官 飞 薛克宗 纪辉玉 顾扣芬 编
王 烈 主编

理论力学

清华大学出版社

理 论 力 学

官　飞　薛克宗　纪辉玉　顾扣芬 编

王　烈 主编

清华大学出版社

内 容 提 要

本书是参照高等学校工科力学教材编审委员会审订的“理论力学教学大纲”编写的。根据因材施教的原则和今后发展的需要，在内容的深度和广度上均有扩展，并冠以*号，供自学或选讲。

本书系统讲述了静力学、运动学和动力学，各章附有丰富的习题和答案。根据多年来的教学实践和学生的实际水平，书中对教学体系与内容进行了以下改进：基本内容简明，既讲理论又讲思路与方法；动力学理论体系按牛顿与拉格朗日两种方法及力与运动两条线索讲述；基本内容多次反复利于掌握；加强了应用性专题；并介绍了矩阵分析方法。

该书可作为90～120学时类型机械、土建、水利、航空、电机、动力、采矿、仪表等专业大学本科生的教材，也可供其它专业和有关工程技术人员参考。

理 论 力 学

官 飞 薛克宗 纪辉玉 顾扣芬 编

王 烈 主编

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

中国科学院印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本：787×1092 1/16 印张：23 1/8 字数：548 千字

1990年10月第1版 1990年10月第1次印刷

印数：0001～5000

ISBN 7-302-00671-7/O·103

定价：4.15 元

序　　言

本书是参照高等学校工科力学教材编委会审订的《理论力学教学大纲》(草案)(90—120学时)的要求编写的. 考虑到先修课教学水平的提高,本教材相应提高了内容的起点,并将便于有余力的同学自学,其内容比上述大纲扩充约20%. 又注意到各校教学实践的情况不一,编写这部分内容时,我们力图使其具有一定的相对独立性. 例如静力学与动力学的矩阵分析方法两章跳过去不讲,并不影响课程的系统性与完整性.

我们编写这本教材时,大体在以下几方面作了些工作.

(1) 我们力图将基本理论写得简明些,成熟的内容采用从一般到特殊的写法。例如,静力学基本理论传统写法分为五至六章,我们只写成两章,又如动静法、虚位移原理等章节也是如此.

(2) 我们将动力学的全部理论体系概括为两种研究方法,即牛顿的力学方法与拉格朗日的力学方法. 前者是直接研究真实运动与力的关系,后者通过比较可能运动与真实运动,从可能运动中挑选出真实运动. 因此可用牛顿的矢量力学方法统一静力学(第一篇)与动力学基础(第三篇). 用拉格朗日的力学方法统一分析力学初步(第四篇).

此外,我们还从纵的方面,以力的作用与运动量的分析这两条基本线索来贯穿动力学内容,以两条线索的变化与发展使动力学各章既区别开来又联系起来,使两种力学方法也联系起来.

我们在教学中试用两种力学方法,两条基本线索来解决学生学习的"方法多""头绪乱"等问题,初见成效.

(3) 在例题的编写中力图写出解题思路与方法,采用解前分析与解后讨论,以及提出思考性问题等方式,使解题与基本概念、基本方法相结合,以使同学重视培养自己分析问题与解决问题的能力。

(4) 我们认为,在提高课程起点的情况下,学好理论力学的基本概念、基本理论和基本方法(简称"三基")仍是教学的指导原则,也是教材编写的指导原则. 考虑到人对事物的认识需要反复,在本书中有意安排了这种"反复". 例如在简短的两章内讲完静力学的"三基"后,引入静力学的矩阵分析方法,这实质上是对"三基"的一次反复认识与提高. 接下来在静力学的应用问题一章中再一次反复应用"三基",再次认识与提高. 动力学也按相同的模式作了三次反复循环. 即牛顿、拉格朗日力学方法→动力学的矩阵分析方法→动力学的应用问题.

(5) 在提高课程起点方面主要作了两点尝试,一是在数学工具上,在原有矢量分析的基础上系统引入矩阵分析方法,这样做一方面对深化理论力学有益,另一方面也为电子计算机在力学中的应用创造条件. 二是加强了理论力学的应用性专题的阐述. 例如将桁架作为专题不但讲述了节点法、截面法,还讲述了一般解法.

