修订版

ZAOBANCHE

初中数学奥林匹克早班车

日常训练

《中学生数学》编辑部 编

初中三年级

开明出版社
KAIMINGPRESS

修订版

ZAOBANCHE

初中数学奥林匹克
早班车

日常训练

《中学生数学》编辑部 编

初中三年级

编者

白　雪　薛　伟

白　云　张　丽

蒋亚玲　李桂华

凌　杰　徐德前

占德杰

开明出版社

KAIMING PRESS

图书在版编目（CIP）数据

初中数学奥林匹克早班车：日常训练.3，初三年级/
《中学生数学》编辑部 编. 一北京：开明出版社，2000. 10
ISBN 7－80077－197－0

Ⅰ.初… Ⅱ.初… Ⅲ.数学课一初中一教学
参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2000）第 50806 号

策　　划　焦向英　吴建平
策划执行　刘维维
装帧设计　羽人创意设计中心
责任编辑　辛　洁　田　明

初中数学奥林匹克早班车——日常训练（初三年级）

编者　《中学生数学》编辑部
出版　开明出版社（北京海淀区西三环北路 19 号）
印刷　新艺印刷厂
发行　新华书店北京发行总店
开本　大 32 开
印张　4.75　　**字数** 109 千
版次　2003 年 1 月第 2 版　2003 年 1 月第 1 次印刷
书号　ISBN 7-80077-197-0/G·133
印数　00001－20000

定价　6.10 元

修订絮语

应出版社的要求，我们对《数学奥林匹克早班车——日常训练》和《数学奥林匹克直通车——赛前训练》的部分内容进行了修订。

两年前出版这套丛书时，我曾经写过一个“编者的话”，谈了一些想法、谈了这套书的由来。现在倒想利用这次修订的机会说点题外的话。

今年有一件与数学相关的大事——2002 年世界数学家大会 8 月份在北京召开。这不仅是数学家们的一次“奥林匹克”盛会，同时也是一次难得的传播数学、宣传数学的机会，众多媒体如此多地报道数学发展现状、介绍数学家、讨论数学与公众生活的关系，在国内从来没有过。为了配合数学家大会的召开，有关团体还为中小学生组织了“走进美妙的数学花园”中国少年数学论坛，与数学大师“零距离”接触，聆听数学家们的教诲。

记得在论坛开幕式上，著名数学家陈省身大师以 92 岁高龄为青少年数学爱好者题词——“数学好玩”，勉励青少年学数学、爱数学，为中国成为世界数学大国、强国做出贡献。陈先生称赞中国的数学科普工作做得好，值得其他国家效仿。他说，由于科普工作不赚钱，外国很少有人搞。但是在中国就不同，由于有政府的支持，科普方面取得显著成效。近年来中国学生在国际数学奥林匹克数学中连获金牌就是成功的例证。现在，就连数学强国美国也开始引进中国的培训方式和教材，其参赛选手的水平也因此得到明显的提高。

陈先生的言语中流露出老人家对数学的情有独钟，对青少年寄予的厚望，对中国能早日成为数学大国和数学强国的期盼。这对喜爱数学、关心数学发展和数学教育的人们来说是一个不小的鼓舞。

数学家大会期间最受媒体和公众关注的恐怕要数菲尔兹奖的得主了，因为它常被视为数学领域的诺贝尔奖。大会期间和结束后，不少人

提出一个十分有意思的话题：参加过历届国际数学奥林匹克的选手中有没有人拿到过菲尔兹奖？

非常巧，今年7月在英国举办第43届国际数学奥林匹克时香港地区代表队的选手第一次取得了金牌，国际数学奥林匹克（香港）委员会主席岑嘉评教授专门写了一篇文章，把在学生时代参加过IMO、美国Putnam等数学竞赛的选手后来获得菲尔兹奖、奈瓦林纳奖、沃尔夫奖、诺贝尔奖等奖项的情况进行了整理，在这里把菲尔兹奖的情况罗列出来供大家欣赏。

