

序

岩石力学是一门理论和实践性都很强的工程基础学科,它与许多传统的和新兴的基础学科密切相关,在能源开发与利用,水利、交通和国防建设等方面也发挥着巨大的作用。其中,岩体开挖后的稳定问题,由于其重要性和复杂性,正日益引起人们的迫切关注。晚近 30 年来,人们不仅建立了多种新的分析模型和各类弹、塑、粘性计算方法,并采用室内实验、原型观测与现场监控等手段进行分析,使岩体稳定的理论与实践都得到了很大发展。然而,由于大部分岩体在构造上呈现出强烈的非连续性,上述建立在连续介质力学基础上的经典方法带有相当的局限性,促使人们转而探索另一种建立在非连续介质力学基础上的新手段。本书即为专事研究层状非连续岩体稳定方面的一本很好的学术专著。

全书共设六章,合 20 余万字。在阐明层状非连续岩体稳定若干基本问题的前提之后,分章详细论述了层状非连续岩体有限块体与可动块体的判别方法和步骤,给出了具体的分析实例;其后,又进一步探讨了采用极射赤平投影和赤平解析法研究层状非连续岩体可动块体稳定性的理论和方法。在后续篇章中,作者运用所建立的理论和方法,提供了有关巷道周围层状岩体滑落、层状岩坡失稳以及岩层受开挖影响而移动等多处工程应用的实例。所述内容体现了理论与实践并重而相得益彰,这在国内外均尚不多见,是十分难能可贵的。

华安增教授是我的一位相知稔友,他潜心研究岩石力学三十余年,许多方面造诣殊深,张子新副研究员在华教授处获博士学位后曾在我处博士后科研流动站工作,并以优异的成绩留校任教。这次连袂创作,为我国这一子学科将增添光耀,实在可喜可贺。我热切地期待着本书的早日面世,并乐于写述并推荐如上,是为序。

孙钧

同济大学岩土工程研究所
中国岩石力学与工程学会
一九九七年三月三十一日

目 录

序	孙钧
绪 言	(1)
第一章 岩体中的有限块体	(3)
1.1 半空间几何	(3)
1.2 块体几何	(6)
1.3 块体有限性判断	(8)
1.4 有限块体的分析方法	(14)
第二章 岩体中的可动块体	(21)
2.1 块体可动条件	(21)
2.2 块体可动性的判断	(21)
2.3 可动块体的分析方法	(22)
2.4 可动块体与临空面的关系	(32)
第三章 可动块体的稳定性	(33)
3.1 块体移动方向	(33)
3.2 块体稳定条件	(41)
3.3 块体滑动力	(42)
3.4 块体转动力矩	(47)
第四章 巷道周围层状岩体的稳定	(48)
4.1 层状岩体的结构	(48)
4.2 巷道周围缓倾斜层状岩体的稳定	(51)
4.3 巷道周围倾斜层状岩体的稳定	(66)
4.4 巷道周围层状岩体的维护	(80)
第五章 层状岩体边坡稳定	(85)
5.1 缓倾斜层状岩体的边坡稳定	(85)
5.2 倾斜层状岩体的边坡稳定	(93)
第六章 层状岩体的移动	(102)
6.1 缓倾斜层状岩体的移动	(102)
6.2 倾斜层状岩体的移动	(111)
6.3 工程应用	(120)
参考文献	(127)

绪 言

岩体是天然条件下赋存的岩石群体。岩体由很多岩石组成,它们在生成过程中形成很多分隔面、层理面,在地质变动过程中又产生很多节理、裂隙、断层等弱面,使岩体成为一个非连续体。人们在岩体上或岩体中建造岩石工程后,改变了岩体原有环境的力场,其周围的岩体往往沿弱面滑移或脱离,使应力应变不连续。即当坐标虽只有微小的变化,而岩体应力、应变却有明显不同。为了研究岩体中发生的这种破裂、失稳现象,必须研究非连续岩体的稳定条件及其失稳后的移动变化规律。为此首先分析被弱面切割成的有限块体的几何形状,分析它向开挖空间移动的可能性和稳定性,最后研究有关对策。为了研究方便,我们在本书中暂时假定岩体的变形相对于岩体的错动量是微不足道的,可以忽略不计。即被弱面切割成的块体,在移动过程中可以看作为刚体,而且主要受重力作用。

岩体(石)力学是采矿工程的应用基础科学。50年代至今世界大多数岩石力学专家一直以弹塑性力学作为主要基础,深入研究了岩体本构方程,同时引进了有限元法、边界元法等解题手段,在分析复杂的岩石工程应力场和位移场等方面取得了重大进展;解决了很多工程实际问题。弹塑性连续介质力学是目前岩石力学的主体^{[117]~[124]},不过把岩体看作为连续体有很大的局限性。为了更好地研究地下工程周围出现的岩石冒落、边坡滑动和岩层移动等课题,必须充分考虑岩体的非连续性。从这点出发,很多学者采用不同的方法形成了多个学派。大体可归纳成三个学派:

① 离散单元法

它是在1971年由P. A. Cundall提出的^{[1]~[4]}。他把岩体看作为独立的块体,用运动学的方法研究块体在碰撞过程中的位移规律。该学派从圆球的二维运动开始,逐渐研究不规则块体的三维运动规律。

② 块体力学

这是在1969年由D. H. Trollope提出的^[5]。1976年P. A. Goodman等采用赤平投影方法分析了岩体在弱面上的稳定性^{[6]、[23]~[25]}。1977年石根华提出了在赤平投影图上判断可动块体的方法^[7],使该理论系统化。此后他又用矢量代数作了研究。1984年他提交的“不连续变形分析”论文中进一步分析了岩体的应力应变^{[8]~[20]}。1987年林德璋采用拓扑学中的同调论方法进行研究^{[21]~[22]}等。

