高等学校教学用书

矿区控制测量

下册

邢永昌　张凤举　编

煤炭工业出版社

高等学校教学用书

矿区控制测量

下册

邢永昌　张凤举 编

煤炭工业出版社

内 容 提 要

本书比较系统和完整地阐述了矿区控制测量的基本理论和作业方法。全书分上、下两册。其中上册讲述矿区控制测量的野外作业及其有关理论；下册讲述内业平差计算方法和矿区控制网技术设计。

该书是《矿区控制测量》下册，具体内容包括：矿区控制网平差计算概论，三角网按坐标平差，三角网按条件平差，测边网、边角同测网、高程网及导线网的平差方法和步骤，控制测量技术设计等。每种方法之后都附有算例及教学用电算程序。

全书取材广泛，论述详细，便于自学。本书为高等院校矿山测量专业的教学用书，亦可供矿山测量工作人员参考和自学。

责任编辑：洪　镬

高等学校教学用书
矿 区 控 制 测 量
下　册
邢永昌　张凤举 编
*
煤炭工业出版社　出版
（北京安定门外和平里北街21号）
煤炭工业出版社印刷厂　印刷
新华书店北京发行所　发行
*
开本 787×1092mm 1/16　印张 25
字数601千字　印数1—2,920
1987年10月第1版　1987年10月第1次印刷
ISBN 7-5020-0022-4/TD·23

统一书号15035·2935　定价4.10元

前　　言

为了满足煤炭系统高等院校矿山测量专业的教学需要，我们在总结《矿区控制测量》课程教学经验、分析已往所编教材使用情况的基础上，参照有关院校的现行教学计划和教学大纲，编写了这本《矿区控制测量》，以作为高等院校矿山测量专业之教学用书。

本书分为上、下两册，主要内容为矿区二等以下的平面和高程控制测量工作。其中，上册讲述矿区控制测量的野外作业及其有关理论，下册讲述内业平差计算方法和矿区控制网技术设计。全书以我国现行测量规范为技术依据，紧密结合矿山测绘工作实际，比较系统和完整地阐述了矿区控制测量的基本理论和作业方法。

近几年基础理论知识得到加强，控制测量技术发展很快。我们在编写中，注重了工程数学、近代测量平差、测距技术和计算机技术的应用，力图使本书有助于矿区控制测量工作的进一步发展。

为了便利于学生的自学和扩大知识面，本书取材广泛，论述详细，力求文字通俗易懂，插图形象醒目，计算表格简明直观且与目前广泛采用的计算器具相适应。因此，本书也可作为广大矿山测量技术人员的参考和自学用书。

该书上册由张凤举执笔编写，下册由邢永昌执笔编写。初稿完成后交换审阅，提出修改意见，最后由执笔者修改定稿。在编写过程中，参阅了武汉测绘学院、同济大学、解放军测绘学院的相近教材，以及《工程测量规范》、《城市测量规范》等有关文件，援引了书刊中的某些资料。编写完成后，特请杨志强副教授审阅了上册书稿，陶本藻教授对下册§8—3做了修改，编写中聂孟荷同志给了许多具体帮助，洪波同志为全书的文字和技术加工作了大量工作。这里特向给予帮助和提供方便的单位和同志表示衷心的感谢。

本书的编写是在教学工作之暇进行的，时间比较仓促，加之编者水平有限，书中难免存在缺点和错误，希望读者给予批评指正。

编　者

1987年1月25日

目　　录

第八章 矿区控制网平差计算概论

内 容 提 要

本书上册对矿区控制网的布设、观测和概算的理论及方法作了系统论述。关于控制网平差计算的基本原理和方法，在《测量平差基础》一书中已有详细阐述，本书主要是结合我国矿区的具体情况，从实际应用出发，讨论各类矿区控制网的平差计算方法和步骤。

为了与《测量平差基础》衔接和利于以后各章的学习，本章首先对平差各类控制网的一些共同性问题进行了扼要的阐述。这些问题主要有平差计算的基本原理和方法，平差前的准备工作和计算中的注意事项以及矿区控制网平差计算中的统计假设检验。认真地处理好这些问题，对保证和提高平差成果的质量是非常重要的。

§8—1 矿区控制网平差计算的基本理论和方法

各类矿区控制网经过概算中的质量检查，验证外业观测成果符合要求之后，都需进行平差处理，以消除由多余观测引起的矛盾。

我国的矿区控制网种类繁多，情况复杂，内容丰富。对其平差问题进行研究，是非常重要的，也是颇为有趣的。

矿区控制网的平差计算实质上就是用子样观测值对母体的参数作统计估计，即根据具有正态随机误差的观测值，求参数的最优估值。也就是说，运用一定的方法，对观测值进行数学处理，消除由于多余观测而引起的矛盾，求解出观测值或未知数的最或然值（亦称平差值），并评定出某些元素的精度。

