经国家教委中小学教材审定委员会审查通过

九年义务教育四年制初级中学试用课本

代　数

第五册

"五·四"学制教材总编委会

北京师范大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

代数　第五册/“五·四”学制教材总编委会编．—2版．—北京：北京师范大学出版社，1996．5重印
九年义务教育四年制初级中学试用课本
ISBN　7-303-01484-5

Ⅰ．代…　Ⅱ．五…　Ⅲ．代数课-初中-教材　Ⅳ．G634.621

中国版本图书馆CIP数据核字（96）第07152号

北京师范大学出版社出版
（100875　北京新街口外大街19号）
新华书店总店科技发行所发行
北京交通印务实业公司印刷
开本：787×1092　1/32　印张：5.75　字数：102千
1996年第5月北京第2版　　1996年5月北京第1次印刷
定　价：3.30元

说　明

1983年北京师范大学与山东省教学研究室合作编写“五·四”学制教材，并在山东、湖北沙市、黑龙江、河北等地进行实验，实验取得了较好的效果。1987年国家教委将本套教材作为全国规划教材之一。为此，成立了总编辑委员会，负责“五·四”学制全套系列教材的编写和实验工作。

本书主编是钟善基，副主编是王本中，编者是钟善基、王本中、刘绍珍、方之朴、臧龙光、张鸿菊、陈俊辉、张继林、李常凌、刘坚。由山东省教学研究室主持内审的审稿人有：郭维亮、高文秀、王学贤、康健民、谢廷桢、潘永庆。

1995年本书经国家教委中小学教材审定委员会审查通过，并从1996年秋季开始在全国试用。我们恳请广大师生在使用教材的过程中提出批评和建议，以便不断提高质量。

“五·四”学制教材总编辑委员会

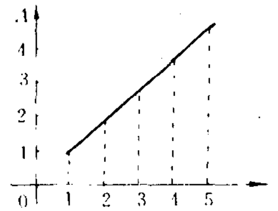
1996年5月

目　　录

第十五章 函数及其图象

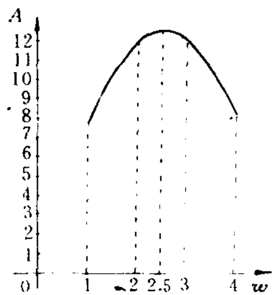
$A=0.9l$

l	1	2	3	4	5	…
A	0.9	1.8	2.7	3.6	4.5	…



$A=10w-2w^2$

w	A
1	8
2	12
2.5	12.5
3	12
4	8
⋮	⋮



在实际中，我们会遇到一些互相有联系的量．如在宽是 0.9m 的铁板上截下矩形板，矩形的面积和它的长紧密相关，面积 A 和长 l 的关系就是 $A=0.9l$．A 的值就由 l 的值来确定．又如以 10m 长的篱笆靠墙围成一矩形鸡栏，矩形的面积 A 和宽 w 紧密相关，A 和 w 的关系就是 $A=10w-2w^2$．A 的值就由 w 的值来确定．像上面这些量与量的关系就是数学中研究的函数关系．在这一章里，我们就开始学习有关函数的知识．

内 容 提 要

1. 常量、变量、函数．自变量的取值范围和函数值的意义；平面直角坐标系及函数的图象．
2. 正比例函数和反比例函数的概念、图象及性质．
3. 一次函数的图象和性质．确定一次函数解析式的条件；直线的斜率对直线位置的影响．
4. 二次函数的概念、图象和性质，确定二次函数解析式的条件及二次函数的最大（最小）值．

§1 函　数

1.1 常量和变量

我们以前所研究的各种量，虽然都可以用数来表示，但在研究某个具体问题中，所涉及的几个量却可以有不同的特征．

请看下面的例子．

例 1 火车以 60 千米/时的速度匀速行驶，它走过的路程 s（千米）与时间 t（小时）之间的关系是：

$$s=60t.$$

利用这个关系，就可知道：

如果 $t=1$，那么 $s=60$；

如果 $t=1.5$，那么 $s=90$；

如果 $t=2$，那么 $s=120$；

…… ……

这个例子说明，在研究火车匀速行驶的问题中，火车在不同的时间内走过的路程也不同，即 s 和 t 可以取不同的数值．但火车的速度（60 千米/时）却始终保持着同一个数值．

例 2 正方体的表面积 A（cm^2）与它的棱长 l（cm）之间，有下面的关系：$A=6l^2$.

