$

MTTF和MTBF的数学表达式和计算方法相同，故通称为平均寿命θ

$$\theta=\frac{\text{所有零件或设备的总工作时间}}{\text{总故障数}} \tag{1-14}$$

如果子样比较大，计算总和不方便，也可按一定的时间间隔进行分组，设N个观测值分成n组，并以每组的组中值t_i作为本组数据的近似值，则N个观测值的总工作时间就可用各组中值t_i与相应频数ΔN_i的乘积和$\sum_{i=1}^{n} t_i \Delta N_i$来近似，这时平均寿命的频率定义为

$$\theta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} t_i \Delta N_i \tag{1-15}$$

若产品寿命T是一个连续型随机变量，且其失效概率密度为$f(t)$，那么它的数学期望

$$\theta = E(T) = \int_0^\infty t f(t) \mathrm{d}t \tag{1-16}$$

称为产品的平均寿命，记为θ，这是平均寿命的概率定义。平均寿命是对整批产品而言，标志产品平均能工作多长时间的量；它是T的位置特征，表示T取值集中在那一个值周围。

因为
$$f(t) = \mathrm{d}F(t)/\mathrm{d}t = -\mathrm{d}R(t)/\mathrm{d}t,$$

所以
$$\theta = \int_0^\infty t\left(-\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}\right)\mathrm{d}t = \int_0^\infty -t\mathrm{d}R(t) = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t \tag{1-17}$$

这是平均寿命的另一种计算式。

〔例1-3〕 某安全阀的使用寿命服从指数分布$R(t)=e^{-\lambda t}$时，求其平均寿命θ？

解：
$$\theta = E(T) = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty e^{-\lambda t}\mathrm{d}t = \frac{1}{\lambda}$$

可见，寿命服从指数分布的机械产品其平均寿命为失效率的倒数。当$t=\theta=\frac{1}{\lambda}$时，$R(t)=e^{-\lambda t}=e^{-1}=0.37$，这说明寿命服从指数分布的一批产品约有60％将在到达平均寿命前失效，只有37％的产品能工作到平均寿命。

2．可靠寿命、中位寿命、更换寿命

可靠寿命是指使可靠度等于给定值r时的产品寿命称为可靠寿命，记为t_r，其中r称为可靠度水平。这时只要利用可靠度函数$R(t_r)=r$反解出t_r，得

$$t_r = R^{-1}(r) \tag{1-18}$$

t_r称可靠度$R=r$时的可靠寿命，其中R^{-1}是R的反函数。

例如，对$\lambda=$常数的指数分布，$R(t_r)=e^{-\lambda t_r}=r$，两边取自然对数

$$-\lambda t_r \ln e = \ln r$$

所以
$$t_r = -\frac{1}{\lambda}\ln\frac{1}{r} \tag{1-19}$$

因此，利用上式查自然对数表，可求得指数分布在任意可靠水平下的可靠寿命。表1-2是在各种可靠水平下以平均寿命$\theta=\frac{1}{\lambda}$为单位的指数分布的可靠寿命，由表可见，在指数分布的情况下，要达到较高的可靠度，产品必须在远小于平均寿命的时间内工作。例如，为保证产品有99％的可靠度，产品的工作时间就不应长于0.01θ。

中位寿命：当$R=0.5$时其相应的可靠寿命$t_{0.5}$称为中位寿命。当产品工作到中位寿命时，可靠度和累积失效概率都等于50％，即正好有一半失效。指数分布的产品，其中位寿

表 1-2 指数分布在不同可靠水平下的可靠寿命

r	0.9999	0.999	0.99	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.01
t_r/θ	0.0001	0.001	0.01	0.105	0.223	0.357	0.511	0.693	0.916	1.204	1.609	2.302	3.000	4.605

命$t_{0.5}=\dfrac{1}{\lambda}\ln 2=0.69315\dfrac{1}{\lambda}$。

更换寿命：当知道$\lambda(t)=f(t)/R(t)$或$\lambda(t)=-R'(t)/R(t)$，且事先给定λ值时，由上述方程求出相应的t值，称为更换寿命，记为t_λ。更换寿命为更换机械设备的零、部件可提供可靠性数据，如采煤机的截齿、水泵的叶轮、压缩机的气缸套等零件，其失效率为递增型，当使用到更换寿命t_λ时，必须加以更换，否则其失效率会比给定的λ_0更高。

3．寿命方差和寿命均方差

寿命方差σ^2和寿命均方差σ是反映产品寿命相对于平均寿命θ离散程度的数量指标，σ^2和σ可根据产品样本测试所取得的寿命数据按下式计算

$$\sigma^2=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{n}(t_i-\theta)^2 \tag{1-20}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{n}(t_i-\theta)^2} \tag{1-21}$$