③ 刚弹元法

这是由川井忠彦提出的^{[23]~[24]}。他把岩体看作为刚体和弹簧组成的系统,实际上是有限元的简化。

类似的理论及应用有过很多论述^{[25]~[59]}。各学派各有特色,发展前景很难预料。本书属于块体力学。鉴于过去的块体力学对层状岩体研究甚少,因此,这里我们主要研究层状岩体,即层理面互相贯通而节理面互相错开的岩体,可称层状非连续岩体力学。当然也适用于块状岩体,即弱面互相贯通的岩体。鉴于赤平极射投影方法已被地质和采矿工程界广泛采用,而且有其独特的优点,因此,本书中我们沿用了赤平极射投影方法。不过为了利用计算机,特将

赤平极射投影方法解析化^{[60]~[70]}。为了结合工程应用,书中讨论了巷道周围层状岩体的稳定、层状岩体的边坡稳定、层状岩体的移动等稳定问题。今后准备进一步讨论非连续岩体位移问题。

第一章 岩体中的有限块体

1.1 半空间几何

1.1.1 半空间解析几何

无限空间是各个方向可以无限伸展的三维体。半空间则是在某一方向被一平面(也可以是凹凸不平的面)所限定的三维体。无限块体是被两个或两个以上平面所限定的、而在某一方向可以无限伸展的三维体。有限块体是被互不平行的四个或四个以上平面所包围的三维体。岩体中只是有限块体才可能失稳。

在平面 P_i 上作重力矢量(也可以是作用力矢量),含矢量的部分称下半空间,简称下盘,记为 L_i 。不含矢量的部分称上半空间,简称上盘,记为 U_i 。按解析几何关系,它们可表达为

$$\left. \begin{aligned} P_i: & A_i x + B_i y + C_i z = D_i \\ U_i: & A_i x + B_i y + C_i z > D_i \\ L_i: & A_i x + B_i y + C_i z < D_i \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

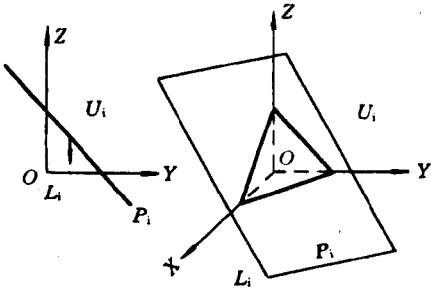


图 1.1 平面与半空间示意图

由于空间几何比较复杂,常用赤平极射投影方法,将三维问题投影为二维问题。首先将所有平面平移,使其通过坐标原点,即将(1.1)式改为:

$$\left. \begin{aligned} P_i: & A_i x + B_i y + C_i z = 0 \\ U_i: & A_i x + B_i y + C_i z > 0 \\ L_i: & A_i x + B_i y + C_i z < 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

1.1.2 赤平极射投影原理

赤平极射投影方法简称赤平投影。该方法借助一个半径为 R 的参照球,它的球心为坐标原点, Z 轴向上, Y 轴指向正北, X 轴指向正东,参照球面的方程式:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (1.3)$$

地质学中岩体弱面的产状常用倾向和倾角表示。倾向是弱面上盘的法线水平投影与指北针的夹角,如图 1.2 中的 β 。方位角以顺时针方向计量。倾角是弱面与水平面的夹角,如图 1.2 中的 α 。弱面法线的倾角为 $\frac{\pi}{2} - \alpha$ 。有时也用走向表示弱面的方位。走向是弱面和水平面交线的方位角,它与倾向成直角相交。已知 P_i 面的倾向 β_i 和倾角 α_i , (1.2) 式可改为:

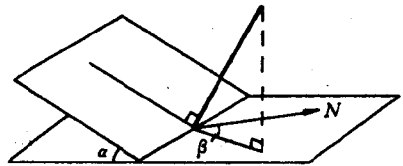


图 1.2 弱面产状

$$\left. \begin{aligned} P_i: & \quad xsina_i \sin\beta_i + ysina_i \cos\beta_i + z\cos\alpha_i = 0 \\ U_i: & \quad xsina_i \sin\beta_i + ysina_i \cos\beta_i + z\cos\alpha_i > 0 \\ L_i: & \quad xsina_i \sin\beta_i + ysina_i \cos\beta_i + z\cos\alpha_i < 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

P_i 面与参照球面相交成一个圆 k 。从参照球的极点 $(0,0,-R)$ 向 k 圆各点发出射线,每一射线与赤道平面 $(z=0)$ 交于一点。各交点连线即为 P_i 面的赤平投影(图 1.3)。

1.1.3 赤平投影方程

为了求得任意平面的赤平投影方程式,先通过任一射线 ABC 与 Z 轴作一平面 m ,如图

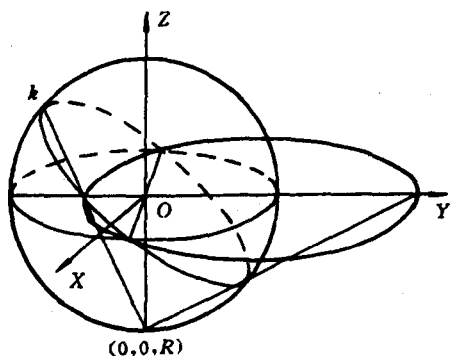


图 1.3 赤平极射投影原理

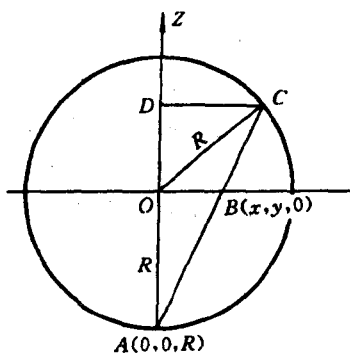


图 1.4 过任一射线与 Z 轴的平面

1.4 所示。图中 B 点是 C 点的赤平投影。 B 点在赤道平面上,设 B 点的坐标为 $(x,y,0)$, 则:

$$OB = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle ACD$$

$$\therefore DC = t \sqrt{x^2 + y^2}$$

又因 $OA=R, OD=z$, 根据相似三角形关系可得:

$$z = Rt - R \quad (1.5)$$

于是 C 点的坐标为 $(tx, ty, Rt-R)$, 又因 $OC=R, DC=t\sqrt{x^2+y^2}$, 可求得:

$$z = \sqrt{R^2 - t^2(x^2 + y^2)} \quad (1.6)$$

由式(1.5)=(1.6)得:

$$t = \frac{2R^2}{x^2 + y^2 + R^2} \quad (1.7)$$

C 点在球面上,其坐标应符合(1.3)式。将 C 点坐标 $(tx, ty, Rt-R)$ 代入(1.3),可证明(1.7)式是正确的。 C 点又位于 P_i 面上,可将 C 点坐标代入(1.4)式,得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2R^2 xsina_i \sin\beta_i}{x^2 + y^2 + R^2} + \frac{2R^2 ysina_i \cos\beta_i}{x^2 + y^2 + R^2} + \left(\frac{2R^2}{x^2 + y^2 + R^2} - 1\right)R\cos\alpha_i &= 0 \\ \frac{2R^2 xsina_i \sin\beta_i}{x^2 + y^2 + R^2} + \frac{2R^2 ysina_i \cos\beta_i}{x^2 + y^2 + R^2} + \left(\frac{2R^2}{x^2 + y^2 + R^2} - 1\right)R\cos\alpha_i &> 0 \\ \frac{2R^2 xsina_i \sin\beta_i}{x^2 + y^2 + R^2} + \frac{2R^2 ysina_i \cos\beta_i}{x^2 + y^2 + R^2} + \left(\frac{2R^2}{x^2 + y^2 + R^2} - 1\right)R\cos\alpha_i &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

式中 x, y 即为 P_i 面在赤道平面 $z=0$ 上的投影坐标。将(1.8)式整理后,即得 P_i 面及其上下

盘的投影方程式：

$$\left. \begin{aligned} P_i: & (x - R \operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i)^2 + (y - R \operatorname{tg} \alpha_i \cos \beta_i)^2 = \frac{R^2}{\cos^2 \alpha_i} \\ U_i: & (x - R \operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i)^2 + (y - R \operatorname{tg} \alpha_i \cos \beta_i)^2 < \frac{R^2}{\cos^2 \alpha_i} \\ L_i: & (x - R \operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i)^2 + (y - R \operatorname{tg} \alpha_i \cos \beta_i)^2 > \frac{R^2}{\cos^2 \alpha_i} \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

由(1.9)式可见：任意平面的赤平投影为一个圆，其圆心坐标为 $(R \operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i, R \operatorname{tg} \alpha_i \cos \beta_i)$ ，半径为 $\frac{R}{\cos \alpha_i}$ ，圆心与坐标原点的距离为 $R \operatorname{tg} \alpha_i$ 。参见图1.5。图中圆心为坐标原点的圆，是参照球与赤道平面的交线，称为参照圆。参照圆心与任意平面 P_i 投影圆心连线的方位角，即为该平面的倾向 β_i 。由(1.9)式还可见：任意平面的上盘投影为圆内区域，下盘投影为圆外区域。

当 P_i 面的倾角 $\alpha_i=0$ ，其投影与参照圆重合。

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (1.10)$$

当 P_i 面的倾角 $\alpha_i = \frac{\pi}{2}$ ，其投影由(1.8)式可得：

$$x \operatorname{tg} \beta_i + y = 0 \quad (1.11)$$

该投影为通过原点的直线，圆心在无穷远处，其左右盘分别为：

$$\left. \begin{aligned} x \operatorname{tg} \beta_i + y &> 0 \\ x \operatorname{tg} \beta_i + y &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

如已知 P_i 面的投影方程式：

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey - F = 0 \quad (1.13)$$

则 P 面的产状可按下列式计算：

$$\left. \begin{aligned} \text{倾角:} \quad \operatorname{tg} \alpha &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D^2 + E^2}{F}} \\ \text{倾向:} \quad \operatorname{tg} \beta &= \frac{D}{E} \\ \text{参照圆半径:} \quad R &= \sqrt{F} \\ \text{投影圆半径:} \quad \frac{R}{\cos \alpha} &= \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 + 4F} \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

任意平面的法线也通过参照球心。平面上盘的法线与参照球面的交点称为极点。已知平面倾向 β 、倾角 α 时，可求得极点的坐标为 $(R \sin \alpha \sin \beta, R \sin \alpha \cos \beta, R \cos \alpha)$ 。由(1.5)式可得 $t = \cos \alpha + 1$ ，所以极点的赤平投影坐标为 $\left(\frac{R \sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha + 1}, \frac{R \sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha + 1} \right)$ 。

通过赤平极射投影方法，我们很容易地把三维空间内的平面和半空间投影简化为二维问题，使空间几何简化为平面几何。而简化后仍然能够反映空间特征，如倾向和倾角并不位于同一平面内，所以它与一般平面几何不同。采用这种平面几何研究空间问题，也与一般地

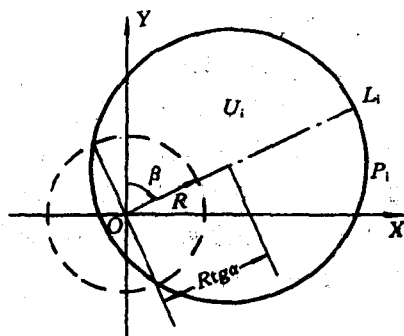


图 1.5 任意平面的赤平投影

将空间问题简化为平面问题不同。它不只研究像圆柱体、棱柱体一类与第三方向无关的问题，而可以研究各种多面体。

由于赤平极射投影方法把被测平面通过坐标原点，忽略其绝对位置，故只能度量其角度，而不能度量其长度，所以不能计算多面体的体积。此外赤平极射投影的直观效果也不如直角平面投影。例如平面的投影是一个圆，除了被铅垂平面切割的半空间，投影成半平面外，一般情况下是将上盘半无限体投影为圆内的有限区域，而圆外可无限伸展的平面则为下盘半无限体的投影。

1.2 块体几何

1.2.1 块体种类

一个平面 P_i 将无限空间切割成两个半无限空间，它们是上盘 U_i 和下盘 L_i 。两个平面 P_i, P_j 将无限空间切割成四个无限凸块体。凸块体为两个或两个以上半空间的交集 (\cap 为交集计算符)。它们是 $U_i \cap U_j; U_i \cap L_j; L_i \cap U_j; L_i \cap L_j$ 。或一个无限凸块体和一个无限凹块体。凹块体为两个或两个以上半空间的并集 (\cup 为并集计算符)，凸块体是 $U_i \cap U_j$ ，凹块体是 $L_i \cup L_j$ ，如图 1.6。