控制网中的元素通常划分为三类：起算元素，观测元素和推算元素。

一、平差方法及其选择

从总体上讲，平差方法分为经典平差和广义平差。经典平差法包括条件平差、间接平差和混合平差；广义平差法有相关平差、滤波和最小二乘配置。但从原理上讲，都源于最小二乘法。从1794年和1805年高斯和勒让德先后提出最小二乘法以来，迄今还没有人提出过比此更为有效的平差方法。

在矿区控制测量中，使用最为普遍的是条件平差法和间接平差法。它们是上述各种方法中的最基本的方法。

在具体作业时，究竟应该如何选择平差方法呢？一般而言，若用手算的话，应以工作量少、计算简便为原则进行对比选择。在比较平差方法时，除了主要考虑法方程式个数外，还应考虑到平差计算的全过程，包括检核计算和编制成果卡片等。因此，对于自由网及起算数据较少的附合网宜选用条件平差法，对于起算数据较多的附合网、插网和插点宜选用间接平差法。在使用电子计算机计算的情况下，则主要考虑所选平差方法是否便于程序化。间

接平差法，由于具有计算过程规律性强、易于程序化等特点，故广泛地被运用于电算平差。

二、间接平差的基本原理和方法

矿区控制网按间接平差法作平差计算时，按以下方法和步骤进行：

1．绘制控制网平差略图

图中应注明已知点、未知点、点号及观测类型等。另外还应标明是双向观测，还是单向观测。通常以实线边表示双向观测，以半实半虚线表示单向观测。

2．调制起算数据表和编制观测值表

列入表中的数据要反复检查，务必准确无误。

3．依控制网平差略图，选定未知数

根据平差略图选定足够数量的未知数且彼此独立。水平控制网应以全部待定点的近似坐标改正数作为未知数，高程网应以所有待定点的近似高程改正数作为未知数。

当未知数的个数为 t 时，记以

$$\underset{t\times 1}{X}=(x_1x_2x_3\cdots\cdots x_t)^T$$

4．将观测量平差值表达成所选未知数的函数，进而转化成误差方程式

$$\underset{n\times 1}{V}=\underset{n\times t}{B}\ \underset{t\times 1}{\delta_x}+\underset{n\times 1}{l} \tag{8-1}$$

其中

$$l=BX^\circ+d-L$$

在以上两式中：V 为观测值改正数阵，B 表示误差方程式的系数阵，l 为常数项阵，X° 表示未知数的近似值阵，L 为观测值阵，d 为平差值方程中的常数项阵，δ_x 表示未知数近似值的改正数阵。

式（8-1）展开成纯量形式为

$$\begin{aligned}
v_1&=a_1\delta x_1+b_1\delta x_2+\cdots\cdots+t_1\delta x_t+l_1\\
v_2&=a_2\delta x_1+b_2\delta x_2+\cdots\cdots+t_2\delta x_t+l_2\\
&\cdots\cdots\\
v_n&=a_n\delta x_1+b_n\delta x_2+\cdots\cdots+t_n\delta x_t+l_n
\end{aligned}$$

在列立误差方程式时，还应根据评定精度的需要列立平差值的函数式并进行全微分，给出权函数式：

$$\delta\phi=f_1\delta x_1+f_2\delta x_2+\cdots\cdots+f_t\delta x_t$$

式中　f_i——权函数式中未知数的系数。

5．由误差方程式直接组成法方程式

$$\underset{t\times t}{N}\ \underset{t\times 1}{\delta X}+\underset{t\times 1}{U}=\underset{t\times 1}{0} \tag{8-2}$$

式中

$$\underset{t\times t}{N}=\underset{t\times n}{B^T}\ \underset{n\times n}{P}\ \underset{n\times t}{B}$$

$$\underset{t\times 1}{U}=\underset{t\times n}{B^T}\ \underset{n\times n}{P}\ \underset{n\times 1}{l}$$

在以上各式中：N 为法方程系数阵，U 为法方程常数项阵，P 为观测值的权阵。

式（8-2）展开成纯量形式为

$$\left.\begin{aligned}
&[paa]\delta x_1+[pab]\delta x_2+\cdots\cdots+[pat]\delta x_t+[pal]=0\\
&[pab]\delta x_1+[pbb]\delta x_2+\cdots\cdots+[pbt]\delta x_t+[pbl]=0\\
&\cdots\cdots\\
&[pat]\delta x_1+[pbt]\delta x_2+\cdots\cdots+[ptt]\delta x_t+[ptl]=0
\end{aligned}\right\}$$

