

矿井通风系统 分析与优化

傅 贵 秦跃平 编著
杨伟民 刘鸣放

机械工业出版社

ISBN7-111-04829-6/TD724

ISBN 7-111-04829-6



9 787111 048299 >

定价:12 元

矿井通风系统分析与优化

傅 贵 秦跃平 编著
杨伟民 刘鸣放



机械工业出版社
北京 1995

(京)新登字第 054 号

内 容 提 要

本书全面系统地论述了矿井通风系统分析与优化的理论、技术与方法。主要内容包括通风系统优化的基本工作方法、主要通风机装置的优化改造技术、通风网络解算的理论与方法及通风系统整体分析与优化的方法等,反映了我国煤矿通风系统优化工作的研究新成果。

本书可供矿井通风工程技术人员阅读,也可供从事矿井通风系统优化工作的研究人员参考,并可作为大专院校师生们的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

矿井通风系统分析与优化/傅贵等编著. -北京:

机械工业出版社,1995.9

ISBN 7-111-04829-6

I. 矿... II. 傅... III. ①矿山通风-通风系统-分析方法
②矿山通风-通风系统-最佳化; IV. TD724

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 12207 号

出 版 人:马九荣(北京市百万庄南街 1 号 邮政编码:100037)

责任编辑:李卫玲 封面设计:秦跃平

机械工业出版社京丰印刷厂·新华书店北京发行所发行

1995 年 9 月第 1 版·1995 年 9 月第 1 次印刷

850mm×1168mm 1/32·8 印张·230 千字

0001—1000 册

定价 12.00 元

前 言

矿井通风系统是由矿井通风网络系统、矿井通风控制系统和矿井主要通风机装置组成的动态系统。为保证矿井安全生产和降低生产成本,这个动态系统应保持最佳运行状态,通风系统优化就是为这一目的而进行的。它是通风管理工作和矿井设计中的一项重要任务和内容。

为保证通风系统的有效性和经济性,应当经常对其进行优化调整。本书编著目的:一是为通风技术管理人员提供一整套通风系统优化工作方法;二是为科研工作者提供较完整系统的参考资料。

本书从整体上论述了通风系统优化工作方法,详细阐明了通风网络分析、优化的理论和方法,总结了风网电算的研究实践以及矿井主要通风机装置的优化调整方法。

本书共分十章,其中第一、二章由秦跃平、刘鸣放合写,第三章由傅贵、秦跃平合写,第四、五章由傅贵编写,第六、七、八章由秦跃平编写,第九、十章由傅贵、杨伟民合编,傅贵目录统阅全书,为全书绘图,并做了最后的修改。

本书是青年同志们的集体创作,汇集了作者们近几年的研究成果,内容新颖,期望能与从事矿井通风工作的同行们交流、切磋并得到指正。

因时间仓促及编著者的水平有限,书中肯定存在不少缺点,欢迎读者批评指正;并向文献著、译者致以深深谢意。

本书编写过程中曾得到中国矿业大学通风安全专业老师们的帮助和支持,王省身教授和张素芬教授在百忙之中审阅了全书,在此一并表示衷心谢意。

编著者

1995年6月

1995.09.20

目 录

前 言	
第一章 数学基础	1
第一节 线性代数基本知识	1
第二节 图论基本知识	17
第二章 矿井通风网络图及其表示方法	27
第一节 矿井通风网络图的基本概念	27
第二节 通风网络图的矩阵表示	29
第三节 通风网络图在计算机内的存储与输入方法	35
第三章 矿井通风基础理论	42
第一节 能量方程	42
第二节 矿井风流的流态和风阻	44
第三节 风流流动基本规律	47
第四章 矿井通风阻力测算	59
第一节 阻力测算的目的	59
第二节 摩擦阻力系数与摩擦风阻的标定	59
第三节 全矿性通风阻力测定	60
第四节 静压感受器和断面速测仪	64
第五节 通风阻力测算误差分析	66
第五章 矿井主要通风机装置的性能测定与优化调整	71
第一节 主要通风机装置性能测定的目的	71
第二节 通风机装置性能测定的理论依据和方法	71
第三节 测定方案	77
第四节 静压和风量的测试方法	79
第五节 通风机性能曲线拟合	83
第六节 通风机装置性能测定误差分析	84
第七节 矿井主要通风机装置的优化改善	90
第六章 基本回路和基本割集的算法	98

