

自強科技叢書 001

運動學與機構設計

Kinematics and
Mechanisms Design

原著者：蘇 鍾 河

C W. Radcliffe

譯述者：李 強 生

科技圖書股份有限公司

運動學與機構設計

Kinematics and
Mechanisms Design

原著者

蘇工業學院圖書館
C. W. Radcliffe

譯述者

李 藏 書 生 章

科技圖書股份有限公司

31

7.01 Q021877

TH 113.2

2

這是一本介紹新的精密機構設計原理書。書中強調使用電算機程式作數值設計的簇新方法。在要求更高精確度與空間機構的可能解，此書有突出的供獻。在目前本國加速研究精密機械學中，本書將發生重大的影響力。

本公司經新聞局核准登記
登記證局版台業字第1123號

書名：運動學與機構設計
原著者：蘇鍾河、Radcliffe
評述者：李強生
發行人：趙國華
發行者：科技圖書股份有限公司
台北市博愛路185號二樓
電話：3110953
郵政劃撥帳號15697

六十九年一月初版 特價新台幣110元

原 序

在 1950 年以前，運動學與機構合成的運動分析，幾乎完全用圖解法。圖解法在平面機構的設計中，最爲簡潔有效。用向量多邊形來分析構件的運動情形，一直被包括在機械工程的課程中。合成運動的圖解法，雖在歐洲很有名，但美國直到 1953 年至 1962 年經 A. S. Hall, Jr. 教授的努力，在普渡大學召開一連串七次的「機構學會議」後才成爲工程課程中重要的一部分。由於這些次會議的推動與高速電算機的發展，使這門已被認爲成熟甚而近於冬眠狀態的課目，再度成爲研究的主题。

在許多工學院中，這門「新」的課程，是以大學部的高等機構學，或研究所的入門課來教授。內容包括向量分析，特別強調在複數、極坐標上的運動學、平面機構的運動分析、平面連桿合成的圖解布氏（Burmester）理論與應用合成法來討論平面曲率理論等。

1950 年以後，空間機構的理論與分析方法，發展得非常快。許多新而有用的方法先後發表。但通常需用相當複雜的數學。不幸，要將這些方法歸納成一組一致而容易理解的原理，却非常困難。

這本書包括了最新的運動學，特別強調數值設計方法。要了解這些，所需的數學基礎對大學部高級生或初進的研究生而言是相當地容易。整本書對於符號及方法的介紹、從平面機構到複雜的空間幾何機構都做了循序漸進的安排。

主题完全由電算機着眼。我們知道：圖解法，雖給我們若干程度觀察上的簡便及相互間的關係，但欲得到更高的精確度、空間機構的可能解，高速的數位電算機就顯得重要了，尤其在微算機及電算機繪圖能力的普遍的今日，尤顯必要。

使用本書，讀者必需先有編傳程式設計的能力。習題的選擇通常能用來解某一類型的題目，而不似圖解法只可解某一特定的幾何形狀。先確定拘束條件：用向量或矩陣來表示它們的運動情形，然後用編傳程式表出。我們只要輸入不同的資料，就可得到同類型題目的所有解答。在許多情形下，本書會同時列出解析法與圖解法以供讀者參考。

許多在本書的解答中，引用到解線性、非線性或非線性拘束式的最小化。本書附錄所列的 DESIGN, PCON 與 LSTCON 等程式對於這些問題都非常好用，所以熟習這些程式，亦是活用本書的條件之一。

我感謝協助發展這些程式的同學及同事們以及其他有關資料。我希望經由這些努力，本書所列的程式對學生或機構設計人員有所幫助，使能接受更多而更大的挑戰。

C.H. Suh 蘇鍾河

C.W. Radcliffe 雷克立夫

運動學與機構設計

目 錄

第一章 基本觀念

1-1	機 構 學	1
1-2	運動學上的剛體 - 連桿	2
1-3	剛體位移	2
1-4	運動學上的連接 - 運動對	3
1-5	相對運動 - 運動鏈	3
1-6	運動學上的倒置	3
1-7	運動傳遞	6