本书编写过程中学习了兄弟院校许多先进的教学经验,学习了他们的教材,获益匪

浅．在编写过程中也得到了教研组的大力协助，学习了教研组的经验，好几位同志提出了宝贵意见．清华大学出版社编辑同志为本书的修改提出了很有价值的意见．在此一并致谢．

参加本书编写的有官飞、薛克宗、纪辉玉和顾扣芬．由王烈负责主编．具体分工如下：官飞(第一、二章)，薛克宗(第五章的点的运动学部分、第七、八、十二、十三、十四章)，纪辉玉(第五章的刚体运动学部分、第六章)，王烈(第三、四、九、十、十一、十五、十六、十七章)，顾扣芬(全部习题)．

限于水平、书中会有许多缺点与错误．希望得到大家的批评指正，以便今后修改．

编　者

1989 年 10 月

目　　录

第一篇　静　力　学

引　　言

静力学研究作用于物体上的力系的简化与平衡问题。

在静力学中所遇到的物体，大多是机器的零部件，或是各种结构的构件。它们是由铁、钢、铝、混凝土等材料制成。在力的作用下，虽然它们总是要产生变形，然而，变形的大小与它本身的尺寸相比是很小的。这种小变形对于静力学所讨论的问题没有意义。因此，在静力学中，我们总是把物体当作刚体。所谓刚体是指在力的作用下不发生任何变形的物体。它是实际物体的一种抽象化模型。

在实际问题中，常常是有许多力作用在物体上，这一组力就称为力系。力系对物体作用的结果是使物体发生运动状态的改变，或使物体发生形变。前者称为力系的运动效应，后者称为力系的变形效应。在刚体静力学中，如果没有特别指明，那么力系的效应是指它的运动效应。如果作用在同一物体上的两个力系所产生的效应相同，那么就说这两个力系是等效的或是互等的。

为了了解力系对物体作用所产生的效应，通常是用一个最简单的而且是等效的力系来代替原来的力系，这就称为力系的简化。最简单的例子是作用于物体上相交的两个力，可以用力的平行四边形法则简化为一个合力，如图 1 所示。

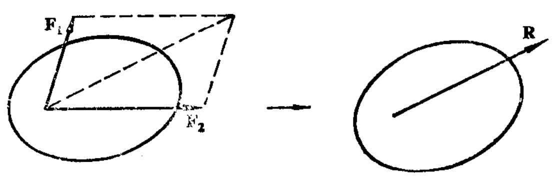

图　1

在静力学中，不讨论物体在力系作用下运动状态的变化，这一重要课题将在动力学中讨论。这里只研究力系应当满足什么条件才能使物体处于平衡，也就是研究力系的平衡条件。

所谓物体处于平衡状态，是指该物体相对于惯性参考系是静止的，或作等速直线运动。因而平衡是相对的。在工程技术中，如果没有特别指明，平衡是相对地球而言的，即把固结于地球的参考系作为惯性参考系。

第一章 基 本 力 系

汇交力系与力偶系是两个基本力系，因为一般任意力系总是可以分解为一个汇交力系加上一个力偶系．因此，首先讨论这两个基本力系的简化和平衡问题．同时，本章介绍了物体受力分析的方法，说明怎样画出物体的受力图，这在解决实际问题中是很重要的．