第一节	生成树及最小生成树的算法	98
第二节	基本回路组的算法	112
第三节	基本割集组的算法	118
第四节	基本回路组和基本割集组的互算	123
第七章	通风网络自然分风的解算方法	128
第一节	风网电算方法概述	129
第二节	回路风量法解算风网	131
第三节	节点风压法解算风网	156
第四节	割集风压法简介	165
第八章	按需分风与风流调节	169
第一节	风流调节计算方法概述	169
第二节	固定风量区与自然分风区	172
第三节	自然分风区的分块解算法	176
第四节	自然分风区整体解算法	180
第五节	关键路径法调节风压	190
第六节	流线法调节风压	202
第七节	调节点的转移与调节点的数目	210
第九章	矿井通风系统分析	215
第一节	通风系统良好的标志	215
第二节	通风网络调节效果的分析	216
第三节	不合理通风系统实例分析	219
第十章	矿井通风系统优化方法	223
第一节	概述	223
第二节	矿井通风系统方案拟定	223
第三节	通风系统优化的图件准备	230
第四节	矿井需风量计算	231
第五节	风网优化调节	237
第六节	通风系统优选	239
第七节	最优通风系统选择实例	240
参考文献		245

第一章 数学基础

第一节 线性代数基本知识

一、行列式及其性质

(一) 行列式的定义

行列式是一种代数表达式的记号。如表达式 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ 以下列记号表示:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (1-1)$$

上式等号左边称为二阶行列式,它有两行、两列。行列式中的数叫做行列式的元素(或元)。 a_{12} 就是第1行第2列元素。类似地把

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

叫做3阶行列式,它有三行、三列。一般地,假定有 n^2 个数 $a_{ij} (i, j=1, 2, \dots, n)$, 把它们排列成 n 行 n 列,记成

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

叫做 n 阶行列式, a_{ij} 叫做第 i 行第 j 列元素, n 阶行列式是若干项的代数数和,该代数式有以下特点:

1) 每个项是 n 个元素的乘积,这 n 个元素在行列式中每行有一个,每列有一个,因此每项可以写成下列形式

$$a_{1p_1}a_{2p_2}\cdots a_{np_n}$$

其中 a 的第一个下标按 $1, 2, \dots, n$ 的顺序排列,第二个下标 $p_1, p_2, \dots, p_n$ 是 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列。

2) 每项的正负号按以下原则确定:逐次互换两行或两列,把一项的 n 个元素都移到新行列式的主对角线(从左上角到右下角的对角线)上时,所需要互换的次数如果是偶数这项就带正号,如果是奇数这项就

带负号。

3) 因为 n 个数字的排列共有 $n!$ 个, 所以这样的项共有 $n!$ 个, 这些项的代数之和就是该行列式, 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum \pm a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n} \quad (1-2)$$

式中 $\sum$ 是对 $1, 2, \cdots, n$ 的所有排列 $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 取和, 而士号按上述方法确定。

若行列式除对角线上的元素以外, 其它元素都等于零, 则叫做对角形行列式。对角线以下(上)的元素都为零的行列式叫做上(下)三角形行列式。对角形或三角形行列式的值只有一项

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} a_{11} & & & 0 \\ & a_{22} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n-1} & a_{1n} \\ & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & a_{n-1, n-1} & a_{n-1, n} \\ 0 & & & a_{nn} \end{vmatrix} \\ & = \begin{vmatrix} a_{11} & & & 0 \\ a_{21} & a_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \cdots a_{nn} \\ & \begin{vmatrix} 0 & & & a_{1n} \\ & & & \\ & & a_{2n-1} & \\ & \ddots & & \\ a_{n1} & & & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-1, 1} & a_{n-1, 2} & & \\ a_{n1} & & & 0 \end{vmatrix} \\ & = \begin{vmatrix} 0 & & & a_{1n} \\ & & a_{2n-1} & a_{2n} \\ & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn-1} & a_{nn} \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n} a_{2n-1} \cdots a_{n1} \end{aligned}$$