昨天的IMO选手、今天的数学大奖得主

姓　名	国　籍	参加IMO时间	获奖情况
Gregory Margulis	俄罗斯	1959年银牌	1978年菲尔兹奖
Valdimir Drinfeld	乌克兰	1969年金牌	1990年菲尔兹奖
Jean-Ghristophe Yoccoz	法　国	1974年金牌	1994年菲尔兹奖
Richard Borcherds	英　国	1977年金牌 1978年银牌	1998年菲尔兹奖
Timothy Gowers	英　国	1981年金牌	1998年菲尔兹奖
Laurant Lafforgue	法　国	1985年银牌	2002年菲尔兹奖

我国是1985年开始派队参加IMO的，希望将来有一天中国选手的名字能够出现在这个名单上。

吴建平

2002年12月31日

目 录

趣味乐园

专题训练

画龙点睛

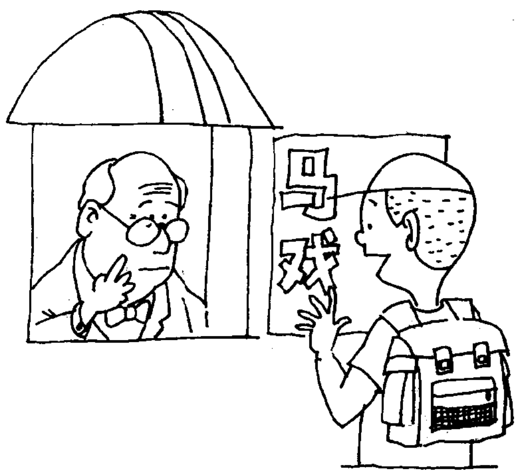
参考答案

最受欢迎的节目……

王强真会精打细算，在不清楚情况之前，他不会轻易掏钱去买马戏团的入场卷．于是他仔细地问看门人：马戏团里究竟有多少匹马？有多少名骑师？还有多少其它动物？

外面琳琅满目的广告与帐蓬里为数不多的观众形成了鲜明对照，这使管理员感到相当难堪，于是他佯装不知精确数字，只是解释道：除了马和骑师两者共有 100 只脚、36 个头之外，还有一些来自非洲丛林的动物．这样一来，总共就有 56 个头和 156 只脚了．

那么请你帮王强算一算这个马戏团里的马和骑师的数目．另外，还有一个笼子前有很多人，好像这里正在表演着最受欢迎的节目．那么这个最受欢迎的节目是什么呢？



根与系数的关系……

一、填空题

1. 如果一元二次方程 $2x^2+3x-1=0$ 的两个根为 x_1、x_2，那么 $x_1^3+x_2^3=$________.

2. 方程 $4x^2+5x-m=0$ 的两个根倒数和是 $\frac{5}{21}$，则 $m=$________，两个根是________.

3. 若一元二次方程 $x^2+mx+45=0$ 的两个根之差的平方是 144，则 $m=$________.

4. 已知一元二次方程 $2(k+1)x^2+4kx+3k-2=0$. 如果它的两个根之中，有一个根为零，另一个根不是零，那么 k 的值应该是________.

5. 已知一元二次方程 $x^2+(7p-4)x+\frac{p^2}{4}+2p=0$ 至少有一个负根，那么 p 的取值是________.

6. 不解方程，求作一个关于 y 的一元二次方程，使它的首项为 1，两个根分别是方程 $x^2+3x+1=0$ 的两个根的五次方，则此方程是________.

7. 如果 k 为自然数，且关于 x 的二次方程 $(k-1)x^2-px+k=0$ 有两个正整数根，那么 $k^{kp}(p^p+k^k)+k^{k-p+2}+kp+1=$________.

8. 关于 x 的二次方程 $mx^2-2(m-1)x-4=0$ $(m\neq0)$ 的两个根中，一个比 1 大，一个比 1 小，则 m 为________.

9. 已知：$a+|b|=-6$ 且 $a\cdot|b|=-7$，则 $a=$________，$b=$________.

10. 若 p、q 都是正整数，方程 $\frac{1}{2}px^2-\frac{1}{2}qx+1993=0$ 的

两个根都是质数，则 $6p^2+q-1$ 的值是________.

