2003-2004考试新大纲

全国各类成人高等学校招生考试

专科起点升本科

孙建昌 主编

高等数学(二)应试指导

知识点串讲

重点难点分析

强化练习

参考答案与解析

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

全国各类成人高等学校招生考试
——专科起点升本科

高等数学(二)应试指导

孙建昌 主编

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二)应试指导/孙建昌主编. —北京:北京理工大学出版社,2002.12

全国各类成人高等学校招生考试. 专科起点升本科

ISBN 7-5640-0052-X

Ⅰ.高… Ⅱ.孙… Ⅲ.高等数学-成人教育:高等教育-升学参考资料 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 076028 号

出版发行/ 北京理工大学出版社
社　　址/ 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编/ 100081
电　　话/ (010)68914775(办公室)　68912824(发行部)
网　　址/ http://www.bitpress.com.cn
电子邮箱/ chiefedit@bitpress.com.cn
经　　销/ 全国各地新华书店
印　　刷/ 北京国马印刷厂
装　　订/ 天津市武清区高村印装厂
开　　本/ 787 毫米×1092 毫米　1/16
印　　张/ 20.75
字　　数/ 502 千字
版　　次/ 2002 年 12 月第 1 版　　2002 年 12 月第 1 次印刷
印　　数/ 1~6000 册　　　　责任校对/ 陈玉梅
定　　价/ 29.00 元　　　　责任印制/ 王　军

丛书编委会

出版说明

按照教育部关于从2003年起调整成人高校招生考试科目设置的有关要求，教育部高校学生司和教育部考试中心于2002年重新修订颁布了《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——专科起点升本科》，新大纲在保持原大纲的基础上对部分内容进行了调整和更新。本套丛书是按照新大纲规定而编写，突出体现了着重考查学生的基本素质、注重考查考生对基础知识的把握和分析问题、解决问题的实际能力。

本套丛书根据多数考生的需求，先编排有6个科目：英语、政治、教育理论、大学语文、高等数学(一)、高等数学(二)。在编排上，充分考虑了成人高等教育的特点以及成人考生所受教育的学习背景不同，力求简明扼要，突出重点，内容完整，编排科学，是一本较好的应试辅导书。相信本丛书能给应试者提供直接实际的帮助。

本丛书具有以下特点：

紧扣新大纲 本丛书严格遵循新大纲编写，既保证了考生吸取知识的需要，又不为考生增添多余的负担，使考生对考试内容和要求有了准确的把握。

重点难点突出 本丛书根据成人学习的特点组织材料，根据各学科情况分别设置了知识点串讲、重点难点分析、学习方法指导、典型例题解析、强化练习与参考答案等栏目，使考生复习起来省时高效。每册书的重点部分都从不同角度反复讲解，以适应不同的出题形式。

应试性强 本丛书的强化练习及模拟试卷充分体现了新大纲的出题形式、命题思路和动向，有的放矢，切题率高。

权威性高 本丛书由诸多国家重点院校从事成人教学、专升本考前辅导及专升本考试阅卷的专家、命题研究人员和一线教师编写审定，他们对考试的考核点及重点难点有着较为准确的指导。

本套丛书在编写过程中，作者充分听取了新华书店销售人员的提议和广大读者的意见，为便于读者学习和检查，每册书后均附有全真模拟试卷两份及参考答案与解析，供应试者检测自己的学习成果。为了尽快与读者见面，在时间紧、任务重的情况下，难免出现错误，敬请各位读者谅解，希望提出宝贵意见。

目　录

第一部分　知识要点

第一章　函数、极限和连续 …… (1)
§1.1　函数 …… (1)
[考试内容] …… (1)
§1.2　极限 …… (11)
[考试内容] …… (11)
§1.3　连续 …… (18)
[考试内容] …… (18)
第二章　一元函数微分学 …… (23)
§2.1　导数与微分 …… (23)
[考试内容] …… (23)
§2.2　中值定理与导数的应用 …… (28)
[考试内容] …… (28)
第三章　一元函数积分学 …… (35)
§3.1　不定积分 …… (35)
[考试内容] …… (35)
§3.2　定积分 …… (39)
[考试内容] …… (39)
第四章　多元函数微积分初步 …… (47)
[考试内容] …… (47)
§4.1　多元函数的概念 …… (47)
§4.2　二元函数的极限与连续的概念 …… (48)
§4.3　偏导数与全微分 …… (49)
§4.4　二元函数的无条件极值 …… (51)
§4.5　二重积分 …… (52)