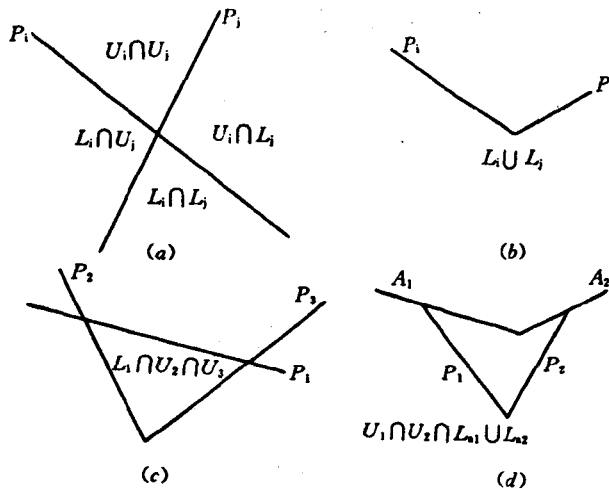


图 1.6 块体种类

(a)无限凸块体; (b)无限凹块体; (c)有限凸块体; (d)有限凹块体

(1) 无限凸块体

无限凸块体 $U_i \cap U_j$ 各点坐标为下列两式的联立解：

$$\left. \begin{aligned} U_i: & A_i x + B_i y + C_i z > D_i \\ U_j: & A_j x + B_j y + C_j z > D_j \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

(2) 无限凹块体

凡满足下式之一的各点坐标均在无限凹块体 $L_i \cup L_j$ 内：

$$\left. \begin{aligned} L_i: & A_i x + B_i y + C_i z < D_i \\ L_j: & A_j x + B_j y + C_j z < D_j \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

$$L_i \cup L_j = U_i \cap L_j + L_i \cap U_j + L_i \cap L_j \quad (1.17)$$

(3) 有限凸块体

互不平行的四个或四个以上平面才可能围成一个有限块体,而且不可能都是上盘或都是下盘,必然由相反的盘体才可能构成有限体,至少有一个或一个以上的盘体与其他盘体相反,否则总有一个方向可以无限伸展,故有限凸块体是部分上盘和部分下盘的交集。即 $U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_n \cap L_1 \cap L_2 \cap \dots \cap L_m$, 其各点坐标为下列两式的联立解:

$$\left. \begin{array}{l} U_i: A_i x + B_i y + C_i z > D_i \\ \quad i = 1, 2, \dots, n \\ L_j: A_j x + B_j y + C_j z < D_j \\ \quad j = 1, 2, \dots, m \end{array} \right\} \quad (1.18)$$

其中 $i \geq 1; j \geq 1; i + j \geq 4$ 。

(4) 有限凹块体

有限凹块体是由部分半空间的交集和部分半空间的并集所构成的。设平面 A_1 和 A_2 形成一个凹面,则有限凹块体为 $U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_n \cap L_1 \cap L_2 \cap \dots \cap L_m \cap L_{a1} \cup L_{a2}$ 。当然也可能是 $U_{a1} \cup U_{a2}$ 形成的凹面与其它半空间交集构成凹块体。凡满足下列两套联立方程式之一的各点坐标均在有限凹块体内:

$$\left. \begin{array}{l} U_i: A_i x + B_i y + C_i z > D_i \\ \quad i = 1, 2, \dots, n \\ L_j: A_j x + B_j y + C_j z < D_j \\ \quad j = 1, 2, \dots, m \\ L_{a1}: A_{a1} x + B_{a1} y + C_{a1} z < D_{a1} \end{array} \right\} \quad (1.19)$$

其中 $i \geq 1$ 或 $j \geq 1; i + j \geq 3$

$$\left. \begin{array}{l} U_i: A_i x + B_i y + C_i z > D_i \\ \quad i = 1, 2, \dots, n \\ L_j: A_j x + B_j y + C_j z < D_j \\ \quad j = 1, 2, \dots, m \\ L_{a2}: A_{a2} x + B_{a2} y + C_{a2} z < D_{a2} \end{array} \right\} \quad (1.20)$$

其中 $i \geq 1$ 或 $j \geq 1; i + j \geq 3$ 。

1.2.2 有限块体的投影

岩体工程中失稳的块体都是有限块体。首先工程技术人员要力求简捷地判断有限块体的相对位置,在确定其存在并有失稳危险时,才需要计算其大小并寻求工程对策,因此投影判断便十分必要。投影时将平面平移通过坐标原点,有限块体则缩小为坐标原点,见图 1.7 及图 1.8。

(1) 有限凸块体投影 有限凸块体方程式投影后改写为:

$$\left. \begin{array}{l} U_i: A_i x + B_i y + C_i z > 0 \\ \quad i = 1, 2, \dots, n \\ L_j: A_j x + B_j y + C_j z < 0 \\ \quad j = 1, 2, \dots, m \end{array} \right\} \quad (1.21)$$

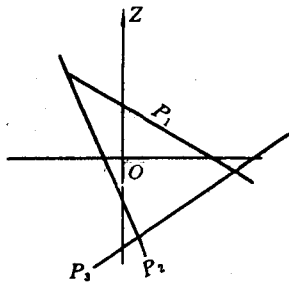


图 1.7 有限块体示意图

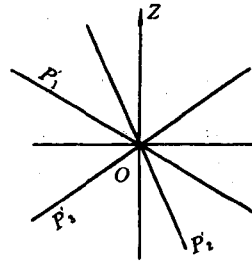


图 1.8 有限块体投影后示意图

式中 $i \geq 1; j \geq 1; i + j \geq 4$ 。

如果该方程只有一个解——坐标原点(0,0,0),则该方程式代表的交集为有限凸块体。如果方程式(1.21)有一个解 $(x_1, y_1, z_1) \neq (0, 0, 0)$, 只要 $t > 0$, 则 (tx_1, ty_1, tz_1) 也是方程式(1.21)的解。而 t 可以是无限大, 块体也将为无限大。因此半空间投影的交集为空集 \emptyset , 则实物为有限凸块体。即有限凸块体的投影判断式为:

$$U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_n \cap L_1 \cap L_2 \cap \dots \cap L_m = \emptyset \quad (1.22)$$