6．解算法方程，求出未知数δX

$$\underset{t\times1}{\delta X}=-(B^TPB)^{-1}(B^TPl)=-\underset{t\times t}{N^{-1}}\underset{t\times1}{U} \tag{8-3}$$

也可根据法方程系数阵的逆矩阵，先求出权系数

$$\underset{t\times t}{Q_{XX}}=\underset{t\times t}{N^{-1}}=\begin{pmatrix} Q_{x_1x_1} & Q_{x_1x_2} & \cdots\cdots & Q_{x_1x_t} \\ Q_{x_2x_1} & Q_{x_2x_2} & \cdots\cdots & Q_{x_2x_t} \\ \cdots\cdots & & & \\ Q_{x_tx_1} & Q_{x_tx_2} & \cdots\cdots & Q_{x_tx_t} \end{pmatrix} \tag{8-4}$$

再依下式计算未知数：

$$\delta X=-Q_{XX}U \tag{8-5}$$

展开成纯量形式为

$$\left.\begin{aligned} -\delta x_1&=[pal]Q_{x_1x_1}+[pbl]Q_{x_1x_2}+\cdots\cdots+[ptl]Q_{x_1x_t} \\ -\delta x_2&=[pal]Q_{x_2x_1}+[pbl]Q_{x_2x_2}+\cdots\cdots+[ptl]Q_{x_2x_t} \\ &\cdots\cdots \\ -\delta x_t&=[pal]Q_{x_tx_1}+[pbl]Q_{x_tx_2}+\cdots\cdots+[ptl]Q_{x_tx_t} \end{aligned}\right\}$$

在《测量平差基础》中已经指出，法方程式系数阵的逆阵N^{-1}就是未知数的协因数阵Q_{XX}，即权系数阵。位于主对角线上的元素称为自乘权系数，其余的称为非自乘权系数。权系数阵在评定精度和优化设计中占有很重要的位置。

关于解算法方程式的具体方法，有直接解法和间接解法。直接解法习惯用高斯约化法，并可在高斯-杜勒特简化表格中进行。

7．依式（8-1）计算改正数V，再依下式计算观测值的平差值$\hat{L}$

$$\hat{L}=L+V \tag{8-6}$$

8．评定精度

应用间接平差法平差矿区控制网时，除了解出未知数外，还需对某些元素的精度进行评定。评定精度的基本公式为

$$m_\phi=m_0\sqrt{\frac{1}{p_\phi}} \tag{8-7}$$

式中单位权中误差m_0按下式计算：

$$m_0=\hat{\sigma}_0=\pm\sqrt{\frac{V^TPV}{n-t}}=\pm\sqrt{\frac{V^TPV}{\gamma}} \tag{8-8}$$

式中　γ——多余观测值的个数；

n——观测值的个数；

t——未知数的个数。

V^TPV的求算方法有：

1）用改正数直接计算

$$V^TPV=[pvv]$$

即
$$[pvv]=p_1v_1^2+p_2v_2^2+\cdots\cdots+p_nv_n^2 \tag{8-9}$$

2）用未知数与常数项计算

$$V^TPV=l^TPl+U^T\delta_X$$

即
$$[pvv]=[pll]+[pal]\delta x_1+[pbl]\delta x_2+\cdots\cdots+[ptl]\delta x_t \tag{8-10}$$

3）按两列规则计算

$$V^TPV=[pll]+(l)\times(l)$$

即

$$[pvv]=[pll]-\frac{[pal]^2}{[paa]}-\frac{[pbl\cdot 1]^2}{[pbb\cdot 1]}-\cdots\cdots-\frac{[ptl\cdot(t-1)]^2}{[ptt\cdot(t-1)]} \tag{8-11}$$

式（8-7）中未知数函数的权倒数$\frac{1}{p_\phi}$可依下列任何一个公式计算：

1）第一计算式

$$Q_{\phi\phi}=F^TQ_{LL}F \tag{8-12}$$

即纯量形式为

$$\frac{1}{p_\phi}=\left[\frac{FF}{p}\right]$$

式中 $F_i=p_ia_iq_1+p_ib_iq_2+\cdots\cdots+p_it_iq_t \quad (i=1,2,3\cdots\cdots n)$ (8-13)

