

01-1
0043

《普通高等学校专业指南丛书》

知识结构的基础

——数学类专业

主编 韩邦彦

副主编 刘盛纲 鄢国森 王建华 卢铁城

四川教育出版社

责任编辑：何伍鸣

封面设计：杨 林

版面设计：王 凌

知识结构的基础——数学类专业

四川教育出版社出版
四川省新华书店经销

(成都盐道街三号)
温江人民印刷厂印刷

开本787×960毫米 1/32 印张5 插页2 字数81千
1988年2月第二版 1988年2月第二次印刷
印数：1,201—2,670册

ISBN7—5408—0338—x/G·321

定价：0.89元

内容简介

为了尽快培养专门人才，我国高校数学系设置了若干专业。不过数学是一个整体，不同专业有许多相同的基础课。本书简略介绍了数学类专业的几门重要基础课，并对各专业作了简单介绍，以帮助高中学生初步了解高等数学的起步。还解释了数学的特征——高度抽象、逻辑严密、应用广泛。最后，对打算报考数学系的同学应作的思想准备，提出了一点建议。

本书主要供高中毕业生选报升学志愿使用，也可为学生家长、高等院校、党政教育管理部门及各用人单位参考。

序

高等教育是建立在普通教育基础上的专业教育，是以培养各种专门人才为目标的。高校的招生和毕业分配，都以专业设置为前提。因此，进行专业划分，按专业组织教学和训练，是高教区别于普教的一个基本特点。

我国高校的专业设置，大多数是按国民经济和上层建筑各个领域来确定的，也有的按学科、产品或工程对象进行划分。解放以来，我国高校专业设置几经调整、变化，从正、反经验中明确了合理进行专业划分应该体现的几条原则，这就是：要适应我国社会主义现代化建设的需要；要注意现代科学技术发展的趋向；要符合人才培养的规律；要有利于人才跨专业的流动；要考虑分层次、分类型的具体培养目标的不同要求。

根据这些原则，近年来在国家教委领导下，全国在专业的合理调整上做了大量工作，初步解决了一些专业划分不合理、口径过窄、名目繁杂，培养的学生知识面不够，在确定专业结构、比例、布局

和招生数量上还带有某些盲目性等问题。目前，工科、农科新的专业目录已经完成，文科、理科、医科新的专业目录正在加紧制定，这是提高高教质量的一项重要基本建设。

编写出版《全国普通高等学校专业指南丛书》，基本上以上述新的专业目录为依据，适当按类归并，分成若干小册子加以介绍，内容力求通俗易懂，生动可读，既体现科学性，又注意趣味性，既供青年学生选择升学志愿时参考，又有助于社会各界了解高校专业情况，以便做好育才、选才、用才的工作。

青年渴望成才，时代也在呼唤青年成才。要成才，首先要立志。“志不立，天下无可成之事。”立志，就是指树立理想。它包括了树立符合社会发展方向的社会理想，树立社会主义的、乃至共产主义的道德理想，也包括树立既满足社会需要、又符合个人志趣的职业理想。显然，职业理想是与成才息息相关的，它关系着今后成什么才和怎么成才的大问题。

从中学到大学，青年同学都要在职业理想上进行一番考虑。虽然在一生中有的人的职业会有所变动，对于青年人来说也还有“志愿可树”的一面，但高考之前进行升学志愿的填报，不能不说是青年同学职业定向的重大选择。对此，不可等闲视之，