(2) 有限凹块体 有限凹块体方程式投影后改写为:

$$\left. \begin{aligned} U_i: & A_i x + B_i y + C_i z > 0 \\ & i = 1, 2, \dots, n \\ L_j: & A_j x + B_j y + C_j z < 0 \\ & j = 1, 2, \dots, m \\ L_{a1}: & A_{a1} x + B_{a1} y + C_{a1} z < 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

其中 $i \geq 1$ 或 $j \geq 1; i + j \geq 3$ 。

$$\left. \begin{aligned} U_i: & A_i x + B_i y + C_i z > 0 \\ & i = 1, 2, \dots, n \\ L_j: & A_j x + B_j y + C_j z < 0 \\ & j = 1, 2, \dots, m \\ L_{a2}: & A_{a2} x + B_{a2} y + C_{a2} z < 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.24)$$

其中 $i \geq 1$ 或 $j \geq 1; i + j \geq 3$ 。

由于凡满足上述两套联立方程式之一的各点坐标均在凹块体内, 则必须上述两套联立方程式都只有一个解——坐标原点(0,0,0), 它们所代表的块体才是有限凹块体, 即有限凹块体的投影判断式为:

$$U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_n \cap L_1 \cap L_2 \cap \dots \cap L_m \cap L_{a1} \cup L_{a2} = \emptyset \quad (1.25)$$

1.3 块体有限性判断

1.3.1 判断准则

无论有限凸块体或有限凹块体的投影都是坐标原点。根据这一规律可以求算(1.21)或(1.23)和(1.24)的解是否等于(0,0,0), 从而判断块体是否有限。一般情况下已知岩体中的

弱面产状, 不难列出弱面所构成的半空间方程式。但是求方程式的解, 工作量却很大。试想一个有限块体至少有四个平面, 而每个平面有上下盘两种可能。组合以后有 $U_1 \cap U_2 \cap U_3 \cap U_4$; $U_1 \cap U_2 \cap U_3 \cap L_4$; $U_1 \cap U_2 \cap L_3 \cap L_4$ ……等 16 种可能, 则至少需求 16 组方程式的解, 对于凹块体还需成倍增加。为了简化起见, 可以用平面投影的交点与半空间投影的相对位置, 判断块体的有限性。因为有限块体的投影已缩小为一个点, 则其投影区内将不包含 $(0, 0, 0)$ 以外的交点, 故可用块体投影区内是否包含交点的投影作为有限性的判断准则。

任意两个平面投影是两个圆, 必有两个交点。两个交点的连线就是两面交线的投影。交线必通过参照球心, 因为参照球心是任意平面的公共点。球心位于赤道平面。既然交线通过球心, 也就是通过赤道平面。换言之, 赤道平面将任意两个平面交线分成上下两截, 使其一端位于赤道平面的上盘, 另一端位于赤道平面的下盘。因此任意两个平面投影的交点中, 一个位于参照圆内(上盘), 另一个则位于参照圆外(下盘)。为了便于区分, 我们称位于参照圆内的交点为高交点, 称位于参照圆外的交点为低交点。同样原理, 任意两面的交线于参照球心处穿过第三平面。因此任意两个平面投影的交点中, 一个位于第三平面投影圆内(上盘), 另一个则位于第三平面投影圆外(下盘)。我们只要查明高交点与第三平面的相对位置, 则低交点的位置也不查自明。如果所有平面两两相交的交点投影都不在所分析的块体投影内, 则该块体为有限块体。于是具体的判断步骤是: 先计算两面相交的高交点坐标, 查明其与各个平面的相对位置, 然后作出判断。

1.3.2 两面交点

(1) 两个倾斜平面

已知两平面 P_i, P_j 的产状分别为 $(\alpha_i, \beta_i), (\alpha_j, \beta_j)$, 由(1.9)式可得平面投影方程式:

$$\left. \begin{aligned} P_i: & (x - R \operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i)^2 + (y - R \operatorname{tg} \alpha_i \cos \beta_i)^2 = \frac{R^2}{\cos^2 \alpha_i} \\ P_j: & (x - R \operatorname{tg} \alpha_j \sin \beta_j)^2 + (y - R \operatorname{tg} \alpha_j \cos \beta_j)^2 = \frac{R^2}{\cos^2 \alpha_j} \end{aligned} \right\} \quad (1.26)$$

联立求解可得 P_i, P_j 投影的交点坐标 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$:

① 当 $\operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i - \operatorname{tg} \alpha_j \sin \beta_j \neq 0$

$$x = \frac{-AR}{A^2 + 1} (-B \pm \sqrt{B^2 + A^2 + 1}) \quad (1.27)$$

$$y = \frac{1}{A^2 + 1} (-B \pm \sqrt{B^2 + A^2 + 1})$$

式中

$$A = \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \cos \beta_i - \operatorname{tg} \alpha_j \cos \beta_j}{\operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i - \operatorname{tg} \alpha_j \sin \beta_j}$$

$$B = A \operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i - \operatorname{tg} \alpha_j \cos \beta_j$$

② 当 $\operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i - \operatorname{tg} \alpha_j \sin \beta_j = 0$

$$x = R(\operatorname{tg} \alpha_i \sin \beta_i \pm \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_i \sin^2 \beta_i + 1}) \quad (1.28)$$

$$y = 0$$

(2) 一个倾斜平面, 一个铅垂平面

已知两平面 P_i, P_j 的产状(倾角、倾向)分别为 $(\alpha_i, \beta_i), (\frac{\pi}{2}, \beta_j)$, 由(1.9)式及(1.11)式可得平面投影方程式:

$$\left. \begin{aligned} P_i: & (x - R\operatorname{tg}\alpha_i \sin\beta_i)^2 + (y - R\operatorname{tg}\alpha_i \cos\beta_i)^2 = \frac{R^2}{\cos^2\alpha_i} \\ P_j: & x\operatorname{tg}\beta_j + y = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.29)$$