式中转换系数q由下式解出：

$$Nq-f=0 \tag{8-14}$$

展开成纯量形式为

$$\left.\begin{aligned}&[paa]q_1+[pab]q_2+\cdots\cdots+[pat]q_t-f_1=0\\&[pab]q_1+[pbb]q_2+\cdots\cdots+[pbt]q_t-f_2=0\\&\cdots\cdots\\&[pat]q_1+[pbt]q_2+\cdots\cdots+[ptt]q_t-f_t=0\end{aligned}\right\}$$

式中 f_i——权函数式中未知数的系数。

2）第二计算式

$$Q_{\phi\phi}=f^Tq \tag{8-15}$$

纯量形式为

$$\frac{1}{p_\phi}=f_1q_1+f_2q_2+\cdots\cdots+f_tq_t$$

3）第三计算式

$$-Q_{\phi\phi}=0+(f)\times(f) \tag{8-16}$$

即

$$-\frac{1}{p_\phi}=\frac{f_1^2}{[paa]}+\frac{[f_2\cdot 1]^2}{[pbb\cdot 1]}+\cdots\cdots+\frac{[f_t\cdot(t-1)]^2}{[ptt\cdot(t-1)]}$$

4）第四计算式

$$Q_{\phi\phi}=f^TQ_{XX}f \tag{8-17}$$

其纯量形式为

$$\begin{aligned}\frac{1}{p_\phi}=f_1^2Q_{x_1x_1}+2f_1f_2Q_{x_1x_2}+\cdots\cdots+2f_1f_tQ_{x_1x_t}\\+f_2^2Q_{x_2x_2}+\cdots\cdots+2f_2f_tQ_{x_2x_t}\\+\cdots\cdots\\+f_t^2Q_{x_tx_t}\end{aligned}$$

手算时，多采用式（8-16）。

对于矿区平面控制网，需要作精度评定的元素通常为最弱点的点位中误差或某一个点的点位中误差。最弱点一般系指离起算点最远的待定点。对于矿山工程专用控制网，还需要评定两相邻点相对点位中误差或边长中误差、方位角中误差或某一方向上的位差。

由于以未知点的坐标作为未知数，所以评定边长和方位角的中误差，实质上就是求未知数函数的中误差；评定点位中误差，就是求未知数中误差，即

$$\left.\begin{aligned} m_{x_j} &= m_0\sqrt{Q_{x_jx_j}} \\ m_{y_j} &= m_0\sqrt{Q_{y_jy_j}} \end{aligned}\right\} \tag{8-18}$$

式中 $Q_{x_jx_j}$、$Q_{y_jy_j}$——未知数协因数阵Q_{XX}中主对角线上对应于第j个点的坐标x_j、y_j的协因数，可从权系数阵中直接抄取。

当只评定一个点的坐标中误差时，应采用恩卡法，即将表示该点坐标的两个未知数排在所有未知数之最后，按高斯约化法解算法方程，此时最后两个未知数的权倒数分别为

$$\frac{1}{p_{x_t}} = \frac{1}{[ptt\cdot(t-1)]}$$

$$\frac{1}{p_{x_{(t-1)}}} = [ptt\cdot(t-2)]\left(\frac{1}{[pee\cdot(t-2)]}\right)\left(\frac{1}{[ptt\cdot(t-1)]}\right)$$

$$= \frac{[ptt\cdot(t-2)]}{[pee\cdot(t-2)]}\cdot\frac{1}{p_{x_t}} \tag{8-19}$$

三、条件平差的基本原理和方法

采用条件平差法对矿区控制网进行平差计算时，按如下方法和步骤进行：

1．绘制控制网平差略图

在图上，已知点、待定点、三角形号、观测值号及推算路线等，均应一一标注清楚。

2．调制起算数据表和编制观测值表

其要求与间接平差相同。

3．根据网形确定条件方程式种类及个数，选择并组成条件方程式和权函数式

条件方程式一定要足数且独立。某些条件方程式和权函数式可为对数形式，也可为真数形式。权函数式的列立路线，从理论上讲选取任何一条都可以，但为了减少计算工作量，应选取最短路线。

平差值条件方程式的矩阵形式为

$$\underset{r\times n}{A}\ \underset{n\times 1}{\hat{L}} + \underset{r\times 1}{A_0} = 0$$

式中 A——条件方程式中的系数阵；

$\hat{L}$——观测量的平差值阵；

A_0——条件式中的常数项阵。

若化为改正数条件方程式，其矩阵形式为

$$\underset{r\times n}{A}\ \underset{n\times 1}{V} + \underset{r\times 1}{W} = 0 \tag{8-20}$$

式中 $\underset{r\times 1}{W} = \underset{r\times n}{A}\ \underset{n\times 1}{L} + \underset{r\times 1}{A_0}$