第二部分　释疑解难与重点、难点分析

第一章　函数、极限和连续 …… (57)
§1.1　函数 …… (57)
[考试要求] …… (57)
一、释疑解难 …… (57)

二、重点、难点分析 …… (60)
§1.2 极限与连续 …… (61)
[考试要求] …… (61)
一、释疑解难 …… (62)
二、重点、难点分析 …… (64)
第二章 一元函数微分学 …… (70)
§2.1 导数与微分 …… (70)
[考试要求] …… (70)
一、释疑解难 …… (70)
二、重点、难点分析 …… (73)
§2.2 中值定理及导数的应用 …… (76)
[考试要求] …… (76)
一、释疑解难 …… (76)
二、重点、难点分析 …… (78)
第三章 一元函数积分学 …… (83)
§3.1 不定积分 …… (83)
[考试要求] …… (83)
一、释疑解难 …… (83)
二、重点、难点分析 …… (84)
§3.2 定积分 …… (88)
[考试要求] …… (88)
一、释疑解难 …… (89)
二、重点、难点分析 …… (90)
第四章 多元函数微积分初步 …… (95)
[考试要求] …… (95)
一、释疑解难 …… (95)
二、重点、难点分析 …… (99)

第三部分 典型例题精讲与统考试题概览

一、单项选择题 …… (103)
(一)典型例题精讲 …… (103)
(二)统考试题概览 …… (120)
二、填空题 …… (132)
(一)典型例题精讲 …… (132)
(二)统考试题概览 …… (151)
三、解答题 …… (160)
(一)典型例题精讲 …… (160)
(二)统考试题概览 …… (176)

第四部分　强化练习

第一章　函数、极限和连续 …… (201)

[参考答案] …… (204)

第二章　一元函数微分学 …… (217)

[参考答案] …… (221)

第三章　一元函数积分学 …… (255)

[参考答案] …… (257)

第四章　多元函数微积分初步 …… (282)

[参考答案] …… (283)

第五部分　全真模拟试卷

[试卷结构] …… (295)

全真模拟试卷(一) …… (296)

[参考答案与解析] …… (300)

全真模拟试卷(二) …… (307)

[参考答案与解析] …… (312)

附录 …… (321)

一、指数和对数运算公式 …… (321)

二、因式分解公式 …… (321)

三、三角函数公式 …… (321)

第一部分　知识要点

第一章　函数、极限和连续

§1.1　函　　数

考试内容

1. 函数的概念

函数的定义;函数的表示法;分段函数;隐函数.

2. 函数的性质

单调性;奇偶性;有界性;周期性.

3. 反函数

反函数的定义;反函数的图象.

4. 函数的四则运算与复合运算

5. 基本初等函数

幂函数;指数函数;对数函数;三角函数;反三角函数.

6. 初等函数

1.1.1　函数的概念

一、函数的定义

定义　若 D 是一个非空实数集合,设有一个对应规则 f,使每个 $x \in D$,都有一个确定的实数 y 与之对应,则称这个对应规则 f 为定义在 D 上的一个函数关系,或称变量 y 是变量 x 的函数,记作

$$y = f(x)$$

其中 x 称为自变量,y 称为因变量. 集合 D 称为函数的定义域,记作 $D(f)$. 函数 y 的取值的集合,称为函数的值域,记作 $Z(f)$.

注意:在函数的定义中,有三个因素:定义域 D,对应法则 f 和值域 Z,其中前两者是要素.

二、求函数的定义域

函数的定义域即自变量的取值范围. 当函数 $y = f(x)$ 用解析表达式给出,而又没给出自变

量的取值范围时,要求函数的定义域,就是求使该解析式有意义的自变量的取值范围.

求函数的定义域时,应考虑以下情况:

(1) 分式的分母取值不能为零.

(2) 偶次根的根底式应该为非负数.

(3) 对数符号下的式子(真数部分)只能是正的.

(4) 反正弦函数、反余弦函数符号下的式子只能介于 -1 和 1(包括 -1 和 1)之间.

(5) 若函数式有两项,其定义域应是两项定义域的公共部分.

(6) 对于表示应用问题的函数关系,其自变量的取值范围应使实际问题有意义.