应该通过青年同学自身的努力，通过学校、家庭、社会的指导和帮助，把它办好。

怎样正确树立职业理想，填好升学志愿呢？高考实践说明，应该注意几个方面的问题：第一，要了解有关专业的情况，避免盲目性。包括了解有关专业在社会主义建设和人民生活中的地位、作用；了解它的发展现状和未来前景；了解培养目标、学习内容和范围等等。只有这样，才能使学生的志向、爱好、特长和职业选择结合得更好，这对高校选才育人、计划的实施和社会主义建设事业的发展，无疑是有利的。第二，要把个人的理想和祖国的需要紧密结合起来。马克思就青年选择职业时首先考虑什么，讲过一段话，他说：“如果我们选择了最能为人类福利而劳动的职业，我们就不会为它的重负所压倒，因为这是为人类所做的牺牲；那时，我们感到的将不是一点点自私可怜的欢乐，我们的幸福将属于千万人。”这个名言应该作为青年同学选择社会职业时的正确方向。事实证明：只有个人志向与国家的需要对上口，才有实现的可能，才有广阔施展的天地，否则是难于实现的，甚至将成为空想。第三，要使个人德、智、体的实际状况与报考的院校和专业的要求对口。对自己在这三个方面的估计要得当，基于这种实事求是的估计所报考的志愿，往往才易于实现，否则会导致失误。在

这方面有个扬长避短的问题。一个人所选定的专业意向如果与自己的志趣专长结合起来，在高考选才和今后成才的过程中，他就容易处于优势；相反，如果选定专业意向时“长”“短”不分或“长”“短”倒置，他就会在选才和成才过程中处于劣势。在这方面还有个量才定位的问题，这就是根据自己的知识水平、智力程度和其它条件，定一个报考升学志愿的适当高度，并在填报志愿顺序上拉开梯度，这样才能增大录取的可能性。

随着高校招生改革的深入，填报专业志愿的作用会越来越大，志愿指导工作也会越来越重要。愿这本《指南》在考生面临职业分工的重大选择时，能够有所裨益；愿这本《指南》能为学校、家庭和社会正确指导考生进行专业选择上有所裨益！

韩邦彦

1986年11月

写在前面

我们面临着一个困难的任务：向以高中学生为主体的读者介绍我国普通高等学校所设置的数学类专业。希望他们对这些专业的学习内容、培养目标等问题有一个初步的了解，作为高中毕业后报考高等院校选择专业时的一个参考。

困难在于“数学是什么？”或者“高等数学是什么？”这样的问题，不能通过哲学概括、语文学定义或者一种迂回的说法，来作出令人满意的回答。为了正确理解高等数学，最好的办法是学习高等数学。尽管如此，我们还是要对数学类专业泛泛地说上几句，作一个“素描”，走马观花地参观一下高等数学园地。

数学是研究现实世界中的“数”与“形”及其相互关系的一门科学。它是一门历史悠久，内容丰富而应用又极为广泛的基础学科。远在上古时期，人们为了生产和生活的需要，就从实践中产生了数与形的概念。经历了两千多年，数学已由研究常量及其运算规律为主要内容的初等数学，发展到研究

变量及其规律的高等数学；由研究反映客观世界中各种必然现象里量的关系的经典数学，发展到研究客观世界中偶然现象（或者叫做随机现象）规律性的随机数学和研究各种模糊现象规律性的模糊数学。近几十年来，数学通过扩展其研究对象和应用范围，通过在理论上建立更高度抽象的、更新颖的概括性概念，而发展成为现代数学。

随着现代科学技术的发展，人们已不满足于对事物进行定性的讨论而要求对事物进行定量的研究。现代数学已渗透到许多学科的前沿，它的理论与方法已被广泛而深刻地运用于自然科学乃至社会科学的各个领域。今天，不但在天文学、力学、物理学和技术科学中，数学起着众所周知的重要作用，而且在那里过去认为很少用到数学，或者几乎不用数学的学科中，例如在生物学、地质学中，也大有用武之地。这些方面的专家们常常为现代文献中广泛应用的数学理论与方法所困惑，他们迫切要求提高数学水平，以便能看懂他们本行业的科学论文。这种情况不仅出现于自然科学中，而且也出现于一些社会科学（如经济学、管理学、语言学等）中。

科学已成为一个分支林立的学科门类。目前，在我国高校理科数学类里，设置有基础数学、应用数学、计算数学与应用软件、概率论与数理统计、数理逻辑、运筹学与控制论、计算机软件、计算机