在以上两式中，W表示条件方程式的闭合差阵，L为观测值阵。将式（8-20）展开成纯量形式为

$$\left.\begin{aligned}
&a_1v_1+a_2v_2+\cdots\cdots+a_nv_n+w_a=0,\\
&b_1v_1+b_2v_2+\cdots\cdots+b_nv_n+w_b=0\\
&\cdots\cdots\\
&r_1v_1+r_2v_2+\cdots\cdots+r_nv_n+w_r=0
\end{aligned}\right\}$$

式中
$$\left.\begin{aligned}
&w_a=a_1L_1+a_2L_2+\cdots\cdots+a_nL_n+a_0\\
&w_b=b_1L_1+b_2L_2+\cdots\cdots+b_nL_n+b_0\\
&\cdots\cdots\\
&w_r=r_1L_1+r_2L_2+\cdots\cdots+r_nL_n+r_0
\end{aligned}\right\}$$

权函数式的矩阵形式为

$$V_F=f^TV \tag{8-21}$$

写成纯量形式为

$$V_F=f_1v_1+f_2v_2+\cdots\cdots+f_nv_n$$

式中 f_i——权函数式中改正数的系数。

4．由条件方程式直接组成法方程式并解算

法方程式的矩阵表达式为

$$\underset{r\times r}{N}\ \underset{r\times 1}{K}+\underset{r\times 1}{W}=0 \tag{8-22}$$

式中 $\underset{r\times r}{N}=\underset{r\times n}{A}\ \underset{n\times n}{P^{-1}}\ \underset{n\times r}{A^T}$

在以上两式中，N为法方程系数阵，K为联系数阵，P为观测值的权阵。式（8-22）展开成纯量形式为

$$\left.\begin{aligned}
&\left[\frac{aa}{p}\right]k_a+\left[\frac{ab}{p}\right]k_b+\cdots\cdots+\left[\frac{ar}{p}\right]k_r+W_a=0\\
&\left[\frac{ab}{p}\right]k_a+\left[\frac{bb}{p}\right]k_b+\cdots\cdots+\left[\frac{br}{p}\right]k_r+W_b=0\\
&\cdots\cdots\\
&\left[\frac{ar}{p}\right]k_a+\left[\frac{br}{p}\right]k_b+\cdots\cdots+\left[\frac{rr}{p}\right]k_r+W_r=0
\end{aligned}\right\}$$

5．依下式计算观测值改正数v_i及平差值$\hat{L}_i$

$$V=P^{-1}A^TK \tag{8-23}$$

$$\hat{L}=L+V \tag{8-24}$$

写成纯量形式为

$$v_i=\frac{1}{p_i}(a_ik_a+b_ik_b+\cdots\cdots+r_ik_r),\quad (i=1,\ 2,\ \cdots\cdots n)$$

$$\hat{L}_i=L_i+v_i,\quad (i=1,\ 2,\ \cdots\cdots n)$$

6．评定精度

按条件平差法平差矿区控制网和按间接平差法一样，除了解出观测值平差值之外，还应评定某些元素的精度，以判定控制网的平差成果是否达到“规范”要求或者能否满足工程需要。比如，若是贯通工程专用网，应评定近井点的点位中误差、联系测量用的后视边坐标方位角中误差、两近井点间的相对点位中误差等。若是无特殊要求的矿区基本控制网，需评定最弱边边长相对中误差。

选择最弱边的一般原则是距起算边愈远，精度愈低；但对于附合网，尤其是已知元素较多的附合网，由于受到起算数据精度的影响，有时在已知元素附近的边，其精度反为最弱。此种情况下，最弱边的选择比较困难，应多评定几条边。

评定边长、方位角、点位之中误差，实质上就是求平差值函数中误差，计算公式为

$$m_F = m_0\sqrt{\frac{1}{p_F}} \tag{8-25}$$

式中 m_0——单位权中误差；

$\frac{1}{p_F}$——平差值函数权倒数。

其中：

1）单位权中误差按下式计算

$$m_0 = \pm\sqrt{\frac{V^TPV}{r}} \tag{8-26}$$

式中 r——条件方程式个数，V^TPV按下述公式中的一个计算，用另一个作检核：

（1）用改正数 v 直接计算

$$V^TPV = [pvv]$$

即

$$[pvv] = p_1v_1^2 + p_2v_2^2 + \cdots\cdots + p_nv_n^2 \tag{8-27}$$

（2）用联系数 k 及闭合差 w 计算

$$V^TPV = -W^TK \tag{8-28}$$

即

$$[pvv] = -w_ak_a - w_bk_b - \cdots\cdots - w_rk_r = -[wk]$$

（3）按两列规则计算

$$-V^TPV = 0 + (w)\times(w) \tag{8-29}$$

即

$$[pvv] = 0 + \frac{w_a^2}{\left[\frac{aa}{p}\right]} + \frac{[w_b\cdot 1]^2}{\left[\frac{bb}{p}\cdot 1\right]} + \cdots\cdots + \frac{[w_r\cdot(r-1)]^2}{\left[\frac{rr}{p}\cdot(r-1)\right]} = [0\cdot r]$$