二、解答题

1. 设方程 $x^2-2(a+2)x+a^2-4=0$ 只有一个正根，求实数 a 的范围.

2. 求证：方程 $(x-a)(x-a-b)=1$ 有两个实数根，且其中有一个大于 a，另一个小于 a（a、b 均为实数）.

3. 已知方程 $x^2+px+11=0$ 的两根为 α、β，方程 $x^2+qx+1=0$ 的两根为 γ、δ，证明：

$$(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(\alpha+\delta)(\beta+\delta)=q^2-p^2$$

4. 证明：若整系数二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 存在有理根，那么 a,b,c 中至少有一个是偶数.

训练小结(一)

根与系数的关系

设 x_1 和 x_2 是一元二次方程

$$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$$

的两个根，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}, x_1-x_2=\frac{c}{a}$. 这个结论通常称为韦达定理，它反映了一元二次方程的根与方程的系数之间的关系，其反面也是对的. 韦达定理反映了根的对称性.

韦达定理常常要和判别式结合在一起使用，在讨论与一元二次方程的有关问题中发挥着重要的作用.

分蛋糕

奶奶过生日，妈妈买来一块正方形的蛋糕，蛋糕的上面与侧面都均匀地涂了糖．现在由玲玲主刀将蛋糕切成九块，怎样分才能使每一块蛋糕的体积相等，糖也一样多呢？

判别式··················

一、填空题

1. 一元二次方程根的判别式 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时，$ax^2+bx+c=0$ ________实根.

2. 已知关于 x 的方程 $mx^2+mx+5=m$，有两个相等实根，则 $m=$________.

3. 如果一元二次方程 $2(m+1)x+1=(|m|-1)x^2$ 只有一个实根 x，那么 $m=$________.

4. 如果一元二次方程 $(a^2-1)x^2-6(3a-1)x+72=0$ 有正整数根，那么实数 a 的值应该是________.

5. 若 p 是质数，且方程 $x^2+px-444p=0$ 的两个根都是整数，则 p 的值是________.

6. 关于 x 的二次三项式 $(m-1)x^2+4(m-1)x+2m+2$ 是一个完全平方式，则 $m=$________.

7. 若一元二次方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根为 p 和 q，则 p、q 应分别为________.

8. 方程 $x|x|-3|x|=4$ 有________个实根.

9. 若在关于 x 的三个二次方程 $x^2+4ax-4a+3=0$，$x^2+(a-1)x+a^2=0$，$x^2+2ax-2a=0$ 中至少有一个实数解，则 a 的取值范围是________.

10. 若 a、b、c 为 $\triangle ABC$ 的三边，且方程 $4x^2+4(a^2+b^2+c^2)x+3(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)=0$ 有两个相等实根，则 $\triangle ABC$ 一定是________三角形.

二、解答题

1. 已知：$b^2=ac$，求证关于 x 的一元二次方程 $(a^2+b^2)x^2-2b(a+c)x+b^2+c^2=0$ 有两个相等实根.

2. x、y 取什么实数值时，能使等式 $5x^2+5y^2+8xy+2y-2x+2=0$ 成立?

3. 当 $p_1p_2=2(q_1+q_2)$ 时，试证方程 $x^2+p_1x+q_1=0$ 和 $x^2+p_2x+q_2=0$ 中，至少有一个方程有实数根.

4. m 为有理数，问 k 为何值时，方程 $x^2-4mx+4x+8m^2-2m+4k=0$ 的根为有理数?

训练小结(二)

■ 判别式

在一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$中,令 $\Delta=b^2-4ac$. 则 Δ 称为方程的判别式,Δ 的取值情况与方程有没有实数根存在着密切的关系.

1. $\Delta>0$ ⇔ 方程有两个不等的实根;
2. $\Delta=0$ ⇔ 方程有两个相等的实根;
3. $\Delta<0$ ⇔ 方程没有实根.

判别式与韦达定理结合起来使用,可以研究一元二次方程的实根符号、有理性和无理性、实根的分布等问题.