如果记

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

则记

$$D' = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

称行列式 D' 为行列式 D 的转置行列式, 显然 D 也是 D' 的转置行列式。

(二) 行列式的性质

行列式具有以下性质:

性质 1: 行列式与它的转置行列式相等。

性质 2: 互换行列式的两行或两列, 行列式变号。

推论: 行列式中如果有两行(列)完全相同, 那么这个行列式等于零。

性质 3: 行列式的某一行(列)中所有元素同乘以数 k , 等于用 k 乘此行列式。

推论: 行列式中如果有两行(列)成比例, 那么这个行列式等于零。

性质 4: 若行列式的某一行(列)的元素都是两数之和, 则行列式也可写成两个行列式之和。比如:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_1 + c_1 & b_2 + c_2 & \cdots & b_n + c_n \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_1 & b_2 & \cdots & b_n \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_1 & c_2 & \cdots & c_n \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

性质 5: 把行列式的某一行(列)的元素乘以同一数后加到另一行(列)对应的各元素上, 行列式不变。

(三) 行列式的展开

$$D_j = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j-1} & b_1 & a_{1j+1} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2j-1} & b_2 & a_{2j+1} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj-1} & b_n & a_{nj+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

二、矩阵及其运算

(一) 矩阵的定义

由 $m \times n$ 个数 a_{ij} ($i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$) 排列成 m 行 n 列的数表

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

叫做 m 行 n 列矩阵, 简称 $m \times n$ (阶) 矩阵。矩阵中的第 i 行第 j 列上的数 a_{ij} 叫做矩阵的第 i 行第 j 列元素。当 $m=n$ 时, A 称为 n 阶方阵。 A 中的某一行(列)叫做 A 的行(列)向量。元素都为零的矩阵叫做零矩阵。主对角线(从左上角到右下角的对角线)上的元素为 1, 其余元素为零的方阵叫做单位矩阵, 常用符号 E 表示。如果除主对角线元素外, 其余元素都为零, 则这种方阵叫做对角(形)矩阵。若一个方阵对角线以下(上)的元素都为零, 则该方阵叫做上(下)三角(形)矩阵。

(二) 矩阵的运算

1. 矩阵的加法

两个 $m \times n$ 阶矩阵 $A(a_{ij})$ 、 $B(b_{ij})$ 的和等于两个矩阵中对应元素之和构成的矩阵, 以符号 $A+B$ 表示, 即

$$A+B = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

矩阵的加法符合交换律和结合律, 即

$$A+B=B+A$$

$$(A+B)+C=A+(B+C)$$

2. 数与矩阵相乘

一个数 λ 与矩阵 A 相乘等于该数乘以矩阵中每个元素所构成的

新矩阵,以 λA 或 $A\lambda$ 表示。

$$\lambda A = A\lambda = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{bmatrix}$$

3. 矩阵与矩阵相乘

设 $A(a_{ij})$ 是一个 $m \times l$ 矩阵, $B(b_{ij})$ 是一个 $l \times n$ 矩阵, 那么矩阵 A 乘以矩阵 B 是一个 $m \times n$ 矩阵 $C(c_{ij})$, 其中

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{il}b_{lj} = \sum_{k=1}^l a_{ik}b_{kj}$$

$$(i = 1, 2, \cdots, m; j = 1, 2, \cdots, n)$$

并把此乘积记作

$$C = A \cdot B$$

换句话说, 乘积矩阵 $C=AB$ 的第 i 行第 j 列元素是矩阵 A 的第 i 行与矩阵 B 的第 j 列对应元素乘积之和。应当注意, 只有当第一个矩阵的列数与第二个矩阵的行数相同时才能相乘。