2）平差值函数权倒数按下式计算

（1）计算公式一

$$Q_{FF} = f^TP^{-1}f + f^TP^{-1}A^Tq \tag{8-30}$$

写成纯量形式为

$$\frac{1}{p_F} = \left[\frac{ff}{p}\right] + \left[\frac{af}{p}\right]q_a + \left[\frac{bf}{p}\right]q_b + \cdots\cdots + \left[\frac{rf}{p}\right]q_r$$

式中转换系数q_a、q_b……q_r由下述转换系数方程组解出：

$$Nq + AP^{-1}f = 0 \tag{8-31}$$

其纯量形式为

$$\left.\begin{aligned}\left[\frac{aa}{p}\right]q_a+\left[\frac{ab}{p}\right]q_b+\cdots\cdots+\left[\frac{ar}{p}\right]q_r+\left[\frac{af}{p}\right]=0\\\left[\frac{ab}{p}\right]q_a+\left[\frac{bb}{p}\right]q_b+\cdots\cdots+\left[\frac{br}{p}\right]q_r+\left[\frac{bf}{p}\right]=0\\\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\\left[\frac{ar}{p}\right]q_a+\left[\frac{br}{p}\right]q_b+\cdots\cdots+\left[\frac{rr}{p}\right]q_r+\left[\frac{rf}{p}\right]=0\end{aligned}\right\}$$

（2）计算公式二

$$\frac{1}{p_F}=\left[\frac{ff}{p}\right]+(f)\times(f) \tag{8-32}$$

即

$$\frac{1}{p_f}=\left[\frac{ff}{p}\right]-\frac{\left[\frac{af}{p}\right]^2}{\left[\frac{aa}{p}\right]}-\frac{\left[\frac{bf}{p}\cdot1\right]^2}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}-\cdots\cdots-\frac{\left[\frac{rf}{p}\cdot(r-1)\right]^2}{\left[\frac{rr}{p}\cdot(r-1)\right]}$$

必须指出：评定边长精度时，权函数式可以采用真数形式，也可采用对数形式，评定结果与条件方程式的具体形式无关。但需注意：

若权函数式为对数形式时，边长相对中误差应按下式计算：

$$\frac{m_D}{D}=\frac{m_{\lg D}}{\mu\times10^6} \tag{8-33}$$

式中 $\mu=\lg_{10}e\doteq0.43429$。因为边长对数中误差$m_{\lg D}$是以对数第六位为单位，所以应除以$10^6$。$m_{\lg D}$按下式计算：

$$m_{\lg D}=m_0\sqrt{\frac{1}{p_F}}$$

若权函数式采取真数形式，则边长相对中误差的计算公式为

$$\frac{m_D}{D}=\frac{m_F}{\rho''} \tag{8-34}$$

式中m_F按下式计算：

$$m_F=m_0\sqrt{\frac{1}{p_F}}$$

以上公式中的$\frac{1}{p_F}$均是平差值函数的权倒数，可由式(8-30)或(8-32)解出。

§8—2 平差计算前的准备工作和平差计算中的注意事项

矿区控制网的平差计算是一项复杂、细致的工作。因此，为了保证平差工作的顺利完成，必须充分做好平差前的各项准备工作和认真对待平差计算中的注意事项。

一、对观测值的要求

平差矿区控制网，不论采用何种平差方法，都是在高斯平面上进行平差计算。因此，参加平差计算的观测值一定要是归化到高斯平面上的观测值。并且还应按几何条件进行检，

查，只有条件闭合差不超过限差时，才能参与平差。此外，观测值还不应含有粗差和系统误差。因此，应对观测值进行有无粗差和系统误差的统计假设检验。

对于长度测量，观测值是边长值；对于角度测量，观测值可以是方向值，也可以是角度值。

以方向值作为观测值进行平差计算时，称为按方向平差；以角度值作为观测值进行平差时，称为按角度平差。从理论上讲，前者比后者严密。不过，就平差结果而言，两者虽有差别，但差值不大。由于按角度平差比较简单，在实际工作中常被采用。