§ 1.1 汇交力系的简化与平衡问题

如果作用于刚体上各力的作用线交于一点，如图 1.1 (a) 所示，则该力系称为汇交力系．它可以简化为一个力．

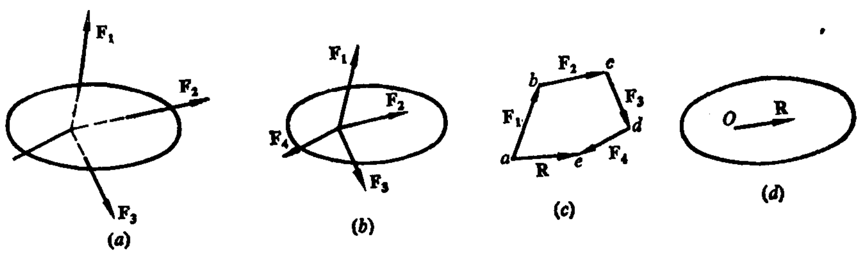

图 1.1

首先，将各力沿其作用线移到交点 O，如图 1.1 (b) 所示．由于作用于刚体上的力沿其作用线移动，并不改变此力的效应，因而图 1.1(b) 的力系与原力系是等效的．然后，应用力合成的平行四边形法则，逐个地把这些力合成一个合力．这一过程可以更简单地用力多边形法则来实现．如图 1.1(c)，将力 $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$, $\cdots$ 作成一首尾衔接的折线 $abcde$，其封闭边 **ae** 即决定了合力 $\mathbf{R}$ 的大小与方向． 最后，此汇交力系简化为通过 O 点的一个力 $\mathbf{R}$，如图 1.1(d) 所示．该力即为力系的合力，可以写成

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i \tag{1.1}$$

即合力 $\mathbf{R}$ 等于各力的矢量和．

应用力多边形来决定汇交力系合力的方法称为几何法．当各力的作用线位于同一平面内时(平面汇交力系)，这种方法是有效的．然而，对于空间汇交力系，这种方法就不方便了，此时解析法是一种更为一般的方法．为此先介绍力在坐标轴上的投影．

如果力 $\mathbf{F}$ 对于所选定的坐标系 $Oxyz$ 的三个方向余弦为已知，如图 1.2 (a) 所示．则此力在坐标轴上的投影为

$$\left.\begin{aligned} X &= F\cos\alpha \\ Y &= F\cos\beta \\ Z &= F\cos\gamma \end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

有时,先将力投影到坐标平面,然后再投影到坐标轴更为方便,如图 1.2 (*b*) 所示.这时,力在坐标轴上的投影可表示为

$$\left.\begin{aligned} X &= F\sin\psi\cos\varphi \\ Y &= F\sin\psi\cdot\sin\varphi \\ Z &= F\cos\psi \end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

由式 (1.1) 可知,合力 **R** 在坐标轴上的投影可表为

$$\left.\begin{aligned} R_x &= \sum_{i=1}^{n} X_i \\ R_y &= \sum_{i=1}^{n} Y_i \\ R_z &= \sum_{i=1}^{n} Z_i \end{aligned}\right\} \tag{1.4}$$

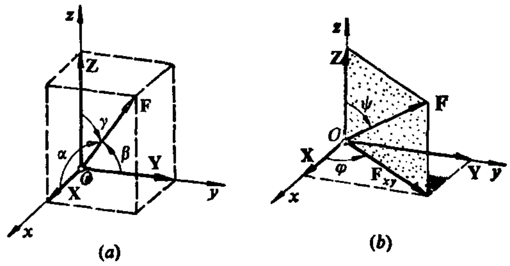

图 1.2

即合力在某坐标轴上的投影等于各分力在同轴上投影的代数和. 应用式 (1.4) 求得合力 **R** 在坐标轴的投影后,**R**的大小与方向就可由下式决定

$$\left.\begin{aligned} &R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \\ &\cos\alpha = \frac{R_x}{R}, \quad \cos\beta = \frac{R_y}{R}, \quad \cos\gamma = \frac{R_z}{R} \end{aligned}\right\} \tag{1.5}$$

而合力 **R** 的作用线则必通过汇交点 *O*.

如上所述,汇交力系必可简化为一合力. 因此,汇交力系平衡的必要与充分条件是合力等于零.

由式 (1.4) 可得汇交力系的三个平衡方程为

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} X_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} Z_i = 0 \end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

对于平面汇交力系,如果选取力所在的平面为 *Oxy* 坐标平面,那么平衡方程 (1.6) 中的第 3 式是自然满足的,这时便只有 2 个独立的平衡方程

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} X_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0 \end{aligned}\right\} \tag{1.7}$$

合力等于零的平衡条件也可以几何形式表示. 即由各力所构成的力多边形应是首尾衔接的封闭多边形. 如图 1.3 所示.