联立求解可得 P_i, P_j 投影的交点坐标 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$:

$$\begin{aligned} x &= R\cos^2\beta_j \{ \operatorname{tg}\alpha_i (\sin\beta_i - \cos\beta_i \operatorname{tg}\beta_j) \\ &\quad \pm \sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha_i (\cos\beta_i \operatorname{tg}\beta_j - \sin\beta_i)^2 + \sec^2\beta_j} \} \\ y &= -0.5R\sin 2\beta_j \{ \operatorname{tg}\alpha_i (\sin\beta_i - \cos\beta_i \operatorname{tg}\beta_j) \\ &\quad \pm \sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha_i (\cos\beta_i \operatorname{tg}\beta_j - \sin\beta_i)^2 + \sec^2\beta_j} \} \end{aligned} \quad (1.30)$$

将各平面投影 P_i, P_j 两两相交的交点坐标代入参照圆方程式,符合下式为高交点 $H_{ij}(x_{ij}, y_{ij})$:

$$x_{ij}^2 + y_{ij}^2 \leq R^2 \quad (1.31)$$

1.3.3 交点位置参量

为了表明各高交点与第三平面的相对位置,引入交点位置参量。将各平面投影 P_i, P_j 两两相交的高交点坐标 $H_{ij}(x_{ij}, y_{ij})$ 代入第三平面 P_k 投影方程式:

$$(1) \text{ 如: } (x_{ij} - R\operatorname{tg}\alpha_k \sin\beta_k)^2 + (y_{ij} - R\operatorname{tg}\alpha_k \cos\beta_k)^2 < \frac{R^2}{\cos^2\alpha_k}$$

则高交点 H_{ij} 位于 P_k 面的上盘,令其位置参量:

$$W_k^{ij} = 1 \quad (1.32)$$

如图 1.9(a) 所示。

$$(2) \text{ 如: } (x_{ij} - R\operatorname{tg}\alpha_k \sin\beta_k)^2 + (y_{ij} - R\operatorname{tg}\alpha_k \cos\beta_k)^2 = \frac{R^2}{\cos^2\alpha_k}$$

则高交点 H_{ij} 位于 P_k 面上,令其位置参量:

$$W_k^{ij} = 0 \quad (1.33)$$

如图 1.9(b) 所示。

$$(3) \text{ 如: } (x_{ij} - R\operatorname{tg}\alpha_k \sin\beta_k)^2 + (y_{ij} - R\operatorname{tg}\alpha_k \cos\beta_k)^2 > \frac{R^2}{\cos^2\alpha_k}$$

则高交点 H_{ij} 位于 P_k 面的下盘,令其位置参量:

$$W_k^{ij} = -1 \quad (1.34)$$

如图 1.9(c) 所示。

设定位置参量的目的,是将相对位置数量化,以便运算。将各平面按顺序编号以后,各交点位置参量可以组成如下的位置参量矩阵 (W_k^{ij}) :

$$(W_k^{ij}) = \begin{pmatrix} W_1^{12} & W_2^{12} & \dots & W_n^{12} \\ W_1^{13} & W_2^{13} & \dots & W_n^{13} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_1^{1n} & W_2^{1n} & \dots & W_n^{1n} \\ W_1^{23} & W_2^{23} & \dots & W_n^{23} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_1^{(n-1)n} & W_2^{(n-1)n} & \dots & W_n^{(n-1)n} \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

n 个平面中如有两个平面 A_1 和 A_2 形成一个凹面,则可分别形成两个位置参量矩阵

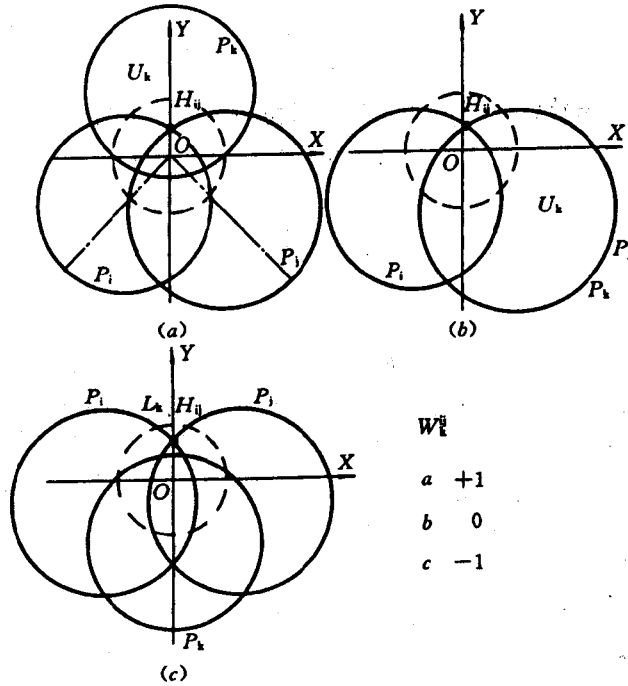


图 1.9 位置参量

$(W_k^i)_{a1}$ 和 $(W_k^i)_{a2}$:

$$(W_k^i)_{a1} = \begin{bmatrix} W_1^{12} & W_2^{12} & \dots & W_{a1}^{12} \\ W_1^{13} & W_2^{13} & \dots & W_{a1}^{13} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_1^{1a1} & W_2^{1a1} & \dots & W_{a1}^{1a1} \\ W_1^{23} & W_2^{23} & \dots & W_{a1}^{23} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_1^{(n-2)a1} & W_2^{(n-2)a1} & \dots & W_{a1}^{(n-2)a1} \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

$$(W_k^i)_{a2} = \begin{bmatrix} W_1^{12} & W_2^{12} & \dots & W_{a2}^{12} \\ W_1^{13} & W_2^{13} & \dots & W_{a2}^{13} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_1^{1a2} & W_2^{1a2} & \dots & W_{a2}^{1a2} \\ W_1^{23} & W_2^{23} & \dots & W_{a2}^{23} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_1^{(n-2)a2} & W_2^{(n-2)a2} & \dots & W_{a2}^{(n-2)a2} \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

