

92.216/105
29964

振动计算与隔振设计

工厂设计中的防振问题

振动计算与隔振设计组

中国建筑工业出版社

振动计算与隔振设计

工厂设计中的防振问题

振动计算与隔振设计组

中国建筑工业出版社

本书详细地介绍了工厂设计中有关精密仪表和设备的防振问题。

对于精密仪表和设备的允许振动值，在实测基础上应用随机函数平稳化理论进行研究，给出了常用仪表和设备的允许振动数值。对于在土壤中波的衰减计算，首先介绍了弹性介质中各种波的传播特性，然后结合试验结果，提出土壤中波动衰减的计算公式。对于隔振设计，分别从隔振计算的一般原理、隔振材料与隔振器、积极隔振、消极隔振四个方面进行介绍。对于楼层结构垂直振动的计算，介绍了连续梁、单跨矩形板、连续板及肋形楼盖等振动频谱，并用振型分解法给出了通用的干扰计算公式；从减小楼层振动出发，讨论了频谱结构的合理形式及其与梁板刚度、楼层平面尺寸间的关系。还给出了十跨以内端点简支等跨等刚度连续梁前两个密集区的振型及振型的积分常数。

本书可供土建结构专业的设计和科研人员以及进行精密仪表和设备防振工作的技术人员参考。

振动计算与隔振设计

工厂设计中的防振问题

振动计算与隔振设计组

*

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：22³/₈ 字数：500千字

1976年9月第一版 1976年9月第一次印刷

印数：1—15,630册 定价：1.70元

统一书号：15040·3255

毛主席语录

思想上政治上的路线正确与否是决定一切的。

认识从实践始，经过实践得到了理论的认识，还须再回到实践去。

中国人民有志气，有能力，一定要在不远的将来，赶上和超过世界先进水平。

打破洋框框，走自己工业发展道路。

100/33

前 言

振动对精密的仪表、设备和精密的生产工序都有不利的影响，防振是保证正常生产并获得优质产品的重要措施之一。随着我国社会主义建设事业的迅速发展，工业生产和科学实验对防振的要求越来越高，也越来越普遍。

建国以来，特别是无产阶级文化大革命以来，工厂、学校、科研设计单位的广大工人和技术人员，在毛主席无产阶级革命路线指引下，以阶级斗争为纲，坚持党的基本路线，贯彻执行**独立自主、自力更生**的方针，在生产实践中对精密仪表和设备的防振进行了研究，提出了不少防振措施，解决了许多生产中急待解决的问题，在振动理论、防振和测振技术上都取得了不少成果。

为了交流这方面的经验，促进我国防振技术的发展，我们写了这本书。书中介绍了振动计算与隔振设计的实测数据资料、工程实例以及基本原理。根据我们的研究结果，提出了多层厂房的动力计算方法、振动波的传播公式、粘滞阻尼理论和复数阻尼理论的统一数学形式，以及运用平稳化随机函数理论对精密仪表和设备允许振动的试验结果进行统计分析等。编写时，力求从生产需要出发，通过调查研究吸取广大工人和技术人员的实践经验，并进一步作了试验研究和理论探讨。

本书由第十设计院与陕西省建工局科研所、第四设计院、第五设计院、第七设计院共同协作完成。参加编写与计算工作的有姜俊平、邵长荣、陈新之、赵贞福、潘复兰、崔秉安以及刘传春、王吉祥等同志。由于我们实践经验和理论水平有限，书中一定有不少缺点和错误，希望读者批评。