三、判定两个函数相同

由函数的定义知,确定一个函数要有三个因素,其中定义域 D 和对应法则 f 为两个要素. 正因为如此,函数通常记作

$$y = f(x) \qquad x \in D$$

这里,只给出了对应规则 f 和定义域 D. 因此,一对函数,当它们的对应规则和定义域都相同时,它们就表示同一函数.

四、求函数值

对于函数 $y=f(x)$, $x \in D$,当自变量 x 取其定义域 D 中某一定值 x_0 时,因变量 y 相对应的值称为当 $x=x_0$ 时的函数值,记作

$$f(x_0) \text{ 或 } y\big|_{x=x_0}$$

当函数 $y=f(x)$ 用一个解析表达式表示时,为了求得函数值 $f(x_0)$,只要将表达式 $f(x)$ 中的 x 代换为 x_0,便得 $f(x_0)$.

五、函数的表示法

常用的函数表示法有以下三种形式:

(1) 公式(解析法):对自变量 x 和常数施以四则运算、乘幂、指数运算、取对数、取三角函数等数学运算所得到的数学式子,称为解析表达式. 用解析表达式表示的一个函数,就称为函数的解析法,也称为公式法. 例如

$$y = f(x) = 4x + e^{\sin x} + \ln(1+x^2)$$

高等数学中所讨论的函数,绝大多数都是由解析法来表示的,这主要是便于对解析表达式进行各种运算,便于研究函数的性质.

(2) 表格法:在实际应用中,常把自变量 x 所取的值与对应的函数值列成表格,用以表示函数关系

x	$x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n$
y	$y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_n$

这种表示法就称为函数的表格法. 例如,我们经常使用的各种数学用表,统计报表等等.

(3) 图示法:在平面直角坐标系 xOy 中,一般用 x 轴上的点表示自变量的取值,用 y 轴上的

点表示因变量的取值. 对给定的函数 $y = f(x)$，在定义域 $D(f)$ 中的每一个点 x 与相应的函数值 $f(x)$ 就确定了平面直角坐标系中的一个点 $P(x, y)$，当自变量 x 在 $D(f)$ 中变动时，点 P 就在坐标平面上作相应的移动，于是便得到平面上的一条函数曲线，这就是函数的图示法（如图 1.1）.

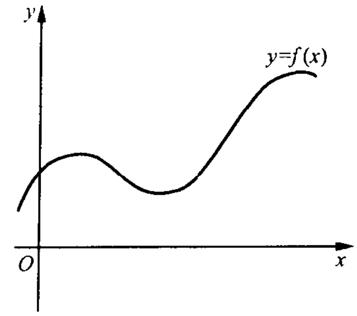

图 1.1

六、分段函数、隐函数

（一）分段函数

在函数的解析式表示法中，有时会遇到对于定义域内自变量 x 的不同值，不能用一个统一的公式表示，而要用两个或两个以上的公式来表示，用这种方法表示的函数关系，称为分段函数.

注意：

(1) 用两个或多个式子表示函数关系时，它表达的是一个整体函数，不是多个函数.

(2) 分段函数的定义域是各个部分自变量 x 取值范围之和.

(3) 在不同的子区间，函数的对应规则不同.

(4) 在分段点处函数的取值 Δ.

（二）隐函数

前面所讲的形如 $y = f(x)$ 的函数，一般称为显函数. 其特点是，因变量 y 单独地在等号的一边（左边），而另一边（右边）则仅仅是自变量 x 的表达式 $f(x)$. 此外，还有一类函数，称为隐函数.

定义　凡能够由方程 $F(x, y) = 0$ 确定的函数关系，称为隐函数.

例如　$x^2 + y^2 - 1 = 0$，就是一个隐函数. 因为在这个方程中，函数 y 没有用仅含自变量 x 的公式 $f(x)$ 表示出来. 不过若由它解出

$$y = \sqrt{1 - x^2} \qquad -1 \leqslant x \leqslant 1$$

或

$$y = -\sqrt{1 - x^2} \qquad -1 \leqslant x \leqslant 1$$

它就变成了两个显函数（称每一个显函数为一个单值支，前一支表示上半个圆，后一支表示下半个圆），并称该隐函数为二值函数（多值函数的一种）.

注意：并非所有隐函数都可以解成显函数的. 例如开普勒方程 $y - x - \varepsilon \sin y = 0$ （此处 ε 为常数，$0 < \varepsilon < 1$）是一个隐函数，但由它就解不出显函数.