第二章 平面運動學的向量表示法

2-1	簡 介	8
2-2	極坐標上的複數向量	8
2-3	用複數的極式分析運動學	9
2-4	向量的直角坐標表示法	14
2-5	用向量的直角坐標表示法分析平面機構的運動	17
2-6	用電算機分析平面機構的一般解法	21

第三章 運動學的矩陣法

3-1	簡 介	45
3-2	剛體旋轉矩陣	45
3-3	空間旋轉矩陣	47
3-4	剛體位移矩陣	51
3-5	平面旋轉矩陣的應用	53

3-6	螺旋矩陣	55
3-7	由矩陣轉換以計算位移	56
3-8	反位移矩陣	58
3-9	由位移矩陣來導螺旋運動參數	59
3-10	坐標變換	61
3-11	哈丹表示法	62
3-12	旋轉矩陣的微分	65
3-13	位移矩陣的微分	69

第四章 空間機構的運動分析

4-1	相對空間運動	70
4-2	相對位移	71
4-3	相對速度	72
4-4	相對加速度	73
4-5	用連接點的相對旋轉角分析平面運動	74
4-6	封閉形式的空間機構運動分析 [I]	79
4-7	由拘束方程式的數值分析法解空間機構	94

第五章 機構的可動性分析

5-1	簡 介	103
5-2	拘束分析	103
5-3	平面機構的合成數	111
5-4	運動範圍分析	112
5-5	可動性分析	114

第六章 剛體導件

6-1	簡 介	128
6-2	平面剛體導件機構	129
6-3	三點曲柄的合成	131
6-4	三點滑件的合成	134
6-5	輸入曲柄運動的參數	136
6-6	三點合成機構的例題	137

6-7	四個點的合成 - 曲柄拘束	141
6-8	四個位置的合成 - 滑件拘束	146
6-9	四個位置的有限差分合成	146
6-10	球面剛體導件機構	148
6-11	空間剛體導件的一般情形	152
6-12	附錄 A : 6-21 式的導出	162

第七章 功能產生

7-1	簡 介	164
7-2	問題的公式 - 精確點的分類	164
7-3	精確點的契父雪夫 (Chebyshev) 間隔	166
7-4	輸入及輸出運動的尺度因數	167
7-5	三個位置的功能產生機構	167
7-6	規定有限差分運動的功能產生器	173
7-7	四個位置的平面功能產生器	177
7-8	球形四連桿功能產生器	179
7-9	RSSR 空間四連桿功能產生器	181
7-10	規定速度及加速度的 RSSR 功能產生器	187

第八章 路徑產生

8-1	簡 介	190
8-2	平面四連桿路徑產生機構	190
8-3	球面四連桿路徑產生器	195
8-4	空間路徑產生機構的位移矩陣	200
8-5	RRSS 路徑產生機構	201
8-6	RSSR - SS 路徑產生機構	202
8-7	路徑產生機構的位移分析	204

第九章 機構的最適合成

9-1	簡 介	206
9-2	誤差和的最小化	206
9-3	機構最適合成問題的非線性程式	207

9-4	目的函數·····	207
9-5	拘束不等式·····	208
9-6	拘束等式·····	209
9-7	非線式程式問題的幾何表示法·····	209
9-8	無拘束條件的最小化·····	211
9-9	波威爾 (Powell) 非微分直接尋找法·····	215
9-10	最小平方法·····	216
9-11	波威爾非微分的最小平方法·····	217
9-12	有拘束的最小化 - 困乏函數·····	219
9-13	機構最適設計的若干個代表性例題 ·····	221
9-14	附錄 A : 共軛尋找方向為收斂的證明·····	236
9-15	附錄 B : 波威爾共軛方向通法·····	237

第十章 運動的微分幾何

10-1	簡 介·····	238
10-2	瞬時螺旋參數·····	238
10-3	螺旋軸所繞成的曲面·····	240
10-4	用幾何參數表示的微分位移矩陣·····	248
10-5	平面路徑曲率·····	251
10-6	空間連接桿曲線的高階路徑曲率·····	268