振动计算与隔振设计组

一九七五年八月

目 录

前 言

第一章 引言	1
一、工厂设计中精密仪表和设备的防振问题	1
二、厂址选择、厂区总平面布置和车间内的工艺布置	1
(一) 厂址选择	1
(二) 厂区总平面布置	2
(三) 车间内的工艺布置	2
三、积极隔振与消极隔振	2
四、楼层振动问题	2
第二章 精密仪表和设备的允许振动	3
一、振动对精密仪表和设备的影响	3
二、精密仪表和设备的允许振动	3
三、精密仪表和设备对振动的反应特征——允许振幅频率特性曲线	5
四、精密仪表和设备允许振动的试验研究	8
(一) 试验研究的意义	8
(二) 试验条件以及测振、激振仪器的选择	8
(三) 精密仪表允许振动的试验方法	8
(四) 精密机床允许振动的试验方法	9
五、试验结果的统计分析	10
(一) 试验结果的随机性质——随机函数	10
(二) 随机函数的平稳化	11
(三) 平稳化随机函数的一个定理	13
(四) 精密仪表和设备允许振动的衡量标准	14
六、某些精密仪表允许振动的试验资料	15
(一) 试验资料的几点说明	15
(二) 仪表正常工作状态的判断标准	15
(三) 部分精密仪表允许振动试验资料	16
(四) 允许振动试验资料的分析	20
七、某些精密仪表和设备的允许振动衡量标准及分级	20
(一) 由试验资料确定精密仪表允许振动的衡量标准及其数值	20
(二) 一些精密仪表和设备的允许振动分级表	22
第三章 弹性波的传播与衰减	24
一、概述	24

二、弹性介质的波动方程	24
(一) 应力和应变	24
(二) 广义虎克定律	25
(三) 按直角坐标表示的波动方程	27
(四) 按圆柱坐标表示的波动方程	28
三、纵波和横波	31
(一) 弹性介质中的平面波	31
(二) 无限弹性介质中的弹性波	32
(三) 波的传播方向与质点振动方向间的关系	34
四、瑞雷波	36
(一) 半无限弹性介质中波动方程的解	36
(二) 瑞雷波的特性	41
(三) 成层介质中瑞雷波的传播	41
五、乐夫波	44
(一) 半无限弹性介质上有一层表层时波动方程的解	44
(二) 乐夫波传播的条件	47
六、波动方程的干扰振动解	47
(一) 沿表面线作用的力所产生的弹性波的干扰振动	47
(二) 集中力产生的弹性波的干扰振动	49
(三) 振源深度与表面波形成的关系	52
七、非完全弹性介质的波动方程	53
(一) 粘弹性体的波动方程	53
(二) 弹性后效体的波动方程	55
八、土壤中振动衰减的试验研究及实用计算公式	56
(一) 弹性波传播的综合分析	57
(二) 试验研究	58
(三) 试验结果	58
(四) 试验结果的分析	67
(五) 振幅随距离衰减的计算公式	68
九、土壤中振动随深度衰减的试验研究及实用计算公式	69
(一) 试验研究	69
(二) 振幅随深度衰减的计算公式	72
第四章 隔振计算的一般原理	73
一、概述	73
二、关于自由度	73
三、单自由度体系的自由振动	76
(一) 无阻尼的自由振动	77
(二) 有阻尼的自由振动	78
四、干扰力作用下单自由度体系的振动	80
(一) 正弦型干扰力	80

(二) 周期性干扰力	82
(三) 任意干扰力 杜哈米积分	83
(四) 半波正弦脉冲	85
五、地面干扰作用下单自由度体系的反应	87
(一) 正弦型地面干扰	87
(二) 半波正弦脉冲	88
六、随机地面干扰下单自由度体系的反应	90
(一) 平稳随机过程的频谱密度及相关函数	90
(二) 传递函数、单自由度体系随机反应的相关函数及频谱密度	93
(三) 地面随机干扰的相关函数及相应的频谱密度	95
七、关于通过共振问题	96
八、关于冲击共振问题	99
九、关于振子式隔振体系	101
(一) 倒立振子	101
(二) 水平振子	101
十、双自由度体系	103
(一) 双自由度体系的自由振动	103
(二) 正弦型地面干扰作用下双自由度体系的反应	105
(三) 正弦型干扰力作用下双自由度体系的反应	106
十一、块体式隔振基础的计算	107
(一) 块体式隔振基础的自由振动	107
(二) 隔振基础的干扰振动	111
(三) 地面干扰作用下隔振基础的振动	113
(四) 刚体转动惯量的计算	114
(五) 悬挂式块体隔振基础	115
第五章 隔振材料与隔振器	117
一、概述	117
二、橡胶隔振器	117
(一) 橡胶的弹性模量	117
(二) 橡胶块隔振器的设计与计算	121
(三) 承剪橡胶G型隔振器	123
三、圆柱形螺旋钢弹簧隔振器	133
(一) 圆柱形螺旋钢弹簧隔振器的设计	133
(二) 钢弹簧与橡胶块组合隔振器的计算	137
四、其它隔振材料和隔振器	138
(一) 乳胶海绵	138
(二) 软木	139
(三) 双曲囊式空气弹簧隔振器的应用	139
第六章 积极隔振	142
一、概述	142