矩阵与矩阵相乘符合结合律和分配律, 而不满足交换律。

$$A(BC) = (AB)C$$

$$A(B+C) = AB + AC$$

$$(A+B)C = AC + BC$$

$$AB \neq BA$$

4. 矩阵的转置

把矩阵的行列互换得到的一个新矩阵, 叫做 A 的转置矩阵, 记作 A^T 。矩阵的转置符合以下规律(λ 为数, A, B 为矩阵):

$$(A^T)^T = A$$

$$(\lambda A)^T = \lambda A^T$$

$$(A+B)^T = A^T + B^T$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

如果 n 阶方阵 A 满足 $A^T = A$, 那么 A 称为对称矩阵。

若 $A^T A = E$, 则称 A 为正交矩阵。正交矩阵的转置矩阵为正交矩阵, 两个同阶正交矩阵的乘积也是正交矩阵。

5. 方阵的行列式

由 n 阶方阵 A 的元素所构成的行列式叫做方阵 A 的行列式, 记作 $|A|$ 或 $\det A$, 方阵的行列式满足以下算律 (λ 为数, A, B 为同阶方阵)

$$|A^T| = |A|$$

$$|\lambda A| = \lambda^n |A|$$

$$|AB| = |A| |B| = |BA|$$

若 $|A|$ 不等于零, 则称 A 是非奇异的, 否则称 A 是奇异的。

6. 逆矩阵

如果有 A 和 B 两个方阵, 满足

$$AB = BA = E$$

则说方阵 A 是可逆的, 把方阵 B 叫做 A 的逆矩阵, 用 A^{-1} 来表示 A 的逆矩阵。

方阵 A 可逆的充分必要条件是 $|A| \neq 0$ 。即可逆方阵就是非奇异方阵。如果方阵 A 可逆, 那么, A 的逆矩阵是唯一的。逆矩阵符合以下算律:

(1) 若 A 可逆, 是 A^{-1} 也可逆, 且 $(A^{-1})^{-1} = A$ 。

(2) 若 A 可逆, 数 $\lambda \neq 0$ 则 λA 可逆, 且 $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} A^{-1}$ 。

(3) 若 A, B 为同阶可逆矩阵, 则 AB 亦可逆, 且 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ 。

7. 分块矩阵

将矩阵 A 用若干条纵线和横线分成许多小矩阵, 每一小矩阵称为 A 的子块, 以子块为元素的形式上的矩阵称为分块矩阵, 如矩阵

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \hline a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$$

按式中虚线分块则 A 可记为:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{aligned} A_{11} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, & A_{12} &= \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}, & A_{22} &= \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

分块矩阵的运算规则如下:

(1) 设矩阵 A 与 B 的行数相同, 列数相同, 采用相同的分块法, 则 A 与 B 之和等于 A 和 B 中对应子块相加后得到的分块矩阵。

(2) 数 λ 与分块矩阵 A 相乘为

$$\lambda A = A\lambda = \begin{bmatrix} \lambda A_{11} & \cdots & \lambda A_{1r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \lambda A_{s1} & \cdots & \lambda A_{sr} \end{bmatrix}$$

(3) 设 A 为 $m \times l$ 矩阵, B 为 $l \times n$ 矩阵, 分块成

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{s1} & \cdots & A_{sr} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ B_{1r} & \cdots & B_{rr} \end{bmatrix}$$

其中 $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1r}$ 的列数分别等于 $B_{11}, B_{21}, \dots, B_{r1}$ 的行数, 则

$$AB = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{s1} & \cdots & C_{sr} \end{bmatrix}$$

其中 $C_{ij} = \sum_{k=1}^l A_{ik} B_{kj} \quad (i=1, 2, \dots, s; j=1, 2, \dots, r)$

(4) 设
$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{s1} & \cdots & A_{sr} \end{bmatrix}$$

则

$$A^T = \begin{bmatrix} A_{11}^T & \cdots & A_{s1}^T \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{1r}^T & \cdots & A_{sr}^T \end{bmatrix}$$