第十一章 機構的動力學

11-1	簡 介·····	276
11-2	平面四連桿機構的動力學·····	276
11-3	四連桿機構的動力平衡·····	283
11-4	反動力問題·····	289
11-5	空間機構的動力學·····	294
11-6	運動的動力方程式·····	297

第十二章 電算機程式

12-1	簡 介·····	305
12-2	適用於平面運動的機構的副程式 LINKPAC ·····	305

12-3	DESIGN 程式 - 用牛頓・雷弗森法來解瞬時非線性設計 方程式組.....	312
12-4	PCON 程式 - 用波威爾氏直接共軛搜尋方向法，及 SUMT 程序使拘束方程式最小化.....	326
12-5	LSTCON 程式 - 用波威爾氏最小平方法來解拘束方程式 的最小化.....	335
12-6	NONLIN 程式 - 任意初設值的瞬時非線性代數方程式組 的解.....	338
12-7	用 BASIC 語言來解線性及非線性方程式的電算機程式	340
12-8	PRCR2 程式 - 以預估 - 修正法來解二次非線性微分方程 式.....	341

附 錄

1. LINKPAC 程式.....	347
2. SPAPAC 程式.....	362
3. DESIGN 程式.....	371
4. NONLIN 程式.....	377
5. PCON 程式.....	381
6. LSTCON 程幫.....	394
7. SIMEQ 程式.....	406
8. PRCR 2 程式.....	408
參考書目	413
習 題	417

第一章 基本觀念

Basic

Concepts

1-1 機構學

機構學 (mechanisms) 被定義為「剛體或拘束件的連接、組合、它們彼此間有確定的相對運動。」〔1〕

許多機件裝置都是運用機構學的基本原理設計而成。如自動包裝機、打字機、紡織機及機械玩具等。機構學主要是用來設計一種我們所需與其他參考元件相對的剛體運動。通常設計一種複雜的機器，第一步就是運動學上的設計；再考慮元件受力的情形，像動力學、軸承負荷、應力、潤滑或其他問題，就成了「機械設計」(machine design)。

機構學的功用，是將一剛體對機件上另一部份的運動情形描述出來。應用機構學的基本要件，我們可將通常的機器裝置分成三類：

1. 齒輪系統 (gear system)：兩個轉動的軸，藉啮合件來傳遞動力。齒輪，通常用來傳送一定角度速比 (angular velocity ratio) 的轉動，但也有小部分非圓形齒輪，可用以傳動非固定的轉速比。齒輪的設計，在機動學方面來看，是如何決定接觸齒面的形狀，以達到所要求的角速度比。

2. 凸輪系統 (cam system)：用一等速的輸入運動，轉換成非均勻的輸出運動機件。輸出運動，可為軸的轉動、滑動件的移動或其他各類直接接觸輸入凸輪而產生的從動運動 (follower motion)。凸輪在機構學上的設計，可用圖解或數字分析，得到由輸入運動來產生所要求不同輸出運動下所需凸輪的形狀。凸輪的設計，是屬專門的題目〔2, 3〕，本書不討論這個問題。

3. 平面或空間連桿系 (plane and spatial linkage)：對一點或一剛體做特定機械運動，這是一個非常有效的方法。連桿，常用來做三種工作：

(a)剛體的導向 (rigid body guidance) 運動：剛體導向機構，是用來引導剛體在空間依一設計好的路線運動。

(b)軌跡的產生 (path generation) 運動：軌跡產生機構，可使剛體上的一固體點在空間，經過一連串我們所要求的預定點。

(c)功能的產生 (function generation) 運動：功能產生機構，將輸入運動轉變成特定功能的輸出運動。

平面連桿機構 (planar linkage)，指所有的運動軌跡皆在同一平面。在機械設計中已沿用了很久，平面連桿的分析與組合，用圖解法求解已非常成功地解決許多設計上的難題。〔 4, 5, 6 〕但圖解法需用等角投影來表示，故仍不能對空間運動的問題成功的解出。近來因高速數位計算機的普及化，加速了數值分析法的研究與發展。空間運動理論 (spatial kinematic theory) 及連桿設計的發展，已使工業上的機械設計工作，有了更多而更好的選擇。〔 7, 8, 9, 10 〕