(一) 隔振系数 η	142
(二) 隔振参数	144
(三) 积极隔振计算中的假定	145
二、旋转型机器隔振基础的设计和计算	145
(一) 旋转型机器的干扰力	145
(二) 隔振基础质量的确定	146
(三) 隔振系数	146
(四) 隔振器刚度的确定	146
(五) 隔振器的阻尼	146
(六) 隔振器类型的选择	147
(七) 隔振器的布置	147
(八) 隔振基础的振幅核算	148
(九) 计算实例	148
三、曲柄连杆式机器隔振基础的设计和计算	154
(一) 干扰力的计算	154
(二) 隔振基础的质量	155
(三) 隔振系数	155
(四) 隔振器的刚度	155
(五) 隔振器阻尼及隔振器类型	155
(六) 隔振器的布置	156
(七) 隔振基础的振幅核算	156
(八) 计算实例	156
四、锻锤隔振基础的设计与计算	164
(一) 锤头下落速度 v_0 的计算	166
(二) 隔振基础初速度 v_1 的计算	166
(三) 隔振基础质量的确定	166
(四) 隔振基础的自振频率	167
(五) 隔振器刚度及阻尼	167
(六) 隔振器的类型及布置	167
(七) 锻锤隔振基础的振幅计算	167
(八) 锻锤隔振基础的隔振系数	168
(九) 锻锤隔振基础的能量损失	169
(十) 锻锤隔振基础设计注意事项	171
(十一) 3 吨模锻锤隔振基础设计计算实例	171
五、冲床隔振基础的设计与计算	175
(一) 概述	175
(二) 冲床振动的原因	176
(三) 冲床隔振基础的设计	179
(四) 冲床起动及停车时隔振基础水平振动的计算	182
第七章 消极隔振	185

一、概述	185
(一) 隔振系数	186
(二) 隔振参数的选择	186
二、消极隔振设计方案	186
(一) 设计资料	186
(二) 隔振材料及隔振器的选择	187
(三) 消极隔振方案	188
(四) 消极隔振的阻尼	189
三、消极隔振的计算	191
(一) 计算假定	191
(二) 单自由度体系	191
(三) 双自由度体系	193
第八章 楼层结构的垂直振动	200
一、概述	200
二、结构阻尼的复数表达形式	203
三、梁的横向振动	208
(一) 梁的横向振动方程	208
(二) 单跨梁的自由振动	209
(三) 振型函数的一些性质	212
(四) 单跨梁的干扰振动	215
四、连续梁的振动	219
(一) 自由振动	219
(二) 连续梁的干扰振动计算	225
五、单跨矩形板的横向振动	227
(一) 板的振动方程	227
(二) 板的自由振动	229
(三) 板的干扰振动	233
六、周边简支正交各向异性连续楼盖的动力计算	235
(一) 自振频率的计算	235
(二) 干扰振动的计算	242
(三) 连续板振动的讨论	244
七、周边简支正交各向异性无中间支座肋形楼盖的动力计算	247
(一) 自振频率的计算	248
(二) 干扰振动的计算	257
(三) 肋形楼盖设计要点	260
(四) 计算实例	261
八、周边简支有中间支座的正交各向异性肋形楼盖的动力计算	266
(一) 自振频率的计算	266
(二) 干扰振动的计算	269
九、集中质量对楼盖自振频率的影响	270

十、集中力矩作用下的干扰振动计算·····	271
十一、楼层结构动力计算的工程方法·····	272
(一) 自振频率的计算误差对振幅计算的影响·····	272
(二) F_{ij} 的计算·····	274
十二、楼层结构的刚度计算·····	276
(一) 混凝土弹性模量 E ·····	276
(二) 板刚度计算·····	276
(三) 肋形楼盖主梁刚度的计算·····	277
(四) 非弹性阻力系数 γ 的取值·····	278
(五) 提高楼层刚度的措施·····	278
附录 I 单跨梁振型曲线·····	279
附录 II 多跨梁振型曲线·····	280
附录 III F_{ij} 值·····	297
附录 IV 振源实测资料·····	328
参考资料·····	344