(5) 设 A 为 n 阶方阵, 若 A 的分块矩阵只有在主对角线上有非零子块, 其余子块都为零矩阵, 且非零子块都是方阵, 即

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & A_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & A_s \end{bmatrix}$$

其中 $A_i (i=1, 2, \dots, s)$ 都是方阵, 则称 A 为分块对角(形)方阵。若 A 和 A_i 都是非奇异的, 则

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} A_1^{-1} & & 0 \\ & A_2^{-1} & \\ & & \ddots \\ 0 & & & A_r^{-1} \end{bmatrix}$$

若另有一 n 阶分块对角形方阵

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & & 0 \\ & B_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & B_r \end{bmatrix}$$

且 $B_1, B_2, \dots, B_r$ 的阶数分别与 $A_1, A_2, \dots, A_r$ 的阶数相同, 则

$$A + B = \begin{bmatrix} A_1 + B_1 & & 0 \\ & A_2 + B_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & A_r + B_r \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} A_1 B_1 & & 0 \\ & A_2 B_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & A_r B_r \end{bmatrix}$$

若 λ 为一数, 则

$$\begin{aligned} \lambda A = A\lambda &= \lambda \begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_r \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_r \end{bmatrix} \lambda = \begin{bmatrix} \lambda A_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda A_r \end{bmatrix} \end{aligned}$$

8. 矩阵的秩及向量的线性关系

在 $m \times n$ 矩阵 A 中取 k 个行和 k 个列 ($k \leq m, n$), 由这些行、列相交处的元素构成的 k 阶行列式叫做 A 的 k 阶子式。

矩阵 A 中不为零的子式的最高阶数如果是 r , 那么称 A 的秩是 r 。
 n 阶方阵 A , 如果它的秩是 n , 即 $|A| \neq 0$, 则 A 叫做满秩矩阵, 否则就叫做降秩矩阵。

假定 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 是 m 个 n 维向量, 如果有不完全都是零的 m 个数 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ 存在, 使得 $\lambda_1\alpha_1 + \lambda_2\alpha_2 + \dots + \lambda_m\alpha_m = 0$, 那么称 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性相关。反之如果只有 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ 都等于零时, 上等式才能成立, 则称 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性无关。

一个 $m \times n$ 矩阵 A 的 m 个行向量线性相关的充要条件是 A 的秩小于 m 。同理 A 的 n 个列向量线性相关的充要条件是 A 的秩小于 n 。由此可以推论, 矩阵 A 的秩等于 r 的充要条件是 A 中有 r 个行(列)向量线性无关, 并且任意 $r+1$ 个行(列)向量(如果存在)都线性相关。

9. 矩阵的初等变换

互换 A 的两行(列)、用一个不为零的数乘 A 的一行(列)以及用一个数乘 A 的一行(列)加到另一行(列)上去, 这些变换叫做 A 的行(列)初等变换。

三、线性方程组的数值解法

用克莱姆法则, 可由方程组的系数及常数项组成的行列式把解明显地表达出来, 这在分析问题时是很方便的。但在实际计算时, 它需要计算很多行列式, 譬如解式(1-3)就要计算 $n+1$ 个 n 阶行列式。当 n 较大时, 计算难度更大。因此有必要介绍适合于计算机上采用的数值解法。

线性方程组的数值解法有多种, 如消去法、主元素消去法、简单迭代法和赛德尔迭代法等。这里主要介绍消去法和赛德尔迭代法。

首先介绍正定对称矩阵概念及有关定理。

(一) 正定对称矩阵

如果 n 阶实对称方阵 A 对任何 n 维实向量 $X \neq 0$ 都有

$$X^T A X > 0 \quad (1-7)$$

则称 A 为实正定对称矩阵。

定理: 设 A 为 $n \times m$ 阶实矩阵, 而

$$B = A A^T$$

则当 A 的秩数为 n 时, B 是 n 阶实正定对称矩阵。由此定理可得如下引理。

引理: 设 A 为 $n \times m$ 阶实矩阵, C 为主对角线元素都是正数的 m 阶对角形方阵, 而

$$B = A C A^T \quad (1-8)$$