1.1.2　函数的简单性质

一、函数的奇偶性

定义　设函数 $y = f(x)$ 的定义域关于原点对称，如果对于定义域中的任一点 x，恒有

$$f(-x) = f(x)$$

则称 $f(x)$ 为偶函数.

设函数 $y = f(x)$ 的定义域关于原点对称，如果对于定义域中的任一点 x，恒有

$$f(-x) = -f(x)$$

则称$f(x)$为奇函数.

偶函数的图形对称于y轴(如图1.2).因为$f(-x)=f(x)$,所以如果点$P(x,f(x))$是曲线$y=f(x)$上的一个点,则与它对称于y轴的点$P'(-x,f(x))$,也是曲线上的一个点.

奇函数的图形对称于原点(如图1.3).因为$f(-x)=-f(x)$,所以如果点$Q(x,f(x))$是曲线$y=f(x)$上的一个点,则与它对称于原点的点$Q'(-x,-f(x))$,也是曲线上的一个点.

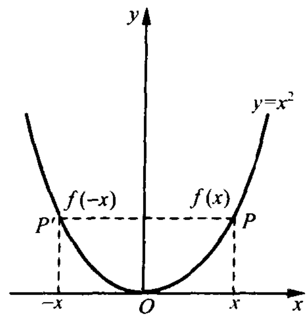

图1.2

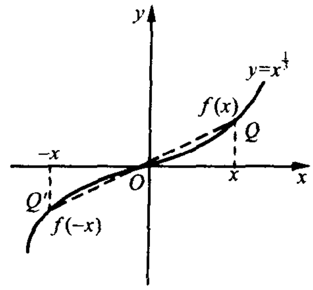

图1.3

按函数奇偶性的定义,为判定所给函数$f(x)$的奇偶性,应先计算出$f(-x)$,然后与$f(x)$对照;若$f(-x)=f(x)$,则$f(x)$为偶函数;若$f(-x)=-f(x)$,则$f(x)$为奇函数;否则,$f(x)$为非奇非偶函数.

奇偶函数的运算性质:

(1) 奇函数的代数和仍为奇函数;偶函数的代数和仍为偶函数.

(2) 两个偶函数或两个奇函数的乘积为偶函数.

(3) 一个奇函数与一个偶函数的乘积为奇函数.

二、函数的单调性

定义 设函数$y=f(x)$在区间(a,b)上有定义,对(a,b)内的任意两点$x_1<x_2$,则

(1) 若$f(x_1)\leqslant f(x_2)$,则称函数$f(x)$在(a,b)内是单调增加的.

(2) 若$f(x_1)\geqslant f(x_2)$,则称函数$f(x)$在(a,b)内是单调减少的.

若上述严格不等式成立,则称函数$f(x)$在(a,b)内是严格单调增加或减少的.

单调增加与单调减少的函数,统称为单调函数.使函数单调的区间,称为单调区间(如图1.4).

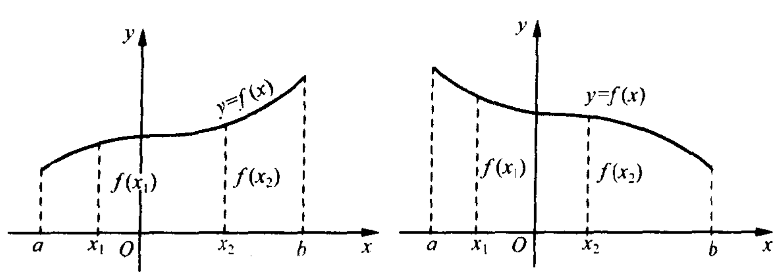

图1.4

注意:单调性是对一个区间而不是对一个点而言的.

三、函数的有界性

定义 设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义,如果存在一个正数 M,使得对于 (a,b) 内的任意一点 x,总有 $|f(x)|\leq M$,则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内是有界的. 否则,称 $f(x)$ 在 (a,b) 内是无界的.

如图 1.5,函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有界的几何意义是:曲线 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内被限制在 $y=-M$ 和 $y=M$ 两条水平直线之间的范围内.

