

高等专科学校试用教材

高等数学

上册

第二版

上海科学技术出版社

高等专科学校试用教材

高等数学

(上册)

第二版

上海市高等专科学校
《高等数学》编写组编

上海科学技术出版社

(沪)新登字108号

责任编辑 周玉刚

高等专科学校试用教材

高等数学

(上册)

第二版

上海市高等专科学校

《高等数学》编写组编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

新华书店上海发行所发行 上海市印刷三厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 13 字数 281,000

1985年5月第1版

1992年4月第2版 1993年4月第9次印刷

印数 272,001—321,000

ISBN 7-5323-2700-0/O·153 (课)

定价: 3.50元

前 言

近年来,随着我国改革开放的深入,高等工程专科教育有了很大的发展,国家教委对高等专科教育的培养目标、制订教学计划的原则都作了明确规定,并对一些主要课程制订了教学基本要求。在新形势下,许多高等专科学校都迫切希望能有一套适合新要求的《高等数学》教材。在上海市高等教育局教学处的领导下,上海高校工科数学协作组于1989年组成上海市高等专科学校《高等数学》编写组,开始编写工作。

本教材是根据对高等工程专科学校基础理论教学“以应用为目的,以必需、够用为度”的原则,参照国家教委新近颁发的高等工程专科学校《高等数学课程教学基本要求》而编写的,在内容的选取上,除保证必要的系统性外,尽量注意到本课程内容的应用性和针对性。重要的概念,尽量从实际问题引出,抽象出概念后,再回到实际应用中,不过分追求理论证明和推导的严密性,而注意加强那些与实际应用联系较多的基础理论知识,如函数关系的建立、定积分的微元法和列微分方程等,使学生对运用本课程的知识和方法,解决工程实际问题有一个初步的训练。近似计算方法在工程技术中应用广泛,本书中册专辟“数值计算初步”一章,增加部分近似计算的内容,以培养学生数值计算的能力;在下册又专辟了“线性代数与数理统计的计算机解法初步”一章,结合介绍一些常用算法的框图和程序,以适应将来从事科研课题的需要。“数值计

算初步”和“线性代数与数理统计的计算机解法初步”两章写法上采用“模块式”，各校可根据专业需要取舍。

全书内容按实际授课学时上、中册 130~150 学时，下册 58~76 学时（包括习题课）编写，书内部分注有“*”号的内容（未计算学时）供不同专业选用。

全书共二十一章，分上、中、下三册：上册七章，包括函数、极限与连续，导数与微分，中值定理与导数应用，不定积分，定积分，定积分应用，微分方程；中册五章，包括数值计算初步，空间解析几何与向量代数，多元函数及其微分法，多元函数的积分，无穷级数；下册九章，矩阵与线性方程组的解法，线性方程组解的结构，特征值特征向量与二次型，随机事件与概率，随机变量、线性代数与数理统计的计算机解法初步参数估计，假设检验，方差分析与回归分析。每节后配有习题，每章后配有复习题。书末附有常用积分表，平面及空间的常用图形，部分计算程序和习题答案。

参加本书编写的（以姓氏笔划为序）有：孙承德（上海机械专科学校），李长庚（上海纺织专科学校），张起云（上海石化专科学校），邱慈江（上海化工专科学校），侯长林（上海科技专科学校），钱翼文（上海轻工业专科学校），翁耀明（上海医疗器械专科学校），曹助我（上海海运学院），黄淑芳（上海电力学院），彭延铭（上海冶金专科学校），由黄淑芳、曹助我担任主编，张起云参加统稿工作。

本书由上海铁道学院朱学炎教授主审，参加审稿的还有上海冶金专科学校严宁鉴、上海科技专科学校洪蓬、上海机械专科学校王绍智、上海纺织专科学校俞秀云、上海化工专科学校邵振和、上海石化专科学校秦耀堂、上海轻工业专科学校薛闻起和上海科学技术出版社周玉刚等同志，他们认真地审阅

了原稿,并提出了许多宝贵的改进意见,对此我们表示衷心的感谢。

限于编者水平,加之时间仓促,书中一定存在不妥之处,希望使用本书的同行和广大读者批评指正。

编 者

1991年6月

目 录

第一章 函数、极限与连续

第一节 函数	1
一、函数的概念	1
二、函数的几种特性	5
三、初等函数	8
四、建立函数关系举例	12
习题 1-1	13
第二节 数列的极限	17
习题 1-2	22
第三节 函数的极限	23
一、 $x \rightarrow \infty$ 时函数的极限	23
二、 $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限	25
三、左极限与右极限	27
四、极限的性质	29
习题 1-3	29
第四节 无穷小与无穷大	30
一、无穷小	30
二、无穷大	31
三、无穷小的性质	33
习题 1-4	31
第五节 极限的运算法则	35
习题 1-5	33
第六节 两个重要极限	41

一、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	11
二、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	42
习题 1-6	46
第七节 无穷小的比较	47
习题 1-7	50
第八节 函数的连续性与间断点	51
一、函数的连续性	51
二、函数的间断点	53
习题 1-8	56
第九节 初等函数的连续性	57
一、初等函数的连续性	57
二、闭区间上连续函数的性质	60
习题 1-9	63
复习题一	64