科学、计算机系统结构、信息科学等十几个专业。

这些专业都是在高等数学与现代数学理论和方法的发展过程中，在数学的理论与方法日益被自然科学、社会科学的各个学科所运用的过程中，特别是随着计算机的出现和广泛应用而建立和发展起来的。这些专业开设有大体相同的基础课，都要求掌握高等数学与现代数学的基础理论与方法，以及基本计算能力。大学毕业以后，能逐渐从事数学的研究与教学，或从事数学在某方面应用的研究与实际工作。因此，我们不去一个一个地介绍这些专业，而是通过对几门主要基础课的部份内容，尽可能通俗地介绍，使读者对高等数学有一个初步的了解。从而知道大学里的数学要“讲些什么？”，“要求什么？”，学了之后“干些什么？”作为选择专业时的一个参考。顺便提一句，所谓通俗，并不是指对书上介绍的内容随便翻翻，一目十行便能完全了解。大家都知道，科学无坦途，没有专门为帝王准备的数学。

现就数学类各专业简介于后。

基础数学：培养学生掌握数学的基础理论和方法，能在科学研究单位、高校等部门从事数学研究、教学并将数学运用于其他领域的高级科技人才。

应用数学：培养获得应用数学研究的基本训练能在生产及管理部门、科研单位、高等院校从事实

际应用、开发研究、应用数学理论研究、教学等工作的高级科学技术人才。

概率论与数学统计：培养掌握数理统计的基本理论与方法，能在统计、经济、管理等部门，科研单位、高等院校从事数理统计学的应用研究、开发研究、理论研究等工作的高级科学技术人才。

计算数学与应用软件：培养具有坚实的计算数学与应用软件基础，能在科研单位、高等院校和生产实际部门从事计算数学及其应用软件的研究、教学 and 实际应用工作的高级科学技术人才。

运筹学与控制论：一门边缘性学科，是近代科学中信息论、系统论、控制论的理论基础之一。培养掌握其基本理论和方法，能在生产与计划部门、管理部门、科研单位、高等院校从事实际应用、理论研究、教学等工作的高级科学技术人才。

目 录

序.....	1
写在前面.....	1
微积分——数学分析的基础.....	1
一、积分——和数的极限.....	4
二、导数——差商的极限.....	8
三、牛顿与莱布尼兹公式——微积分的 基本定理.....	12
四、无限——危险的陷井.....	15
五、极限——无限数学的基础.....	19
六、极限交换次序——分析中的一个重 要课题.....	33
勒贝格积分——黎曼积分的改进.....	36
一、勒贝格积分——实变函数论的重要 课题.....	37
二、测度——长度概念的推广.....	39
复变函数论——复数域中的微积分.....	51
一、解析函数——复变函数论的主要对 象.....	52

二、保角变换——解析函数的一个重要应用	64
线性代数学——现代数学的摇篮	66
变形—求解—反演法——数学工具箱中一件宝	82
抽象——数学的基本特征	92
一、认识无止境 抽象无限度	93
二、数学的语言——符号	98
三、数学的公理化、结构化	102
逻辑严密——抽象的亲密伙伴	109
应用广泛——抽象的目的与必然	116
为你成才助一臂之力	124
专业分布一览表	135

微积分——数学分析的基础

16世纪以前的数学是研究常量及其运算规律的初等数学发展的时期。到了16世纪，人们对于运动的研究变成了自然科学的中心问题。例如，开普勒（1571—1630）关于行星绕日运动的研究，发现行星是沿着椭圆形轨道围绕太阳运动。伽利略（1564—1642）对抛掷物体的轨线进行研究，确定了抛掷物体的轨线是抛物线。对运动的研究，要求对于各种变化过程、运动过程，变化着的量以及一个量与另一个量的依赖关系提供一个从数量上进行研究的方法。数学研究对象的这种质的扩展就决定了数学由常量数学向变量数学过渡，在数学中产生了变量和函数的概念，以及专门研究函数的领域——数学分析。

《数学分析》这门课的主要研究对象是函数，确切地说，是以一个或若干个实数为自变量，而函数值是实数的函数。它的主要内容有函数的微分、导数，函数的（黎曼）积分，微分、积分的应用，