如果有 m 个平面组成一个凹面, 则有 m 个位置参量矩阵。

1.3.4 块体空间参量

为了便于运算, 半空间与平面的相对位置用空间参量 V_i 表示。

$$\begin{aligned}
 P_i \text{ 面的上盘 } U_i: & \quad V_i=1 \\
 P_i \text{ 面的下盘 } L_i: & \quad V_i=-1 \\
 \text{与 } P_i \text{ 面无关:} & \quad V_i=0
 \end{aligned}
 \tag{1.38}$$

将各平面按顺序编号后,各半空间的空间参量可组成如下凸块体空间参量矩阵 (V_k) :

$$(V_k) = \begin{bmatrix} V_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & V_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & V_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & V_n \end{bmatrix}
 \tag{1.39}$$

每一平面都有上下盘两种可能, n 个平面可组成 2^n 个半空间交集,即 2^n 个空间参量矩阵。如果是凹块体,至少有两个平面 A_1 和 A_2 形成一个凹面,其他平面分别与 A_1 或 A_2 形成两个块体空间参量矩阵,必须在这两个块体中都没有交点,凹块体才是有限的。如果有 n 个平面,其中包括两个平面 A_1 和 A_2 ,可组成 $2 \times 2^{n-1}$ 个半空间交集,即 $2 \times 2^{n-1}$ 个空间参量矩阵: $(V_k)_{a1}$ 和 $(V_k)_{a2}$ 。如果有 m 个平面形成一个凹面,则可组成 $m \times 2^{n-2}$ 个半空间交集,即 $m \times 2^{n-2}$ 个空间参量矩阵。

$$(V_k)_{a1} = \begin{bmatrix} V_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & V_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & V_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & V_{a1} \end{bmatrix}
 \tag{1.40}$$

$$(V_k)_{a2} = \begin{bmatrix} V_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & V_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & V_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & V_{a2} \end{bmatrix}
 \tag{1.41}$$

用交点位置参量矩阵和这些块体空间参量矩阵相乘,可查明块体的有限性。

1.3.5 判别矩阵

将交点位置参量矩阵和块体空间参量矩阵相乘,形成判别矩阵 (D) ,可判别块体中是否有非零交点。如没有非零的交点,则块体是有限的。

$$(D) = (W_i^j)(V_k)
 \tag{1.42}$$

将式(1.35)和式(1.39)代入式(1.42)得:

$$(D) = \begin{bmatrix} W_1^{12}V_1 & W_2^{12}V_2 & \cdots & W_n^{12}V_n \\ W_1^{13}V_1 & W_2^{13}V_2 & \cdots & W_n^{13}V_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_1^{1n}V_1 & W_2^{1n}V_2 & \cdots & W_n^{1n}V_n \\ W_1^{23}V_1 & W_2^{23}V_2 & \cdots & W_n^{23}V_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_1^{(n-1)n}V_1 & W_2^{(n-1)n}V_2 & \cdots & W_n^{(n-1)n}V_n \end{bmatrix}
 \tag{1.43}$$

将式(1.36)和(1.40)或式(1.37)和(1.41)代入式(1.42)可得适用于凹块体的判别矩阵:

$$(D)_{a_1} = \begin{bmatrix} W_1^{12}V_1 & W_2^{12}V_2 & \cdots & W_{a_1}^{12}V_{a_1} \\ W_1^{13}V_1 & W_2^{13}V_2 & \cdots & W_{a_1}^{13}V_{a_1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_1^{1a_1}V_1 & W_2^{1a_1}V_2 & \cdots & W_{a_1}^{1a_1}V_{a_1} \\ W_1^{23}V_1 & W_2^{23}V_2 & \cdots & W_{a_1}^{23}V_{a_1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_1^{(n-2)a_1}V_1 & W_2^{(n-2)a_1}V_2 & \cdots & W_{a_1}^{(n-2)a_1}V_{a_1} \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

$$(D)_{a_2} = \begin{bmatrix} W_1^{12}V_1 & W_2^{12}V_2 & \cdots & W_{a_2}^{12}V_{a_2} \\ W_1^{13}V_1 & W_2^{13}V_2 & \cdots & W_{a_2}^{13}V_{a_2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_1^{1a_2}V_1 & W_2^{1a_2}V_2 & \cdots & W_{a_2}^{1a_2}V_{a_2} \\ W_1^{23}V_1 & W_2^{23}V_2 & \cdots & W_{a_2}^{23}V_{a_2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_1^{(n-2)a_2}V_1 & W_2^{(n-2)a_2}V_2 & \cdots & W_{a_2}^{(n-2)a_2}V_{a_2} \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

判别矩阵中每一项 $W_i^j V_k$ 表示某一交点与某个半空间的关系,分别有以下几种情况:

(1) $W_i^j V_k = 0$

可能是 1×0 —— K 面不是所分析块体的界面;

可能是 0×1 ——交点在 K 面上,但不一定在所分析块体的棱边上。

(2) $W_i^j V_k = 1$

可能是 1×1 ——高交点在 K 面上盘,所分析的块体也是 K 面上盘;

可能是 -1×-1 ——高交点在 K 面下盘,所分析的块体也是 K 面下盘,即 P_i, P_j 两面的交线是所分析块体的棱边。

(3) $W_i^j V_k = -1$

可能是 -1×1 ——低交点在 K 面上盘,所分析的块体也是 K 面上盘;

可能是 1×-1 ——低交点在 K 面下盘,所分析的块体也是 K 面下盘,即 P_i, P_j 两面的交线是所分析块体的棱边。

判别矩阵中每一行表示某一交点与各个半空间的关系。如果同一行中各项都为0,说明该交点不在所分析的块体内;如果同一行中各项既有0又有1,说明高交点在所分析的块体内;如果同一行中各项既有0又有-1,说明低交点在所分析的块体内;如果同一行中各项既有+1又有-1,说明高、低交点都在所分析的块体内,除非块体位于这两个平行面之间,否则是不可能的,说明该交点不在所分析的块体内。如果任一行中判断有一个交点在所分析的块体内(无论是高交点或低交点),则该块体为无限块体。如果各行判断结果无一交点在所分析的块体内,则该块体为有限块体。