空間運動學的數學分析，常是複雜而非線性的。但近代數值方法〔11, 12〕提供了最少量的計算與相當合理的結果。

在任何一種實際的機械設計，設計者通常只要考慮這三種機構的組合，再加上動力來源、控制與中間傳動機構如皮帶、鏈條等，就可達成要求了。

1-2 運動學上的剛體—連桿

運動學 (kinematics) 是研究兩個或更多物體間的相對運動。剛體上的每一點都對固定坐標軸以相同的速度運動。空間上的任一點，也可看成暫時附着在一剛體坐標系上。從數學分析上來說：剛體，可看成一個物體中任意兩點，在運動中及運動後，彼此距離保持不變的元件。

1-3 剛體位移

位移 (displacement)，是指剛體位置的改變。若任意三個不共線點的位移確定了，則相對應的剛體，在空間中的位移也被固定了。剛體位移，可用圖示、分析或數字來表示。我們可用矩陣運算來描述位移，在第三

章將詳論矩陣的分析及數字表示法。位移對時間的第一次微分就是速度。位移的第二次微分就是加速度。

1-4 運動學上的連接-運動對

兩根連桿，用一「對」(pair)接觸面來連接。「低對」(lower pair)為可用單一坐標來表示兩連桿的相互運動的連接。亦就是單自由度的連接方式。低對的連接法例子計有：

1. 旋轉對：沒有軸向滑動的簡單鉸鏈。
2. 柱形導槽對：單方向的滑動體。
3. 滾動對：沒有滑動的滾動。

一低對的運動，通常由接觸面或相當於接觸面的元件來傳動。「高對」(higher pair)，是指自由度在一以上的連接方式。如滾動-滑動對在凸輪與從動件的連接中可看到；或球與活節承窩的接合 (spherical ball and socket joint) 亦是一例。高對，常用線、點或其他同於線、點的特性表示。

圖 1-1 繪出六種最基本的運動對 (kinematic pairs)。在機動學上，高對可用數個低對取代。例如圓柱對，就可一旋轉對與一柱形導槽來代替。

1-5 相對運動-運動鏈

用連桿或對所組成一個或數個封閉迴路，稱為運動鏈 (kinematic chain)。用一個向量迴路 (vector loop) 表示的鏈，稱為簡單鏈 (simple chain)；需用兩個或更多的向量迴路來表示，則稱為複鏈。

一複機構至少包括一複合連桿 (compound link)。一簡單連桿，是用兩個低對與鏈接合。複連桿又可區分為三元 (ternary)、四元 (quaternary) 等，依鏈上與其他連桿的運動對的數目來決定。

只有當某一個連桿固定在地上或其他元件上，這個機構才是有用。

1-6 運動學上的倒置

運動鏈的倒置 (inversions)，是指由相同元件組成，但選擇不同固定

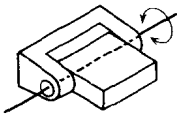
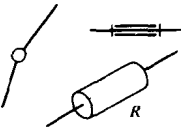
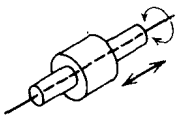
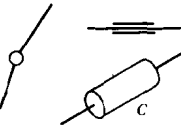
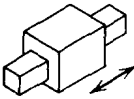
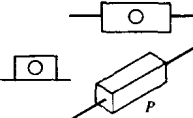
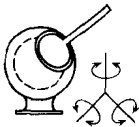
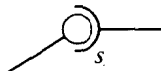
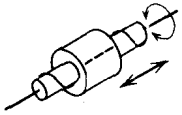
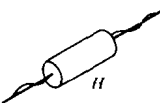
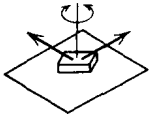
“對”的名稱	幾何形狀	符號表示法	自由度
1. 旋轉 (R)			1
2. 圓柱 (C)			2
3. 柱形導槽 (P)			1
4. 球 (S)			3
5. 螺旋 (H)			1
6. 平面 (P_L)			3