第一章 引言

一、工厂设计中精密仪表和设备的防振问题

设计一个现代化工厂，精密仪表和设备的防振是经常遇到的问题。在整个地球上找不到一个地方是没有振动的，但在这样广泛的振动环境中，经常强烈的振动是极少的，最大量的是微小的振动，它的振幅大都在几个微米以下。这些微小的振动，对于精密仪表和设备，以及精密度很高的生产过程有着不可忽视的影响。为了减小这些微小振动对生产的影响，在工厂设计阶段就应对防振问题作妥善的处理。

地面上的振动，即所谓环境振动可分为两类：一是自然振源产生的振动，称为地面脉动；一是人工振源产生的振动。前者是由大自然及地壳内部各种变化因素以及远处各种振动的迭加传播造成的，它永远存在。这种振动的振幅除少数地区外，一般在十分之几以至百分之几微米的范围内变化；振动频率大都在2~3赫芝左右。人工振源产生的振动是人们的生活及生产活动引起的，如走路、开门、关门、搬运东西、机器运转、车辆行驶等等。这类振动的振幅变化较大，且随着与振源距离的增加而迅速减小；振动频率的变化范围也较大，一般与引起振动的原因有关。如果振动是由设备的不平衡运动部件产生的干扰力引起的，则地面振动的频率等于干扰力频率；如果振动是由冲击产生的，那么振源的振动频率一般等于被冲击体系的自振频率；对于其它运动振源，如火车、汽车等产生的振动，它的频率一般与振源的运动速度、地基特性等有关，应由振动实测确定。无论是自然振源还是人工振源产生的振动，实测的波形表明，一般都不是简单的谐振动，而是各种振动波形的迭加。有时振动频率及振幅具有随机变化的特性，对于这种地面振动，应当按随机过程来考虑。

工厂设计中，对防振问题的处理，基本上包括两个方面：一方面是减小人工振源产生的振动，另一方面是减小人工振源及自然振源产生的有害影响。

为了减小人工振源的振动，往往可以通过厂址选择、厂区总平面布置、车间内的工艺布置，以及对振动设备进行积极隔振等方法加以解决。为了减小自然振源及人工振源对精密仪表和设备的影响，也经常采取消极隔振措施。

一般讲，工厂设计中应当尽量通过厂址选择及厂区和车间内的平面布置，以及积极隔振等，把人工振源的振动减小到尽量小的程度，然后再考虑采取消极隔振措施。

二、厂址选择、厂区总平面布置和车间内的工艺布置

厂址选择、厂区总平面布置和车间内的工艺布置是防振设计的一个很重要方面。如处理得当，遗留下的防振问题就单纯得多。

（一）厂址选择

厂址选择中应注意下述振源：1) 铁路。如铁路属于主干线，由于运输频繁，产生的振动是经常的，应特别注意。2) 公路。应注意公路等级以及车辆运行的频繁程度，路面质量越差振动越大。3) 毗邻工厂的大振源。如锻锤、大型冲压设备、大型压缩机以及矿山和采石场的爆破等等。为了正确确定这些振源的大小，以及它们在土壤中的传播衰减情况，应进行实测。

(二) 厂区总平面布置

工厂中防振等级较高的有计量室、中心实验室、精密机床间(如：高精度螺纹磨床，丝杠车床，精密车床，光栅刻线机，长、圆刻线机等等)以及其它精密的仪表和设备、精密生产工序等。工厂设计时，最好将这些车间单独另建，且远离其它振动较大的车间，如锻工车间、冲压车间以及压缩机房等。

(三) 车间内的工艺布置

从防振角度考虑，精密的机床以及其它防振对象，应尽可能远离振动较大的设备；如多层厂房应尽量布置在底层。为计量室及其它精密设备服务的空调冷冻设备，在可能条件下，应尽量使它与防振对象离开远一些。