第二章 导数与微分

第一节 导数的概念	68
一、函数的变化率	68
二、导数的定义	71
三、求导数举例	73
四、导数的几何意义	76
五、可导与连续的关系	79
习题 2-1	80
第二节 函数的和、差、积、商的导数	82
习题 2-2	86
第三节 复合函数的导数	87

习题 2-3	93
第四节 反函数的导数、隐函数的导数、初等函数的 导数	94
一、反函数的导数	94
二、隐函数的导数	97
三、初等函数的导数	101
习题 2-4	102
第五节 高阶导数	103
习题 2-5	107
第六节 微分及其在近似计算中的应用	107
一、微分的概念	108
二、微分的几何意义	111
三、微分的运算法则	112
四、由参数方程所确定的函数的导数	115
五、微分在近似计算中的应用	118
习题 2-6	120
复习题二	123

第三章 中值定理与导数应用

第一节 中值定理	127
一、罗尔定理	127
二、拉格朗日中值定理	129
三、柯西中值定理	132
习题 3-1	134
第二节 洛必塔法则	134
一、未定型 $\frac{0}{0}$ 和 $\frac{\infty}{\infty}$ 的极限	135
二、其它未定型的极限	138
习题 3-2	141

第三节 函数的单调性与极值	142
一、函数单调性的判别法	142
二、函数的极值及其求法	146
三、函数的最大值和最小值	152
习题 3-3	156
第四节 曲线的凹凸及拐点	159
一、曲线的凹凸及其判别法	160
二、曲线的拐点及其求法	161
习题 3-4	163
第五节 函数图形的描绘	163
一、铅直渐近线和水平渐近线	163
二、函数图形的描绘	165
习题 3-5	169
*第六节 曲率	169
一、弧微分	170
二、曲率	172
三、曲率的计算公式	175
四、曲率半径、曲率圆	177
习题 3-6	179
复习题三	180

第四章 不定积分

第一节 不定积分的概念	185
一、原函数与不定积分的概念	185
二、基本积分公式	187
三、不定积分的性质	188
习题 4-1	190
第二节 换元积分法	193
一、第一类换元法(凑微分法)	193

二、第二类换元法	199
习题 4-2	202
第三节 分部积分法	205
习题 4-3	209
第四节 有理函数与三角函数有理式的积分	210
一、有理函数的积分举例	210
二、三角函数有理式积分举例	215
习题 4-4	218
第五节 积分表的使用	218
习题 4-5	223
复习题四	224

第五章 定 积 分

第一节 定积分概念与性质	227
一、两个实际问题	227
二、定积分概念	230
三、定积分的性质	233
四、定积分的几何意义	235
习题 5-1	237
第二节 定积分的基本公式	238
一、积分上限的函数及其导数	238
二、定积分基本公式	239
习题 5-2	242
第三节 定积分的换元积分法和分部积分法	244
一、定积分的换元积分法	244
二、定积分的分部积分法	248
习题 5-3	251
第四节 广义积分	253
一、广义积分	253

•二、 Γ 函数	258
习题 5-4	260
复习题五	262

第六章 定积分的应用

第一节 定积分的微元法	265
第二节 平面图形的面积	267
一、在直角坐标系	267
二、在极坐标系	272
习题 6-2	274
第三节 体积	275
一、平行截面面积为已知的立体体积	275
二、旋转体的体积	277
习题 6-3	280
第四节 平面曲线的弧长	282
习题 6-4	285
第五节 定积分在物理方面的应用	286
一、变力沿直线所作的功	286
二、液体的压力	288
习题 6-5	291
复习题六	292

第七章 常微分方程

第一节 常微分方程的基本概念	295
习题 7-1	299
第二节 一阶微分方程	300
一、可分离变量的微分方程	301
二、一阶线性微分方程	305
习题 7-2	310

第三节 一阶微分方程应用举例	311
习题 7-3	319
第四节 可降阶的高阶微分方程	321
一、 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程	321
二、 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程	322
三、 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程	323
习题 7-4	324
第五节 二阶常系数齐次线性微分方程	325
习题 7-5	331
第六节 二阶常系数非齐次线性微分方程	331
习题 7-6	340
第七节 二阶微分方程应用举例	341
习题 7-7	347
复习题七	348

附 录

附录一 习题答案	351
附录二 积分表	382

第一章 函数、极限与连续

函数是高等数学研究的主要对象。极限方法则是高等数学中研究问题的一种基本方法。本章在复习函数概念的基础上,着重介绍函数的极限和连续性等基本概念,以及它们的一些性质。

第一节 函 数

一、函数的概念

在观察自然现象或工程问题时,常常发现有几个变量在变化,它们并不是孤立的,而是相互依赖地按照一定的规律在变化。先看几个例子。

例 1 在自由落体运动中,设物体下落的时间为 t , 下落的距离为 s , 如果取开始下落的时刻 $t=0$, 则 s 与 t 之间的依赖关系由公式

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

表示,其中 g 为重力加速度。若物体到达地面的时刻 $t=T$, 则当时间 t 在 $[0, T]$ 上任取一个数值时,就可由上式确定出 s 的对应值。

例 2 气象观察站的气温自动记录仪把某一天的气温变

化描绘在记录纸上, 得到如图 1.1 所示的曲线. 根据这条曲线, 我们就能知道这一天内(从 0 点到 24 点)任何时刻 t 的气温 T .