圖 1-1 六種最基本的運動對

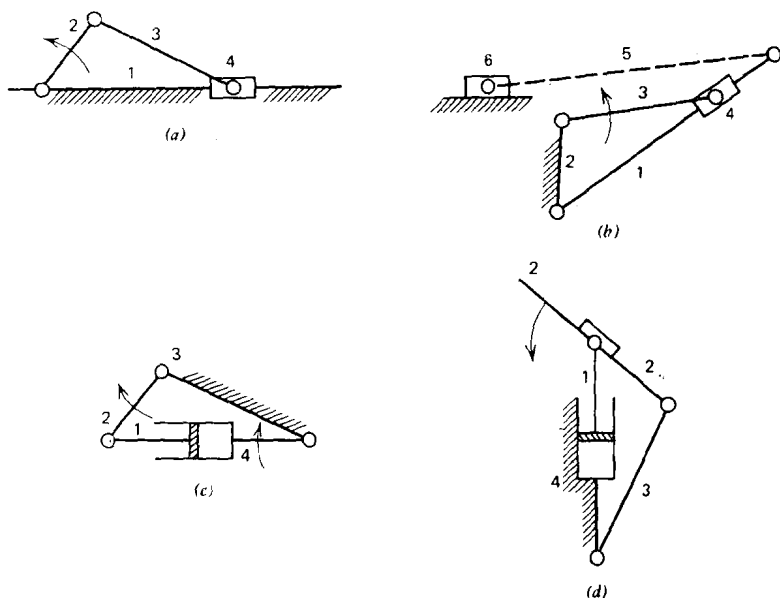


圖 1.2 滑動 - 曲柄機構的運動倒置

(a)基本滑動 - 曲柄機構：桿 1 固定、桿 2 輸入、桿 4 輸出。(b)惠氏 (Whitworth) 急回運動機構：桿 2 固定、桿 3 輸入、桿 1 輸出。(c)擺動氣缸機構：桿 3 固定、桿 2 輸入、桿 4 輸出。(d)泵機構：桿 4 固定、桿 2 輸入、桿 1 輸出

件的機構組。連桿的長度不變，故連接點的相對運動不致改變。一特定元件的絕對運動，很顯然是會改變的。

運動倒置的觀念 (concept of kinematic inversion) 在分析複雜機構上是非常重要的。適當的選擇運動倒置，可簡化分析的工作，然後再倒置成實際的機構。

圖 1-2，繪出四桿連桿 (四低對平面機構) 的各種倒置情形。此處是滑動 - 曲柄機構 (slider-crank mechanism)。注意，低對的滑動，是指柱形導槽的滑動。