利用这个关系，就可知道：

如果 $l=1$，那么 $A=6$；

如果 $l=\frac{1}{2}$，那么 $A=\frac{3}{2}$；

$\cdots\cdots$ $\cdots\cdots$

这说明，在研究正方体的表面积问题中，正方体的面数 6 始终保持着同一个数值，而正方体的表面积 A 却伴随着它的棱长 l 取不同的数值也取不同的数值.

在某一过程中可以取不同数值的量，叫做**变量**. 在同一过程中保持同一数值的量叫做**常量**.

在例 1 中，s 和 t 是变量，60 千米/时是常量；例 2 中，A 和 l 是变量，6 是常量.

这里要注意，我们所说的常量和变量是对“某一过程”来说的，因此是相对的. 如在例 1 中，若把问题改为在同一段路程(s)中，研究速度和时间的关系，那么，路程是常量，而速度和时间是变量；若把问题改为在同一时间内，研究路程和速度的关系，则时间是常量，而路程和速度是变量. 因此，区分常量和变量，要依据所研究的问题来决定.

练　习

1. 举出常量和变量的几个实例.
2. 在下列的公式中，哪些是常量？哪些是变量？
   (1) 圆的面积公式：$A=\pi r^2$. 其中 A 表示圆的面积，r 表示圆的半径.

(2) 球的体积公式：$V=\frac{4}{3}\pi r^3$. 其中 V 表示球的体积，r 表示球的半径.

(3) 正方体的体积公式：$V=a^3$. 其中 V 表示正方体的体积，a 表示棱长.

(4) 平行四边形的面积公式：$S=bh$. 其中 S 表示面积，b 表示底边，h 表示高.

3. 每本集邮册的定价是 5 元，张军带了 15 元钱去买一本或者几本集邮册，有几种买法？每一种买法要付多少钱？并指出常量和变量.

1.2 函 数

考察上一小节火车匀速行驶的问题（例 1），不难知道，时间 t 的值可以在非负实数（即正实数和零）范围内任意取值，而且对于 t 的每一个确定的值，路程 s 都有唯一确定的值和它对应. 同样，在例 2 中，正方体的棱长 l 的值可以在正实数范围内任意选取，对于棱长 l 的每一个确定的值，正方体的表面积 A 都有唯一确定的值和它对应.

这种两个变量间的对应关系，在工农业生产和科学实验中大量存在.

请看下面的例子.

例 3 为了研究一根铜导线的电阻 R 与它的温度 T 之间的关系，通过实验，作出了下面的表格：

T(℃)	19.1	25.0	30.1	36.0	40.0	45.1	50.0
R(Ω)	76.30	77.80	79.75	80.80	82.35	83.90	85.10

这个表格给出了电阻与温度间的对应关系，温度 T 的值在表中第一行的各值中任意选取，并且对于 T 的每一个确定的值，电阻 R 都有唯一确定的值和它对应．例如：$T=30.1$℃时，$R=79.75\Omega$；$T=40.0$℃时，$R=82.35\Omega$．

例 4 图 15-1 是某气象站用自动温度记录仪描下的某一天的气温变化情况的曲线．

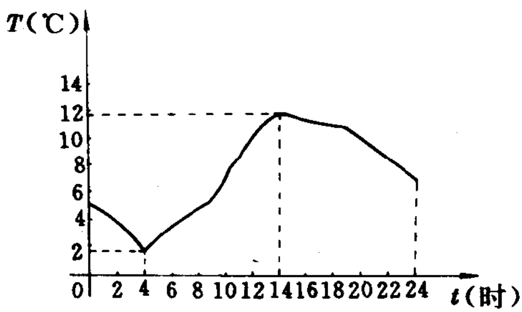


图 15-1

图 15-1 直观地反映了变量 T(℃)与 t(时)之间的对应关系．可以看出，时间 t 的值可在 0 到 24 的范围内任意选取，对于时间 t 的每一个确定的值，气温 T 都有唯一确定的值和它对应．如 $t=4$ 时时，$T=1.8$℃；$t=14$ 时时，$T=11.8$℃．

设在某变化过程中有两个变量 x、y，如果对于 x 在某一范围内的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值与它对应，那么就说 y 是 x 的**函数**，x 叫做**自变量**．