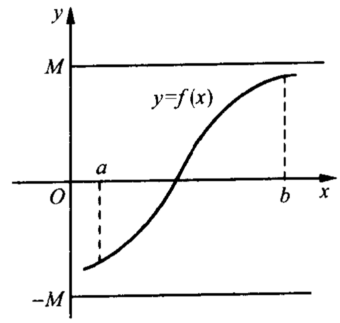

图 1.5

注意:

(1) 如果一个函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有界,它的界并不是惟一的. 例如 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界的,有 $|\sin x|\leq 1$,但是我们也可以取 $M=2$ 作为它的界,即 $|\sin x|<2$. 大于 1 的任何正数都可以作为 $y=\sin x$ 的界.

(2) 函数 $y=f(x)$ 有界与否,是与所在区间紧密联系在一起的. 例如 $y=1/x$ 在区间 $(1,2)$ 内是有界的,但在区间 $(0,1)$ 内则无界;函数 $y=x^3+1$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内无界,而在任何有限区间内都是有界的.

如果函数 $f(x)$ 在其定义域内有界,则它在定义域内的任一部分区间上必有界.

关于函数的有界性,还有一种单方向有界的概念.

设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义,如果存在一个数 B,使得对于 (a,b) 内的任意一点 x,总有 $f(x)\leq B$,则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内是**有上界**的;如果存在一个数 A,使得对于 (a,b) 内的任意一点 x,总有 $f(x)\geq A$,则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内是**有下界**的.

如果一个函数在区间 (a,b) 内是有界的,则它必定既有上界也有下界,反之,如果一个函数在区间 (a,b) 内仅有上界(或下界),则它在此区间内不一定有界.

由于函数 y 也是一个变量(因变量),因此我们也可以将函数有界说成是变量有界. 这种说法在以后要多次用到.

四、函数的周期性

定义 若存在一个正数 T,使得对任何 $x\in D$,都有

$$f(x+T)=f(x)$$

成立,则称 $f(x)$ 是周期函数. 满足上式的最小正数 T 称为函数 $f(x)$ 的周期.

1.1.3 反函数

一、反函数的概念

定义 设已知函数为

$$y=f(x) \qquad ①$$

如果由此解出的

$$x=\varphi(y) \qquad ②$$

是一个函数,则称它为$f(x)$ 的反函数,记为 $x=f^{-1}(y)$,并称$f(x)$ 为直接函数.

由于习惯上往往用字母 x 表示自变量,而用字母 y 表示函数,为了与习惯一致,通常将式②中的自变量 y 改写成 x,而将函数 x 改写成 y,于是式①的反函数就变为

$$y=\varphi(x) \qquad ③$$

记为 $y=f^{-1}(x)$.

当然我们也可以说 $y=f(x)$ 是 $y=f^{-1}(x)$ 的反函数,也就是说它们互为反函数.

注意:函数 $x=\varphi(y)$ 与 $y=\varphi(x)$ 是同一个函数,所以当 $x=\varphi(y)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数时,$y=\varphi(x)$ 也是 $y=f(x)$ 的反函数.

二、反函数的存在性

定理 1.1 如果函数

$y=f(x),\ D(f)=X,\ Z(f)=Y$

是严格单调增加(或减少)的,则它必定存在反函数,

$x=\varphi(y),\ D(f)=Y, Z(f)=X$

并且也是严格单调增加(或减少)的.

这个定理我们很容易从图 1.6 上来加以理解.

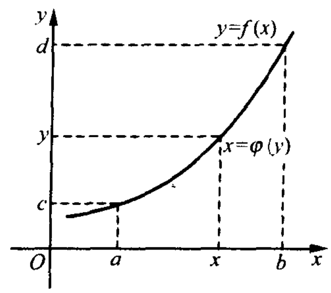

图 1.6

三、求反函数的步骤

第一步:从直接函数 $y=f(x)$ 中解出

$$x=\varphi(y)$$

看它是否能成为函数;

第二步:如果 $x=\varphi(y)$ 是函数,将字母 x 换成 y,将字母 y 换成 x,得

$$y=\varphi(x)$$

这就是 $y=f(x)$ 的反函数.

结论:

(1) 直接函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形,必定对称于直线 $y=x$(一般地,二者是不同的函数,其图形是不同的曲线).

(2) 直接函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 是同一条曲线(二者是不同的函数,但是,它们的图形是同一条曲线).

根据这个结论,当我们知道了直接函数 $y=f(x)$ 的图形之后,就可利用对称于直线 $y=x$ 的性质画出其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形;但若要画反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的图形,则就是直接函数 $y=f(x)$ 的图形.