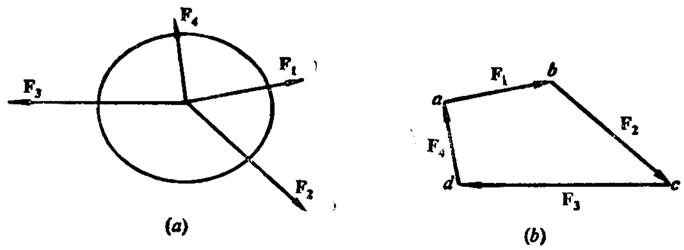

图 1.3

§ 1.2 约束与约束力，物体的受力分析

静力学的主要任务之一就是应用平衡条件求解物体所受到的某些未知力，这就要对物体进行正确的受力分析，其关键就是要分析物体所受到的约束力.

约束是理论力学中的一个重要概念. 在静力学中只限于讨论约束力的性质，而约束限制物体运动的性质将在动力学中讨论.

在力学中，常常根据物体的运动是否受到预先给定的限制而将物体分为两类：一类称为自由体，这类物体的位移没有受到任何预先给定的限制. 例如在空中飞行的炮弹，人造卫星等. 另一类称为非自由体，它们的位移受到了预先给定的限制. 例如放在地上的机器受到地面与地脚螺钉的限制而不能移动；机器中的轴承限制轴只能转动而不能发生其它位移等等. 当某一物体受到周围物体对其位移的限制时，这些周围物体就称为该物体的约束. 例如地面与地脚螺钉是机器的约束，轴承是轴的约束等. 而约束作用于被约束物体上的力称之为约束力.一般情况下，物体除受有约束力外，还受有各种载荷的作用，如重力，电机的驱动力，液体的压力等等. 由于这些力的作用促使物体运动或有发生运动的趋势，这种力称为**主动力**. 约束力的性质与约束的形式有关，工程中常见的典型约束有以下几种：

(1) 柔性绳索的约束：这类约束是由绳索、胶带、链条等所构成，可视作理想的完全柔软的带状物体，因而它所提供的约束力只能是沿着绳索方向的拉力. 例如图 1.4(a) 所示的起重机中，绳索 BC 作用于杆AC的约束力是拉力 $\mathbf{T}$ (图 1.4(b))，这力的作用线必沿 BC 线，其大小要由 AC 杆的平衡条件来决定.

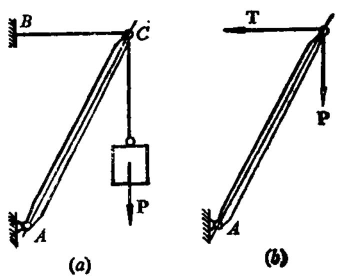

图 1.4

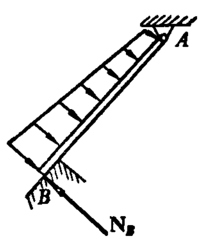

图 1.5

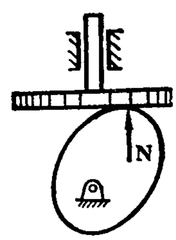

图 1.6

(2) 光滑面接触与辊轴支座：这类约束是指约束与被约束物体彼此以面(平面或曲面)接触．而且，在接触表面摩擦力很小可以略去不计，即可以把接触表面当作是绝对光滑的．由于这类约束不能提供阻止沿接触面切线方向滑动的摩擦力，因而不论主动力如何，约束力必然是作用于接触点，且沿接触面法线方向的力．例如图 1.5 所示的闸门水道挡板的支座 B 的约束力是 $\mathbf{N}_B$；图 1.6 所示的凸轮机构中，凸轮加给顶杆的约束力是 $\mathbf{N}$．