常识告诉我们,有限块体至少有4个界面,判别矩阵也可以证明这一点。因为在3个平面情况下,只有3个高交点,高交点位置参量矩阵与块体参量矩阵都是 3×3 的方阵。每一行必有一个非零整数,也只有一个非零整数,所以判别矩阵不可能全为零。而且每一行只有一个非零整数,不可能产生既有+1又有-1的矛盾情况,因此块体中必有交点,也即一定是无

限块体。

1.3.6 图形判断

根据赤平极射投影原理,可以根据平面产状(倾角 α , 倾向 β)作出各面投影圆。以坐标原点为圆心,以 R 为半径,作参照圆。以指北针为极坐标的基准线,此方向为 $\theta=0$,向顺时针方向旋转,以 $\theta=\beta, \rho=R \operatorname{tg} \alpha$ 为圆心,以 $\frac{R}{\cos \alpha}$ 为半径作一圆,即得平面投影。圆内部分是该面的上半空间投影,圆外无限扩展部分则是该面的下半空间投影。几个不同平面投影圆弧所包围的区域为半空间交集。如图 1.9 中,圆 i 和圆 j 的交汇部分,即它们的公共上盘为 $U_i \cap U_j$ 。位于圆 i 的圆内,同时又位于圆 j 的圆外部分为 $U_i \cap L_j$ 。圆 i 和圆 j 两者圆外的公共部分为 $L_i \cap L_j$ 。圆 i 、圆 j 和圆 k 的交汇部分,即它们三者的公共上盘为 $U_i \cap U_j \cap U_k$ 。凹块体为两个或两个以上半空间的并集。在投影图中,几个不同平面投影圆内区域之和或圆外区域之和为半空间并集。如图 1.9 中,凹块体 $L_i \cup L_j$ 是圆 i 和圆 j 两者圆外区域之和,即使是圆 i 的圆内区域,但只要位于圆 j 之外;同样,即使是圆 j 的圆内区域,但只要位于圆 i 之外,都属于该凹块体的投影区域。根据有限块体投影为零的原理,在投影图上则表现为:4 个或 4 个以上平面中,一部分平面投影圆弧所包围的区域,与另一部分平面投影圆弧所包围的区域无公共部分,则它们所代表的半空间交集为有限凸块体。一部分平面投影圆的圆内区域之和或圆外区域之和,与另一部分平面投影圆弧所包围的区域无公共部分,则它们所代表的空间为有限凹块体。

图形判断方法比解析方法简单、直观,比手工计算快,但不便于运用计算机。在没有计算机程序的条件下,图形判断是很好的工具。在有计算机程序的条件下,图形判断也是很好的辅助手段。

1.4 有限块体的分析方法

1.4.1 四面凸块体

设岩体中有下表所列的 4 个弱面,求被这些弱面切割的有限凸块体的相对位置。

表 1.1 弱面产状

	P_1	P_2	P_3	P_4
倾角 $\alpha(^{\circ})$	60	65	42	80
倾向 $\beta(^{\circ})$	150	205	245	135

(1) 设参照圆半径 $R=1$,按(1.10)式写出参照圆方程式;根据弱面产状按(1.9)式列出各弱面投影方程式:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{参照圆:} \quad x^2 + y^2 = 1 \\
 P_1: \quad (x - 0.866)^2 + (y + 1.50)^2 = 4.0 \\
 P_2: \quad (x + 0.906)^2 + (y + 1.94)^2 = 5.6 \\
 P_3: \quad (x + 0.816)^2 + (y + 0.381)^2 = 1.81 \\
 P_4: \quad (x - 4.01)^2 + (y + 4.01)^2 = 33.2
 \end{array} \right\} \quad (1.46)$$

(2) 按(1.27)式求各弱面两两相交的交点坐标,并代入参照圆方程式区分高低交点。将

各交点坐标列入表 1.2 中,表中对角线右上方为高交点坐标。

表 1.2 弱面交点坐标

	P_1	P_2	P_3	P_4
P_1		-0.067, 0.269	0.273, 0.41	0.344, 0.431
P_2	0.876, -3.5		0.483, -0.028	0.086, 0.205
P_3	-1.12, -1.69	-2.07, 0.119		0.290, 0.386
P_4	-1.132, -1.418	-1.747, -4.156	-1.245, -1.656	

(3) 将各高交点坐标代入(1.46)式,按(1.32)~(1.34)式确定各高交点的位置参量,列入表 1.3 中,即为位置参量矩阵(W_{ij}^k)。

表 1.3 高交点位置参量 W_{ij}^k

ij	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$
12	0	0	1	-1
13	0	-1	0	-1
14	0	-1	-1	0
23	1	0	0	1
24	1	0	1	0
34	1	-1	0	0

(4) 由于高交点的位置参量矩阵(W_{ij}^k)已知,有限块体空间参量矩阵(V_k)待求,可按式(1.43)式写出判别矩阵(D):

$$(D) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & V_3 & -V_4 \\ 0 & -V_2 & 0 & -V_4 \\ 0 & -V_2 & -V_3 & 0 \\ V_1 & 0 & 0 & V_4 \\ V_1 & 0 & V_3 & 0 \\ V_1 & -V_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.47)$$

(5) 此处只有 4 个平面,欲构成有限块体,任一空间参量 V_k 不能等于零,只有可能等于 +1 或 -1;有限块体内不应有任何交点,即判别矩阵中任一行非零整数不相同,因此每行可列出一个不等式:

$$\left. \begin{array}{ll} V_3 \neq -V_4; & V_2 \neq V_4; \\ V_2 \neq V_3; & V_1 \neq V_4; \\ V_1 \neq V_3; & V_1 \neq -V_2 \end{array} \right\} \quad (1.48)$$

满足(1.48)式各个不等式共有两组解答:

$V_1=1; V_2=1; V_3=-1; V_4=-1$ 和 $V_1=-1; V_2=-1; V_3=1; V_4=1$ 。

即 $U_1 \cap U_2 \cap L_3 \cap L_4$ 及 $L_1 \cap L_2 \cap U_3 \cap U_4$ 为有限凸块体。

(6) 图形判断