进行厂址选择、厂区总平面布置及车间内的工艺布置时，应掌握精密仪表和设备的允许振动，以及振源振动的大小和它在土壤中的传播与衰减情况。这将在第二、三章专门讨论。

三、积极隔振与消极隔振

当总平面布置及车间工艺布置不能完全解决精密仪表和设备的防振时，应采取隔振措施。对有振动的机械设备采取的隔振称为积极隔振；对精密仪表和设备本身的隔振称为消极隔振。一般应在设计中尽量采用积极隔振。如采取积极隔振措施还不能满足仪表、设备正常工作条件时，可采用消极隔振措施。

隔振设计与其它设计一样，应经过必要的计算。怎样进行隔振计算、采用什么隔振材料，将在第四、五、六、七章讨论。

四、楼层振动问题

对于安装有机床设备的楼层，振动计算是个重要问题。楼层结构的自振频率谱排列很密，且由于楼层上的各类机床的转速变化范围较宽，因此，共振是楼层结构经常遇到的工作状态。楼层结构设计任务在于如何合理地降低共振时的楼层振幅，以满足生产要求。设计中必须根据楼层结构振动的规律及机床设备的振动特性，合理地确定楼层的平面尺寸、柱网形式、梁板刚度及其刚度比值，以便把结构的共振振幅控制在某个范围内。无论是哪一种楼层，只要适当的加大构件刚度，调整柱网尺寸，均可以达到减小振动的目的。

工艺布置时，振动设备产生的不平衡干扰应尽量作用在主梁上，并靠近外墙或中间支柱处。

有关楼层振动的计算及设计要点，在本书第八章中讨论。

第二章 精密仪表和设备的允许振动

一、振动对精密仪表和设备的影响

任何一台精密测试仪表或精密加工设备，都是由一些精密度很高的零件及测试系统组成，用来完成精度等级很高的测量或加工的。实践表明，精密仪表和设备对振动的反应比较敏感，由于环境振动的影响，往往不能正常工作，甚至降低使用精度，缩短使用寿命。环境振动过大，对精密仪表和设备的正常工作及使用寿命的影响是很大的。

环境振动是永远存在的，如机器及车辆产生的振动，人员活动造成的振动，以及大自然作用所产生的地面振动，等等。因此，它们对精密仪表和设备的影响也总是经常的。此外，由于精密仪表和设备往往要求有恒温恒湿的环境，因而为它增加的附属设备如通风机、冷冻机等产生的振动也是不可避免的。

在工厂设计中必须通过厂址选择、合理的厂区平面布置和车间工艺布置，把精密仪表和设备安装位置的环境振动减到尽可能小的程度，必要时还可进一步采取隔振措施，以消除振动的不利影响。

不管是通过厂址选择，还是采取隔振措施，都只能减小而不能消除振动，这样，就需要研究振动应减小到什么程度，才能保证精密仪表和设备的正常工作。这就是精密仪表和设备的允许振动问题。

二、精密仪表和设备的允许振动

允许振动是衡量精密仪表和设备抵抗振动能力的一个标准。允许振动的数值越大，精密仪表和设备抵抗振动的能力就越强，反之就越小。应当指出，精密仪表和设备的计量及加工精度，并不能代表它们的允许振动。

习惯上人们采用允许振幅来代替允许振动。试验表明，当精密仪表的支承结构进行单频简谐振动时，对于不同的振动频率，支承结构保证精密仪表正常工作的允许振幅是不相等的。如以横坐标表示频率 ω_0 的变化，纵坐标表示允许振幅 A_0 ，两者的关系如图2-1所示，为允许振幅频率曲线，简称特性曲线。它表示精密仪表或设备对外界振动反应的固有特性。这种特性取决于精密仪表或设备本身的结构特点，以及它们的测量或加工精度。

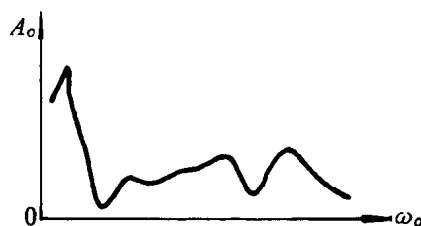


图 2-1

一台仪表，如已经知道它的特性曲线，就可以判断单频或近似单频的简谐振动对仪表

的影响：当某频率的振幅小于特性曲线上相应频率的允许振幅时，仪表在该环境中能正常工作；相反，就不能正常工作。

假如振动是由许多频率的简谐振动迭加而成的，那么仪表的工作情况一般就不能用这条曲线来判断；只有当某种仪表的特性曲线接近水平直线时，这时仪表的允许振幅可以近似地看成与振动频率无关，则不管单频或多频振源都可用它来判断仪表能否正常工作。但通常仪表的特性曲线都比较复杂，不可能是一条直线。因此，只用允许振幅来表示仪表的允许振动，就存在很大的缺点。