级数（特别是幂级数与付氏级数）理论，以及研究函数的重要工具——极限。

建立变量数学的第一个决定性步骤是笛卡儿坐标的引进。笛卡儿（1596—1650）想要创造一种方法，以便用来解决所有的几何问题，给出前面提到的椭圆、抛物线等问题的一般解法。1637年笛卡儿在他的《几何学》中引进了坐标概念，这在中学已经学过，即在平面内画两条互相垂直而且相交的数轴，水平的叫做 x 轴或横轴，取向右的方向为正方向；垂直的叫做 y 轴或纵轴，取向上的方向为正方向。两条数轴的交点叫原点。两条数轴上的长度单位，一般取相同的单位。这样就在平面上建立了一个直角坐标系，有了坐标系，平面内任意一点 M ，都有一对有序实数 (x, y) 和它对应（见图1）。反之，对任意一对有序实数 (x, y) ，在坐标系内可以找到一点 M 和有

序实数 (x, y) 对应。这对有序实数就是点 M 的坐标。

笛卡儿坐标的引入，是数学发展史上的一次革命，它建立了平面上的点与有序实数 (x, y)

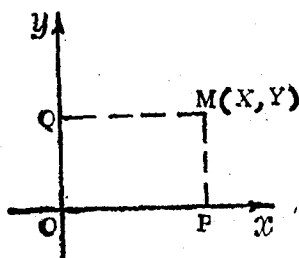


图1

之间的一一对应关系，促成平面的“算术化”。在笛卡儿之前，人们遇到带两个未知数的代数方程

$$x^2 + y^2 = a^2$$

时，把 x 和 y 理解为未知数，要由一个方程决定两个未知数，这样的方程是“不定的”，当时，人们对它没有多大兴趣。而笛卡儿不把它看作应该从方程解出未知数，而把它看作两个变量，即视为平面上点的横坐标与纵坐标之间的依赖关系。这样一来，带两个变量的代数方程 $F(x, y) = 0$ 就与平面上一条完全确定的曲线相对应，这条曲线上点的坐标满足该代数方程。所以，在笛卡儿引进坐标之后，变量就进入了数学，几何问题可通过其坐标而运用代数方法来研究了。笛卡儿创立的解析几何方法，可概括为变形——求解——反演法，这是数学中求解问题的一个基本方法。

变量数学发展的第二个决定性步骤是微积分的创立。17世纪，许多科学家继续着开普勒和伽利略的数学工作，注意着两个中心问题。第一个是确定已知曲线的切线问题。第二个是确定已知闭曲线内部面积问题。这些问题成了微积分的起源。牛顿(1642——1727)和莱布尼兹(1646——1716)在17世纪后半叶，续前人的研究，各自独立地发现了这两类问题之间的密切关系，并提出解决这些问题的一般方法，从而形成了微积分学。与解析几

何不同，微积分的研究对象是函数本身，而解析几何，作为一种方法必将名垂史册，不过它的研究对象是几何图形。微积分诞生后，虽然存在一些问题，受到宗教的非难，但它成功地解决了许多实际问题。实践证明它是认识自然的有力工具，因此为许多人所研究，并加以发展，内容日益丰富，在数学中确立了不容置疑的地位。大学数学各类专业一开始要学的一门基础课就是数学分析，其内容主要是微积分。就是理科类其它专业，以及文科类若干专业中《高等数学》这门基础课也以微积分为重要内容。

下面介绍微积分的基本思想与主题。

一、积分——和数的极限

积分学的一个起源是寻求曲边形内部的面积。

设在平面上有一条曲线 $y=f(x)$ 在 x 轴之上($y>0$)，我们考察由曲线 $y=f(x)$ ， x 轴以及通过点 $x=a$ 与 $x=b$ ($a<b$) 而平行于 y 轴的两条直线所围成的区域的面积 S 。

我们知道：长为 p ，宽为 q 的矩形面积等于 pq 。底为 b ，高为 h 的三角形面积等于 $\frac{1}{2}bh$ 。平面上任何一个由折线组成的区域，都可以分解为若干个三角