圖 1.3 為一個六桿 - 七低對鏈機構的各種變化。有兩種基本的六桿鏈，每種有七個不同運動情形。

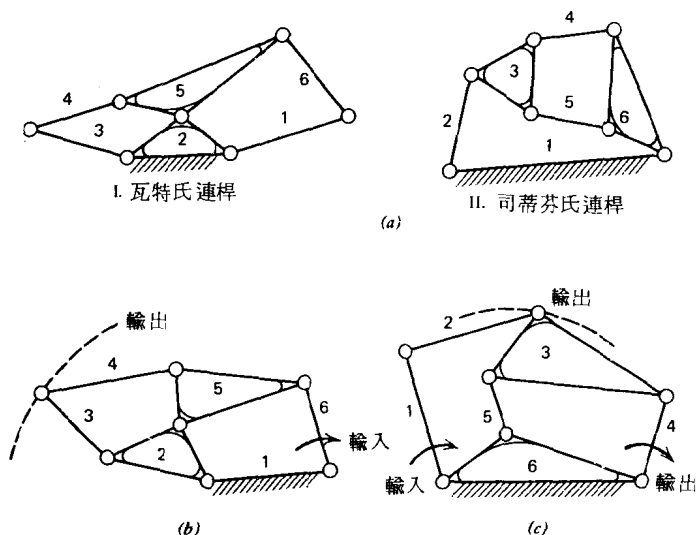


圖 1.3 基本六桿鏈的運動倒置

(a)基本圖形：六桿機構 (b)第一類六桿鏈的倒置：一種路徑產生機構 (c)第二類六桿鏈的倒置：可能為路徑產生或功能產生機構

1-7 運動傳遞

圖 1-4，繪示幾種運動傳遞的方式。 $n-n$ 線，是表示在瞬間力的傳遞方向。凸輪、齒輪類的直線接觸機構，傳動線，是在接觸面上經過接觸點的垂線。在連桿機構中， $n-n$ 線是連接桿的中心線。撓性拉力連接具（flexible tension link）如皮帶、纜繩或鏈條，作用線，即為受拉力的一邊。

在四連桿機構中，傳動角（transmission angle） μ ，就是連接桿與輸出桿所夾的銳角。凸輪機構中的壓力角（pressure angle） α 與 μ 互餘，如圖 1-5。

為了在連桿機構中的連接桿的力量，能最有效地變成輸出力矩，需使

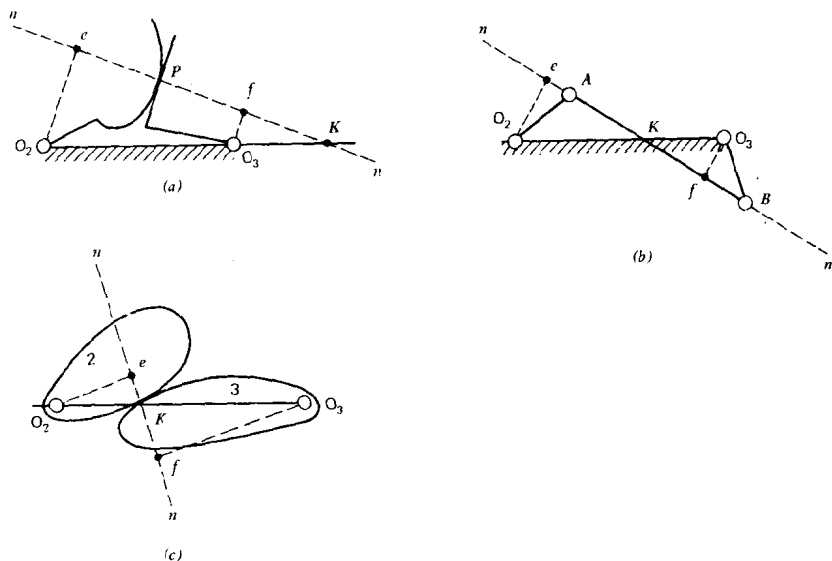


圖 1.4 運動傳遞線：(a)凸輪的直接接觸傳動；(b)四連桿機構；(c)滾動接觸機構

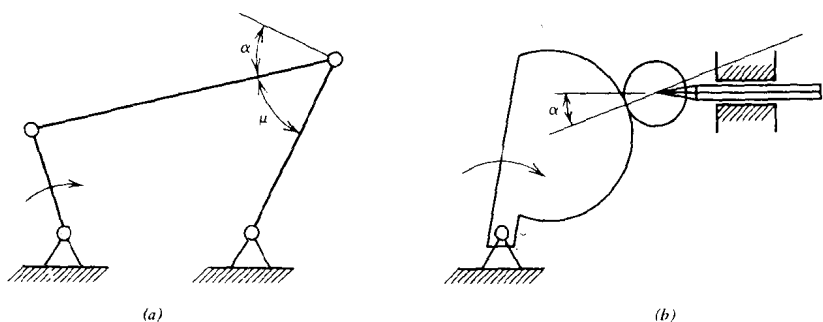


圖 1.5 傳動角與壓力角：(a)連桿機構中的傳動角 μ ；(b)凸輪機構中的壓力角 α

桿臂儘量的放長（亦即使傳動角 μ 儘量接近 90° ）。在實際的情形下，最小的傳動角需 $\geq 30^\circ$ ，在凸輪機構中，最大的壓力角應 $\leq 30^\circ$ 。