例如，在上述例题中，路程 s 是时间 t 的函数；正方体的表面积 A 是棱长 l 的函数；电阻 R 是温度 T 的函数；气温 T 是时间 t 的函数等．

观察上面四个例子，可以知道，函数的表达方法有三种．例 1、例 2 是用公式表示一个变量是另一个变量的函数，叫做**解析法**．这种等式叫做**函数的解析表达式**（或**函数关系式**），简称**解析式**．例 3 是列出表格来表达一个变量是另一个变量的函数，这种表示方法叫做**列表法**．平方表、平方根表等也是用列表法表示变量之间的函数关系的．例 4 用图象表示一个变量是另一个变量的函数，这种表示方法叫做**图象法**．

两个变量间的函数关系，可以有不同的表示方法．不论用哪一种方法表达都揭示了当某一变量在其可取值范围内有一个确定的值时，另一个变量便有一个确定的值和它对应．这三种表示方法在解决具体问题时都是不可缺少的．列表法能直接把自变量与它所对应的函数的一些值列出来，容易反映出变量间的对应关系，但有时不能全部列出；用解析法表示两个变量间的函数关系，简单明确，全面地概括了变量间的依赖关系，便于数学运算和进行理论上的分析，但计算对应值时，有的比较复杂，也有一些在实践中得到的函数，无法用一个简单的解析式表示出来；图象法直观形象，可以清楚地看出函数的变化状态，但很多时候不可能得到完全的图象，即使能得到

也往往是近似的，在图象上找对应值时，多数也不够精确．

因此，在解决具体问题时，究竟选用哪种方法来描述变量间的依赖关系，要根据需要和可能，通常是把三种方法结合起来分析、研究具体函数特征．后面我们将根据这一原则去研究几种具体的函数．

练　习

1．指出下列各函数解析式中的自变量和自变量的函数：

(1) $A=\pi r^2$（A 为圆的面积，r 为半径）；

(2) $s=60t$（s 为路程，t 为走这段路程的时间）；

(3) $y=kx$（其中 k 为常数）；

(4) $y=ax^2+bx+c$（其中 a、b、c 为常数，$a\neq 0$）．

2．把下列各等式变为用 x 的代数式表示 y 的形式：

(1) $2x+5y=12$；　　(2) $xy=6$；

(3) $x=\dfrac{3y+2}{4y-3}\left(y\neq\dfrac{3}{4}\right)$；　　(4) $y-\dfrac{x}{3}=0$.

3．某工厂现有煤 1500 吨，求这些煤能用的天数 y 与这家工厂每天平均用煤的吨数 x 之间的函数关系式．

考察前面的例子可以看出，自变量在问题的研究过程中虽然可以取不同的值，但自变量的变化往往受一定范围的限制．如例 1 中自变量 t 的取值范围限制在非负实数之内；例 2 中的自变量 l 的取值范围限制在正实数范围之内；例 4 中的自变量 t 的取值范围仅

限制在 0～24 之间的所有数值．我们把对自变量可取值的这种范围限制，叫做**自变量的取值范围**．

一般地说，含有一个字母的代数式的值，是由这个字母所取的值确定的；这个字母的值，只要不使代数式和实际问题失去意义，就可以任意选取．例如，在例 1 给出的函数 $s=60t$ 中，如果仅从代数式本身考虑，字母 t 的取值范围可以是全体实数，但实际问题中 t 表示火车行驶的时间，所以它的取值范围只能是非负实数，即 $t\geqslant 0$.

例 5 求下列函数中自变量 x 的取值范围：

（1）$y=3x+7$；（2）$y=-2x^2-1$；

（3）$y=\dfrac{1}{5x+2}$；（4）$y=\sqrt{x-3}$.

解：（1）x 取任意实数，$3x+7$ 都有意义．因此 x 的取值范围是全体实数．

（2）x 取任意实数，$-2x^2-1$ 都有意义．因此 x 的取值范围是全体实数．

（3）要使函数有意义，须 $5x+2\neq 0$，即 $x\neq -\dfrac{2}{5}$.

因此 x 的取值范围是所有不等于 $-\dfrac{2}{5}$ 的实数．

（4）要使函数有意义，须 $x-3\geqslant 0$，即 $x\geqslant 3$. 因此 x 的取值范围是所有大于等于 3 的实数．

例 6 在例 5 中，求当 $x=3$ 时，函数 y 的值．

分析：对于例 5 中的各函数，当 $x=3$ 时都有意

义，因此，只要用 3 代替式子中的字母 x，就可以得到对应的 y 值．

解：（1）当 $x=3$ 时，$y=3\times3+7=16$；

（2）当 $x=3$ 时，$y=-2\times3^2-1=-19$；

（3）当 $x=3$ 时，$y=\dfrac{1}{5\times3+2}=\dfrac{1}{17}$；

（4）当 $x=3$ 时，$y=\sqrt{3-3}=0$.