二、对起算数据的要求

平差控制网时，为了求解待定点的坐标平差值，必须要有一套起算数据。对于三角网，必要的起算数据为四个，即一个点的纵横坐标，一条边的边长值和一条边的坐标方位角值；或者两个点的纵横坐标值。对于测边网，必要起算数据为三个，即一个点的纵横坐标值，一条边的坐标方位角值。对于导线网，必要起算数据也为三个，即一个点的纵横坐标值和一条导线边的坐标方位角值。对于高程网，则必要起算数据只有一个，即一个点的已知高程值。

起算数据的精度应符合“规范”或工程之要求，且起算数据之间不应有显著差异，因此，必要时应对起算数据作统计假设检验。

起算数据可以是国家统一坐标系中的数值，也可以是其它坐标系中的数值，甚至是某个观测值或任意假定的数值。以后者作为起算元素的网即为独立网，以前者作为起算元素的网为非独立网。

当网中只有必要的起算数据时，即为自由网，当出现多余的起算数据时，为非自由网。有些特殊工程不需要控制网有起算元素，这种没有起算元素的控制网为秩亏自由网，有时也简称为自由网。

三、计算中数值的凑整规则及取位

在平差计算中，常会因数字的取舍产生凑整误差，所以必须依照一定的规则进行凑整。否则，取位少了，会有损外业成果的精度；取位多了，将增加不必要的计算工作量。因此，了解凑整规则和数值取位，对于手算和编制电算程序都有现实意义。

1．凑整规则

为了避免凑整误差的累积，在测量平差计算中普遍使用下列规则进行凑整：

（1）若数值中被舍去部分的数值大于所保留的末位单位的0.5时，末位加1。如：2.16501，凑整成小数后二位时，应为2.17。

（2）若数值中被舍去部分的数值小于所保留的末位单位的0.5时，末位不变。如2.16499，凑整成小数后二位时，为2.16。

（3）若数值中被舍去部分的数值等于所保留的末位单位的0.5时，末位凑成最靠近的偶数，即“单进双不进”。如：2.155，凑整成小数后二位时，应为2.16；2.185，凑整成小数后二位时，应为2.18。

2．计算中的数值凑整

（1）在加减各项中，以小数位最少的项为标准，其余各项均凑整成比该项多一位。多取一位是为了不因凑整而严重地影响计算结果的精度。例如，求60.4m、2.02m、23.212m的和，应凑整成。

表 8-1 高 斯-杜 勒

计算次序	行的符号	$(a)/k_a$	$(b)/k_b$	$(c)/k_c$	w	检核计算 Σ	S
1	a	$\left[\frac{aa}{p}\right]$	$\left[\frac{ab}{p}\right]$	$\left[\frac{ac}{p}\right]$	w_a	Σ_a	S_a
5	E	-1	$-\frac{\left[\frac{ab}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]}$	$-\frac{\left[\frac{ac}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]}$	$-\frac{w_a}{\left[\frac{aa}{p}\right]}$	Σ_E	$-\frac{\Sigma_a}{\left[\frac{aa}{p}\right]}$
2	b	$k_a =$	$\left[\frac{bb}{p}\right]$	$\left[\frac{bc}{p}\right]$	w_b	Σ_b	S_b
6	$b\cdot1$		$\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]$	$\left[\frac{bc}{p}\cdot1\right]$	$[w_b\cdot1]$	$\Sigma_{b\cdot1}$	$[\Sigma_b\cdot1]$
7	$E\cdot1$		-1	$-\frac{\left[\frac{bc}{p}\cdot1\right]}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}$	$-\frac{[w_b\cdot1]}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}$	$\Sigma_{E\cdot1}$	$-\frac{\Sigma_{b\cdot1}}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}$
3	c		$k_b =$	$\left[\frac{cc}{p}\right]$	w_c	Σ_c	S_c
8	$c\cdot2$			$\left[\frac{cc}{p}\cdot2\right]$	$[w_{c\cdot2}]$	$\Sigma_{c\cdot2}$	$[\Sigma_c\cdot2]$
9	$E\cdot2$			-1	$-\frac{[w_{c\cdot2}]}{\left[\frac{cc}{p}\cdot2\right]}$	$\Sigma_{E\cdot2}$	$-\frac{\Sigma_{c\cdot2}}{\left[\frac{cc}{p}\cdot2\right]}$
4	w			$k_c =$	w_w	Σ_w	$S_w=[w]$
10	$w\cdot3$				$[w_w\cdot3]$		$[\Sigma_{w\cdot3}]$
11	k_c	$k_c = -\frac{[w_c\cdot2]}{\left[\frac{cc}{p}\cdot2\right]}$					
12	k_b	$k_b = -\frac{\left[\frac{bc}{p}\cdot1\right]}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}k_c-\frac{[w_b\cdot1]}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}$					
13	k_a	$k_a = -\frac{\left[\frac{ab}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]}k_b-\frac{\left[\frac{ac}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]}k_c-\frac{w_a}{\left[\frac{aa}{p}\right]}$					