如果能找到另外的振动量（除振动振幅外，常用的还有振动速度、振动加速度），它不仅能衡量精密仪表和设备的允许振动，而且又与频率变化无关或近似地无关，那用它来代表仪表的允许振动则比较合适。这时，无论环境振动多么复杂，只要把它换算成这一振动量就能比较。这样的量就是精密仪表和设备的允许振动的衡量标准。

振幅是各种振动量中的一个基本量，由振幅和频率可以换算得出其它的振动量；如振动速度是振幅与频率的乘积，振动加速度是振幅与频率平方的乘积等等。因而，对特性曲线的研究，是精密仪表和设备防振的一个重要方面。

特性曲线与仪表结构及其测量精度有关。仪表的零件加工及安装调试误差造成了同一型号的不同仪表的曲线的差异，这种差异具有随机的性质。这样，为了研究某种型号所有仪表的允许振动，就应当把它们允许振幅频率曲线看成是一个随机函数，用随机函数的理论加以研究。

特性曲线和这条曲线的随机性质，以及允许振动的衡量标准，是研究精密仪表和设备防振问题的三个重要方面。但是，直到目前为止，对于这三个方面都未进行过很好的研究。书末介绍的参考资料[17]、[8]、[1]、[4]，零星地介绍了精密仪表和设备允许振动的数值，以及建议的计算方法。其中参考资料[17]、[8]规定了精密仪表和设备的允许振动衡量标准是振动速度，并且按仪表和设备的精度分为四级，但是，正如参考资料[8]所指出的，这基本上是一个经验资料，没有做过较系统的试验及分析。国内有关单位对此曾提出过各种不同意见，一种意见认为应将等级划得更细些，另一种意见认为除了用振动速度衡量外，还应增加振幅衡量一项，还有一种意见认为应用加速度来衡量等等^[1]。这些意见都缺乏足够的试验资料。参考资料[4]把机床的允许振幅频率曲线同机床结构和加工精度联系起来，提出了机床允许振幅的计算公式为

$$A = \frac{\Delta}{2} \left(\frac{\omega_{min}^2}{\omega_0^2} - 1 \right)$$

其中 A ——对应于不同振动圆频率 ω_0 的允许振幅；

Δ ——机床加工精度；

ω_{min} ——机床结构的最小自振圆频率，对于不同的机床它的 ω_{min} 值有所不同，建议：

最大的齿轮切削机床，重 >30 吨， $\omega_{min}=250$ 弧度/秒；

大型机床，重 $15\sim30$ 吨 300弧度/秒；

中型机床，重 $5\sim15$ 吨 450弧度/秒；

小型机床，重 <5 吨 550弧度/秒。

如果把上式右边第一个因子中的分母“2”理解为允许振幅的安全系数,那么,式中虽然把允许振幅和频率关系,同机床结构和加工精度联系在一起,但它过分简单地把一台复杂的机床看成为一个单自由度的动力体系,因而失去了使用价值。

本章首先根据精密仪表和设备对振动反应的特性分析,提出研究允许振动的试验方法,并列岀某些精密仪表允许振动的试验结果;其次,把一种型号的精密仪表的允许振幅,看成是振动频率的各态历经的和可平稳化的随机函数,建议用平稳化或接近平稳化的随机函数作为精密仪表允许振动的衡量标准;最后,根据上述试验结果及分析方法,提出了一些精密仪表和设备的允许振动的分级。

由于精密仪表和设备的允许振动是很复杂的问题,这里提出的试验分析方法,只是研究这个问题的一个途径,有待今后在实践中进行检验及完善,并引出更合理的解决方法。

三、精密仪表和设备对振动的反应特征 ——允许振幅频率特性曲线

为了研究精密仪表和设备的允许振动,首先应了解这些精密仪表和设备在振动作用下具有什么样的反应,以及干扰振动是怎样破坏它们正常工作的。

图2-2a表示一台显微镜,当基座具有某个振动 $u_0(t)$ 时,显微镜除了按 $u_0(t)$ 作整体振动外,它的各部件间还会产生相对振动。如近似地把显微镜看成一根悬臂杆件(图2-2b),相对振动以 $u(z, t)$ 表示,目镜和工件(假定工件固定在基座上)间的相对振动为 $u(l, t)$ 。当 $u(l, t)$ 的最大值超过显微镜能正常工作的某个数值 Δ 时,它的正常工作状态就被破坏了。