对于自变量在可取值范围内的一个确定的值，函数有唯一确定的对应值．这个对应值，我们叫做当 $x=a$ 时的函数的值，简称**函数值**．如例 6 就是求当 $x=3$ 时的函数值．

练　习

1．求下列函数中自变量 x 的取值范围：

（1）$y=4.9x^2$；　　（2）$y=\dfrac{3x-2}{2}$；

（3）$y=x+\sqrt{x+2}$；　　（4）$y=\dfrac{x}{2x+1}$；

（5）$y=\dfrac{2x}{\sqrt{x-2}}$；　　（6）$y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$.

2．已知函数 $y=\dfrac{1}{2}x^2-1$，求当自变量 x 依次等于 1、2、$\dfrac{2}{3}$ 时的函数值．

1.3　函数的图象

我们知道，规定了原点、正方向和单位长度的直

线叫做数轴．数轴上的点与实数建立了一一对应的关系，因此，数轴上的每一个点都能用一个实数来表示，这个实数叫做点在数轴上的坐标．反之，任何一个实数都可在数轴上用一个点来表示．

那么，平面内点的位置怎样表示呢？

显然，只用一个实数不能表示平面内点的位置．例如，去影剧院看电影，只知道自己的座位是 4 号是不够的，还必须知道 7 排才能对号入座．就是说，一个座位是由一对数 4、7 确定的．

为了表示平面内点的位置，我们可以在平面内画两条互相垂直而且有公共原点 O 的数轴 $x'x$ 和 $y'y$（图 15-2），通常 $x'x$ 画成水平的，并且规定向右的方向为正方向，叫做 **x 轴或横轴**；$y'y$ 画成铅直的，并且规定向上的方向为正方向，叫做 **y 轴或纵轴**．两条数轴上的单位长度一般是相同的．

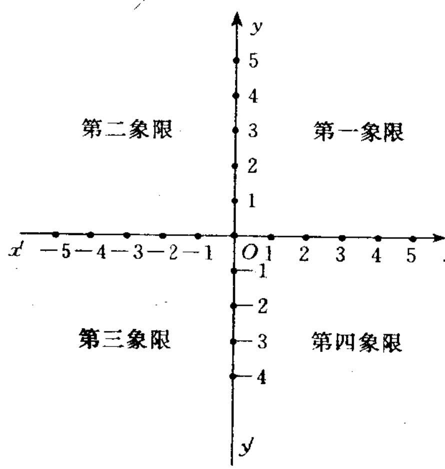


图　15-2

这就构成了**平面直角坐标系**，简称**坐标系**．建立坐标系的平面叫做**坐标平面**．

x 轴和 y 轴把平面分为四个部分：xOy、yOx'、$x'Oy'$、$y'Ox$，依次叫做第一象限、第二象限、第三象限和第四象限．象限以两轴为界限，x 轴、y 轴上的点不在任一象限内．

建立了坐标系以后，平面内的任何一点都可以用一对有序实数来表示．例如，对于点 M（图 15-3），经过点 M 画 x 轴的垂线，垂足为 M_1，点 M_1 在 x 轴上的坐标是 4；再经过点 M 画 y 轴的垂线，垂足为 M_2，点 M_2 在 y 轴上的坐标是 3. 这样，点 M 就有一对有序实数 (4，3) 和它对应．我们把点 M 在 x 轴上的坐标 4 叫做点 M 的**横坐标**，点 M 在 y 轴上的坐标 3 叫做点 M 的**纵坐标**，合在一起叫做点 M 在平面内的**坐标**，记作 M (4，3)，其中规定横坐标写在纵坐标的前面，中间

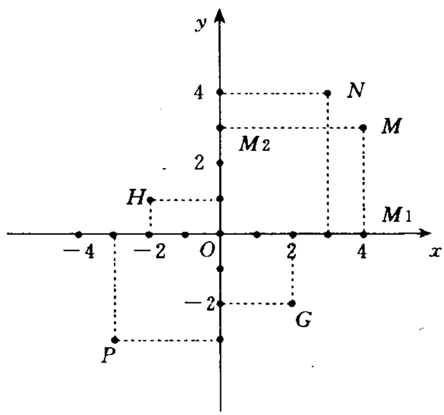


图　15-3