特 简 化 表

计算方法	检核公式
(a)行各项抄自法方程第一式	$\Sigma_a=\left[\frac{aa}{p}\right]+\left[\frac{ab}{p}\right]+\left[\frac{ac}{p}\right]+w_a$, $S_a=\left[\frac{as}{p}\right]+w_a$, $\Sigma_a=S_a$
(E)行 $=-\frac{1}{\left[\frac{aa}{p}\right]}\times$(a)行	$\Sigma_E=-1-\frac{\left[\frac{ab}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]}-\frac{\left[\frac{ac}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]}-\frac{w_a}{\left[\frac{aa}{p}\right]}$, $\Sigma_E=-\frac{\Sigma_a}{\left[\frac{aa}{p}\right]}$
(b)行各项抄自法方程第二式	$\Sigma_b=\left[\frac{ab}{p}\right]+\left[\frac{bb}{p}\right]+\left[\frac{bc}{p}\right]+w_b$, $S_b=\left[\frac{bs}{p}\right]+w_b$, $\Sigma_b=S_b$
(b·1)行=(b)行$+\left[\frac{ab}{p}\right]\times$(E)行	$\Sigma_{b\cdot1}=\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]+\left[\frac{bc}{p}\cdot1\right]+[w_b\cdot1]$, $\left[\Sigma_b\cdot1\right]=\Sigma_b-\frac{\Sigma_a\left[\frac{ab}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]}$ $\Sigma_{b\cdot1}=[\Sigma_b\cdot1]$
(E·1)行 $=-\frac{1}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}\times$(b·1)行	$\Sigma_{E\cdot1}=-1-\frac{\left[\frac{bc}{p}\cdot1\right]}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}-\frac{[w_b\cdot1]}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}$, $\Sigma_{E\cdot1}=-\frac{\Sigma_{b\cdot1}}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}$
(c)行各项抄自法方程第三式	$\Sigma_c=\left[\frac{ac}{p}\right]+\left[\frac{bc}{p}\right]+\left[\frac{cc}{p}\right]+w_c$, $S_c=\left[\frac{cs}{p}\right]+w_c$, $\Sigma_c=S_c$
(c·2)行=(c)行$+\left[\frac{ac}{p}\right]\times$(E)行+ $+\left[\frac{bc}{p}\cdot1\right]\times$(E·1)行	$\Sigma_{c\cdot2}=\left[\frac{cc}{p}\cdot2\right]+[w_c\cdot2]$, $[\Sigma_c\cdot2]=\Sigma_c-\frac{\left[\frac{ac}{p}\right]\Sigma_a}{\left[\frac{aa}{p}\right]}-\frac{\left[\frac{bc}{p}\cdot1\right]\Sigma_{b\cdot1}}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}$, $\Sigma_{c\cdot2}=[\Sigma_c\cdot2]$
(E·2)行 $=-\frac{1}{\left[\frac{cc}{p}\cdot2\right]}\times$(c·2)行	$\Sigma_{E\cdot2}=-1-\frac{[w_c\cdot2]}{\left[\frac{cc}{p}\cdot2\right]}$, $\Sigma_{E\cdot2}=-\frac{\Sigma_{c\cdot2}}{\left[\frac{cc}{p}\cdot2\right]}$
(w)行中$w_w=0$ $[w_w\cdot3]$行=(w)行$+w_a\times$(E)行+ $+[w_b\cdot1]\times$(E·1)行$+[w_c\cdot2]\times$(E·2)	$\Sigma_w=w_a+w_b+w_c$, $S_w=w_a+w_b+w_c$ $[w_w\cdot3]=[\Sigma_w\cdot3]$, $[\Sigma_w\cdot3]=\Sigma_w-$ $-\frac{w_a\Sigma_a}{\left[\frac{aa}{p}\right]}-\frac{[w_b\cdot1]\Sigma_{b\cdot1}}{\left[\frac{bb}{p}\cdot1\right]}-\frac{[w_c\cdot2]\Sigma_{c\cdot2}}{\left[\frac{cc}{p}\cdot2\right]}$

说明：

（1）11、12、13行为联系数k的计算公式，计算结果填写在2、3、4行中的相应之处

（2）(E)、(E·1)、(E·2)行称为消化列，要求用红墨水书写

（3）(a)、(b)、(c)行中各项可在组成法方程式时直接填入