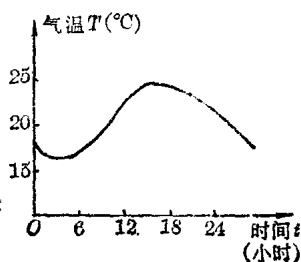


图 1.1

例 3 由实验测得某金属轴在不同温度 $t(^{\circ}\text{C})$ 下的长度 $L(\text{m})$, 数据如表 1-1 所示.

表 1-1

$t(^{\circ}\text{C})$	10	20	30	40	50	60
$L(\text{m})$	1.00012	1.00024	1.00035	1.00048	1.00061	1.00072

这里 t 和 L 是两个相互依赖的变量. 表 1-1 显示了变量 L 与 t 之间的依赖关系.

上面三个例子的实际意义虽不相同, 但却有共同处. 每个例中都出现有两个变量, 当其中一个变量在一定的范围内取定一数值后, 按照一个确定的规则, 另一个变量有唯一确定的数值与它对应. 两个变量之间的这种对应关系, 在数学上就是函数概念.

定义 设有两个变量 x 和 y , D 为一非空实数集. 如果变量 x 在 D 内任取一个确定数值时, 变量 y 按照一定的规则

f 有唯一确定的数值和它对应, 那末称对应规则 f 为定义在 D 上的一个**函数**. x 称为**自变量**, y 称为**因变量**, D 称为函数的**定义域**.

x 所对应的 y 称为 x 的函数值, 记为

$$y = f(x).$$

函数值全体称为函数的**值域**, 记为 W .

常常是通过函数值来研究函数, 所以也称 $y = f(x)$ 是 x 的函数.

例1中, 对应规则 $s = f(t) = \frac{1}{2}gt^2$ 是定义域为 $D = [0, T]$ 的一个函数, 其值域 $W = \left[0, \frac{1}{2}gT^2\right]$.

例2则由图1.1的曲线确定时间 t 与气温 T 的对应规则, $D = [0, 24]$.

例3则由表1-1确定温度 t 与轴长 L 的对应规则, $D = \{10, 20, 30, 40, 50, 60\}$.

如果 $x_0 \in D$, 称函数在 x_0 有定义. 函数 $y = f(x)$ 在 x_0 的函数值记为

$$y|_{x=x_0} = f(x_0).$$

有时对于变量 x 的每一个值, 变量 y 按照一定的规则有两个或更多个确定的数值和它对应, 这种情形与上述定义不符, 但为方便起见, 我们称 y 为 x 的**多值函数**. 而称前面所定义的函数为**单值函数**. 例如, 方程 $y^2 = x$, 当 x 取值 0 时, 对应的 y 值只有一个数值 0, 但当 x 取开区间 $(0, +\infty)$ 内任一数值时, 对应的 y 值就有两个, 所以方程 $y^2 = x$ 在 $(0, +\infty)$ 内确定一个双值函数, 而 $y = \sqrt{x}$ 和 $y = -\sqrt{x}$ 是它的两个单值分支.

本书中所涉及的函数,一般都指单值函数。

在平面直角坐标系中,取 x 为横坐标, y 为纵坐标,则平面上点

$$\{(x, y) | y = f(x), x \in D\}$$

的全体,称为函数 $y = f(x)$ 的图形。通常是一条或几条曲线。

函数常用解析法(如例 1)、图象法(如例 2)、表格法(如例 3)来表示。

在实际问题中,有时会遇到一个函数在定义域的不同范围内要用不同的解析式表示的情形。例如电子技术中的三角波(图 1.2),它的电压 U 与时间 t 的函数关系为

$$U(t) = \begin{cases} \frac{2E}{\tau}t, & t \in [0, \frac{\tau}{2}); \\ -\frac{2E}{\tau}(t - \tau), & t \in [\frac{\tau}{2}, \tau); \\ 0, & t \in [\tau, T]. \end{cases}$$

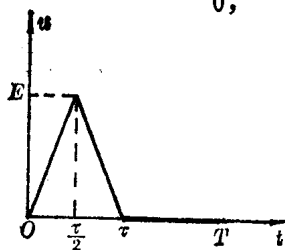


图 1.2

它表示了在闭区间 $[0, T]$ 上不同的时间范围内,电压变化的不同规律。它是定义域 $D = [0, T]$, 值域 $W = [0, E]$ 的一个函数,而不是几个函数。这种在定义域内不同的区间上用不同的解析式表示的函数,称为分段函数。

例如, $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0; \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

是定义域为 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域为 $W = [0, +\infty)$ 的一个