1.1.4 基本初等函数

一、常数

$$y=c$$

它的定义域是$(-\infty,+\infty)$,图形是一条平行于 x 轴的直线(如图 1.7). 显然这是个偶函数.

二、幂函数

$$y = x^{\mu} \quad (\mu \text{为实数})$$

它的定义域随μ值的不同而不同，但不管μ的值是多少，它在$(0, +\infty)$内总有定义的.

当$\mu > 0$时，不论μ为何值，它的图形（如图1.8）都通过原点$(0,0)$和点$(1,1)$，在$(0, +\infty)$内严格单调增加且无界.

当$\mu < 0$时，它的图形（如图1.9），在$(0, +\infty)$内严格单调减少、无界，且都通过点$(1,1)$. 曲线以x轴和y轴为渐近线.

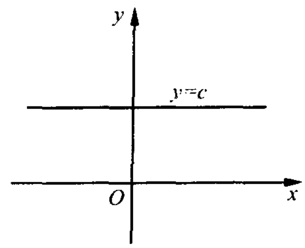

图1.7

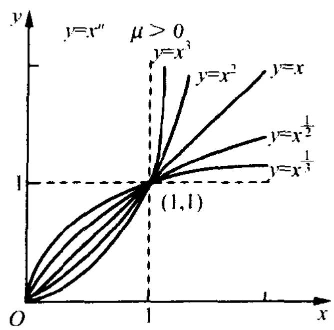

图1.8

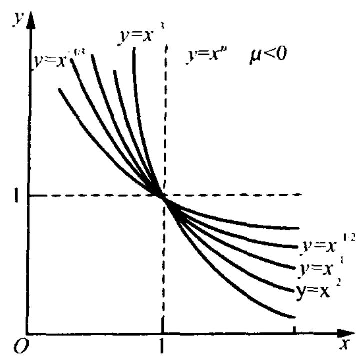

图1.9

三、指数函数

$$y = a^{x} \quad (a > 0, a \neq 1)$$

它的定义域是$(-\infty, +\infty)$，由于不论x为何值，总有$a^x > 0$，且有$a^0 = 1$，所以它的图形总是在x轴的上方，且通过点$(0,1)$.

当$a > 1$时，函数严格单调增加且无界，曲线以x轴的负半轴为渐近线；

当$0 < a < 1$时，函数严格单调减少且无界，曲线以x轴的正半轴为渐近线（如图1.10）.

以无理数$e = 2.7182818\cdots$为底$(a = e)$的指数函数

$$y = e^{x}$$

是高等数学中常用的指数函数.

应当注意指数函数与幂函数的区别：在幂函数$y = x^{\mu}$中，变量x在底的位置，指数μ是常数；在指数函数$y = a^{x}$中，变量x在指数位置，底的位置是常数a.

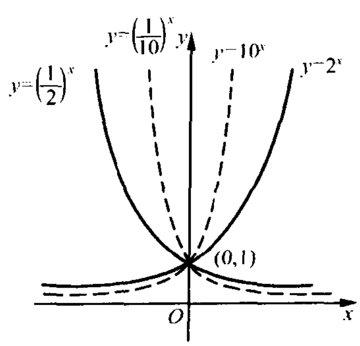

图1.10

四、对数函数

$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

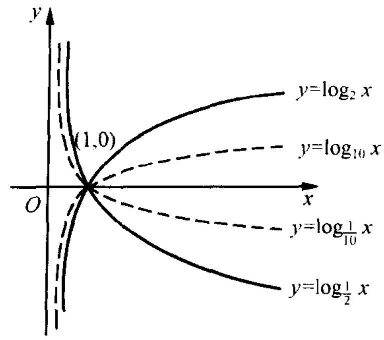

图 1.11

它的定义域为$(0,+\infty)$,不论a为何值,对数曲线都通过点$(1,0)$.

当$a>1$时,函数严格单调增加且无界,曲线以y轴负半轴为渐近线;

当$0<a<1$时,函数严格单调减少且无界,曲线以y轴正半轴为渐近线(如图 1.11).

由于对数函数$y=\log_a x$与指数函数$y=a^x$互为反函数,所以它们的图形对称于直线$y=x$. 即已知指数函数的图形后,就可以利用对称性(对称于直线$y=x$)画出对数函数的图形.

以无理数 e 为底的对数函数

$$y=\log_e x$$

叫做自然对数函数,简记作

$$y=\ln x$$

是高等数学中常用的.