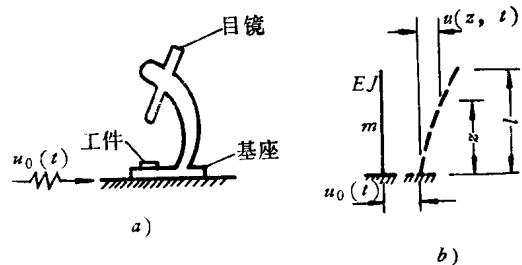


图 2-2

由于外界振动而造成的仪表不能正常工作的原因是很复杂的,它可能是仪器各部件间相对振幅过大,也可能是相对速度或加速度过大,甚至也可能是其它更复杂的相对振动的量过大。这里,只是为了说明的方便,假定仪表不能正常工作的原因,是由于相对振动的振幅超过某个允许值 Δ 而造成的。

如以 EJ 记悬臂梁的抗弯刚度, m 为均布质量, γ 为结构的非弹性阻力系数, $i = \sqrt{-1}$ 为虚数单位,这时图2-2b的杆件运动方程为

$$m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \right) + (1 + i\gamma) EJ \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = 0 \quad (2-1)$$

移项后有

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (1 + i\gamma) EJ \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = -m \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \quad (2-1a)$$

如基座的振动是简谐的,即

$$u_0(t) = A_0 \cos \omega_0 t$$

其中 ω_0 ——干扰振动圆频率;

A_0 ——振幅。

应当指出, 按照复数阻尼理论, $u(z, t)$ 为复数, 故应把上式变成复数形式, 即

$$u_0(t) = A_0 e^{i\omega_0 t} \quad (2-2)$$

将(2-2)式代入(2-1a)式得

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (1+i\gamma)EJ \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = m A_0 \omega_0^2 e^{i\omega_0 t} \quad (2-3)$$

用振型分解法求解上式。设

$$u(z, t) = (\sum_j A_j Y_j) e^{i\omega_0 t} \quad (2-4)$$

式中 A_j ——待求复常数;

Y_j ——悬臂杆件第 j 振型, 它应满足下面关系[见第八章(8-31)式]

$$\frac{d^4 Y_j}{dz^4} = \omega_j^2 \frac{m}{EJ} Y_j \quad (2-5)$$

式中 ω_j ——相应的第 j 自振频率, 对悬臂杆件有

$$\omega_j \approx \frac{\left(j - \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}} \quad (2-6)$$

将(2-4)式代入(2-3)式, 消去 $e^{i\omega_0 t}$ 后, 得

$$-m\omega_0^2 (\sum_j A_j Y_j) + (1+i\gamma)EJ (\sum_j A_j Y_j''') = m A_0 \omega_0^2$$

上式左右各乘 Y_j , 沿全杆件积分, 注意(2-5)式及振型的正交性后, 得

$$\left[-m\omega_0^2 \int_0^l Y_j^2 dz + (1+i\gamma)\omega_j^2 m \int_0^l Y_j^2 dz \right] A_j = m A_0 \omega_0^2 \int_0^l Y_j dz$$

如 Y_j 已化成准标准振型(见第八章表 8-1)则

$$\int_0^l Y_j^2 dz = \frac{l}{2}$$

如记

$$K_j = \int_0^l Y_j dz \quad (2-7)$$

整理后得

$$A_j = \frac{2A_0\omega_0^2 K_j}{l\omega_j^2} \frac{e^{-i\varphi_j}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_j^2}\right)^2 + \gamma^2}} \quad (2-8)$$

其中

$$\varphi_j = \text{tg}^{-1} \frac{\gamma}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_j^2}} \quad (2-9)$$

将(2-8)式代入(2-4)式, 并取实部, 则体系的相对振动 $u(z, t)$ 为