式中 t_i——第 i 个样本的实际寿命；

θ——样本的平均寿命；

N——样本容量。

寿命方差也可用失效概率密度$f(t)$直接求得

$$\sigma^2=\int_0^\infty(t-\theta)^2f(t)\mathrm{d}t \tag{1-22}$$

将上式中的平方展开，并利用式（1-17）可得

$$\sigma^2=\int_0^\infty t^2f(t)\mathrm{d}t-\theta^2 \tag{1-23}$$

例如，对失效率λ为常数的指数分布，因为$f(t)=\lambda e^{-\lambda t}$，$\theta=\dfrac{1}{\lambda}$，代入式（1-23）得寿命方差为

$$\sigma^2=\lambda\int_0^\infty t^2e^{-\lambda t}\mathrm{d}t-\frac{1}{\lambda^2}=\frac{2}{\lambda^2}-\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\lambda^2}$$

所以，寿命均方差为$\sigma=\dfrac{1}{\lambda}=\theta$。即失效率$\lambda(t)=\lambda$的指数分布，其寿命均方差和平均寿命等值。

〔例1-4〕 设某刮板链的疲劳寿命服从威布尔分布，已知$\beta=2$，$\eta=200\mathrm{h}$，$\gamma_0=0$，求该零件的平均寿命；在100h的可靠度$R(100)$；可靠度$R=0.95$的可靠寿命$t(0.95)$；在100h的失效率和平均失效率；$\lambda=0.1/\mathrm{kh}$的更换寿命？（形状参数β、尺度参数η和位置参数γ详见第二章第五节）。

解：因威布尔分布的失效密度函数为

$$f(t)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma_0}{\eta}\right)^{\beta-1}\exp\left[-\left(\frac{t-\gamma_0}{\eta}\right)^{\beta}\right] \quad (\beta>1,\ \eta>0,\ t\geqslant\gamma_0)$$

1）平均寿命： $\theta=\int_0^{\infty} t\,\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma_0}{\eta}\right)^{\beta-1}\exp\left[-\left(\frac{t-\gamma_0}{\eta}\right)^{\beta}\right]\mathrm{d}t$

令 $X=\frac{t-\gamma_0}{\eta}$，则 $t=\gamma_0+\eta X$，$\mathrm{d}t=\eta\mathrm{d}X$ 代入上式得

$$\theta=\int_0^{\infty}\beta(\gamma_0+\eta X)X^{\beta-1}\exp[-X^{\beta}]\mathrm{d}X \tag{1-24}$$

再作变换，令 $Y=X^{\beta}$，则 $X=Y^{\frac{1}{\beta}}$，$\mathrm{d}X=\frac{1}{\beta}Y^{\frac{1}{\beta}-1}\,\mathrm{d}Y$，代入式（1-24）得威布尔分布的平均寿命为

$$\theta=\int_0^{\infty}\beta\,(\gamma_0+\eta Y^{\frac{1}{\beta}})Y^{1-\frac{1}{\beta}}e^{-Y}\ \frac{1}{\beta}Y^{\frac{1}{\beta}-1}\mathrm{d}Y$$

$$=\int_0^{\infty}(\gamma_0+\eta Y^{\frac{1}{\beta}})e^{-y}\mathrm{d}Y=\int_0^{\infty}\gamma_0 e^{y}\mathrm{d}Y+\eta\int_0^{\infty}Y^{\frac{1}{\beta}}e^{-y}\mathrm{d}Y$$

$$=-\gamma_0 e^{y}\Big|_0^{\infty}+\eta\int_0^{\infty}Y^{[(1+\frac{1}{\beta})-1]}e^{-y}\mathrm{d}Y$$

所以

$$\theta=\gamma_0+\eta\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right) \tag{1-25}$$

式中 $\Gamma(x)$为伽马（*Gamma*）函数，$\Gamma(x)=\int_0^{\infty}Y^{x-1}e^{-y}\mathrm{d}Y\,(x>0)$，于是得 $\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right)=0.886$，故该部件的平均寿命为

$$\theta=200\times0.886=177.2\ \mathrm{h}$$

2）可靠度： $R(t)=\int_t^{\infty}\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma_0}{\eta}\right)^{\beta-1}\exp\left[-\left(\frac{t-\gamma_0}{\eta}\right)^{\beta}\right]\mathrm{d}t \quad (t\geqslant r_0)$

$$R(t)=\exp\left[-\left(\frac{t-\gamma_0}{\eta}\right)^{\beta}\right] \tag{1-26}$$

所以

$$R(100)=e^{-\left(\frac{100}{200}\right)^2}=0.7788$$

3）若事先给定 R 值代入式（1-26）右边，然后两边取自然对数得

$$\ln R_0=-\left(\frac{t_{R0}-\gamma_0}{\eta}\right)^{\beta}$$

于是得可靠寿命为

$$t_{R0}=\gamma_0+\eta\left(\ln\frac{1}{R_0}\right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{1-27}$$

$$t_{0.95}=200\left[\ln\frac{1}{0.95}\right]^{\frac{1}{2}}=43.3\ \mathrm{h}$$

4）中位寿命： $t_{0.5}=200[\ln 2]^{\frac{1}{2}}=166.5\mathrm{h}$