五、三角函数

三角函数有以下六个:

$$y=\sin x,\qquad y=\cos x$$
$$y=\tan x,\qquad y=\cot x$$
$$y=\sec x,\qquad y=\csc x$$

在高等数学中,三角函数的自变量x一律以"弧度"为单位. 例如$x=1$,就表示x等于1个弧度$(57°17'44.8'')$.

函数$y=\sin x$的定义域为$(-\infty,+\infty)$,是奇函数,且是周期等于2π的周期函数,其图形如图 1.12 所示.

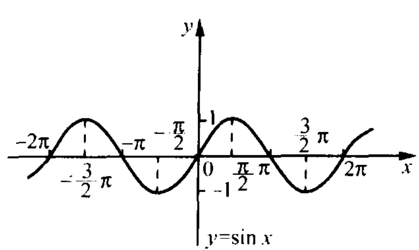

图 1.12

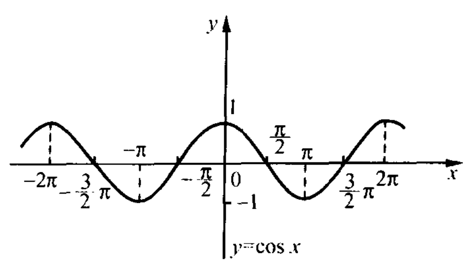

图 1.13

函数$y=\cos x$的定义域是$(-\infty,+\infty)$,是偶函数,且是周期等于2π的周期函数,其图形如图 1.13 所示.

因为$|\sin x|\leqslant 1$,$|\cos x|\leqslant 1$,所以它们都是有界函数.

函数$y=\tan x$的定义域是除去点$x=(2k+1)\dfrac{\pi}{2}\quad(k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots)$后的其他实数.

它是奇函数,且是周期为 π 的周期函数,其图形如图 1.14 所示.

函数 $y = \cot x$ 的定义域是除去点 $x = k\pi \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$ 后的其他实数. 它也是奇函数,且是周期为 π 的周期函数,其图形如图 1.15 所示.

$y = \tan x$, $y = \cot x$ 都是无界函数.

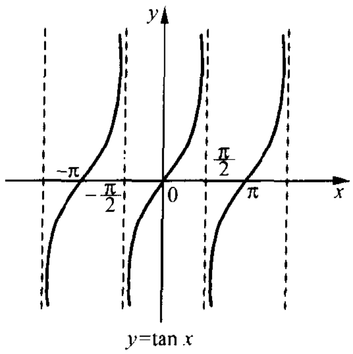

图 1.14

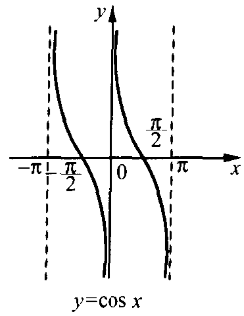

图 1.15

六、反三角函数

常用的反三角函数有以下四个:

$$y = \arcsin x, \qquad y = \arccos x$$
$$y = \arctan x, \qquad y = \operatorname{arccot} x$$

它们是作为相应三角函数的反函数定义出来的. 由于 $y = \sin x$, $y = \cos x$ 在定义域内不单调,它们的反函数不存在,所以对于 $y = \sin x$,只考虑 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$,对于 $y = \cos x$,只考虑 $x \in [0, \pi]$,以使它们单调,并使其反函数存在,此时我们称反正弦和反余弦取主值,即 $-\frac{\pi}{2} \leqslant \arcsin x \leqslant \frac{\pi}{2}$,$0 \leqslant \arccos x \leqslant \pi$,它们的图形分别为图 1.16 和图 1.17 中的实线部分.

$y = \arcsin x$ 和 $y = \arccos x$ 的定义域都是$[-1, 1]$.

同理对于反正切函数:$y = \arctan x$,也取主值$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$,即 $-\frac{\pi}{2} < \arctan x < \frac{\pi}{2}$,它的定义域为$(-\infty, +\infty)$,其图形如图 1.18 所示.

反余切函数:$y = \operatorname{arccot} x$,取主值$(0, \pi)$,即$0 < \operatorname{arccot} x < \pi$,它的定义域为$(-\infty, +\infty)$,其图形如图 1.19 所示.

1.1.5 复合函数、初等函数

一、复合函数

定义 设 y 是 u 的函数