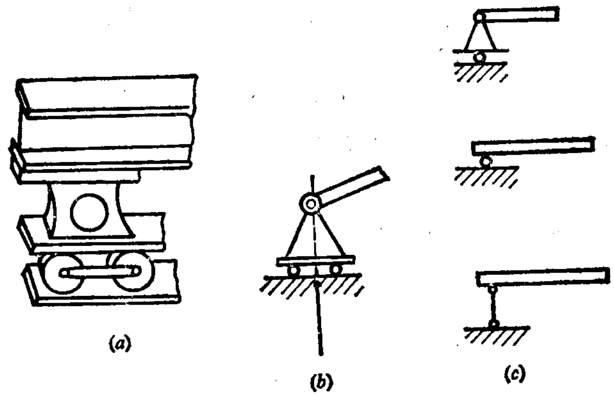

图 1.7

在结构的支座中，有一种常见的辊轴支座．它的构造如图 1.7 (a) 所示．这种支座的特点是在支承表面与被约束物体之间安装了一些圆柱形的辊子，从而可以允许结构的伸缩．如果略去摩擦力的影响，辊轴支座的约束力必沿支承面的法线方向，如图 1.7 (b) 所示，辊轴支座的几种常用简化符号如图 1.7(c) 所示．

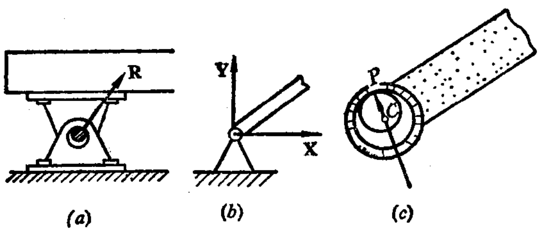

图 1.8

(3) 铰链与轴承：铰链是一种常见的约束．固定式的铰链(铰支座)如图 1.8 (a) 所示．它用来把物体(如桥梁)与基础相连接，其中固定部分与活动部分(被约束物体)各有相同的圆孔，并以圆柱形销钉穿过，因而被约束物体只能绕销钉轴转动．由于销钉与被约束物体可以在圆柱面的任意一条母线相接触，假设忽略接触面上的摩擦力，即认为接触是绝对光滑的，那么约束力必通过接触点 P (图 1.8 (c)) 并沿接触面的法线．即铰链的约束力必通过圆孔的中心，但方向不能由约束性质来决定，而取决于作用

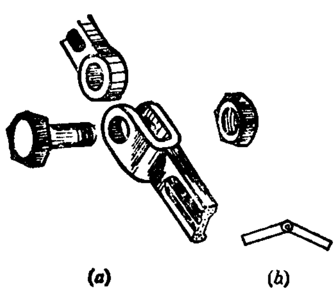

图 1.9

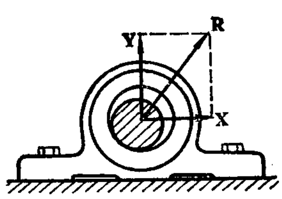

图 1.10

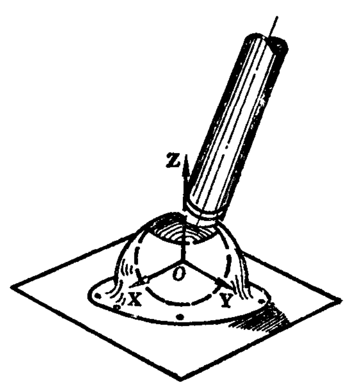

图 1.11

于被约束物体上其余的力．这是因为，接触点 P 的位置取决于被约束物体的受力情况，受力不同，P 点位置也不同，故而过 P 点沿接触面的法线方向也各异．由此可知，铰链的约束力具有两个未知量（大小与方向）．通常把它分解为水平分力 X 与垂直分力 Y，如图 1.8 (b) 所示．只要决定了这两个分力，则约束力的大小与方向也就确定了．

在许多结构与机构中，常用铰链来连接两个构件． 如图 1.9(a) 所示，图 1.9(b) 是它的简化表示法．这时如果将其中任一构件作为被约束物体，那么约束力也具有上述的特点．

轴承是机器中常见的一种约束，它的构造如图 1.10 所示，其约束力的特点与铰链十分类似，这里轴是被约束物体．

上述圆柱形铰链是平面类型的约束．还有一种空间约束类型的铰链称为球铰链，其构造如图 1.11 所示，被约束物体的端部制成球形，且放置在一固定的球窝中，因而球心是固定不动的，被约束物体可以绕该点在空间中作任意转动．如果略去球表面的摩擦，那么球铰链的约束力必通过球心，但方向不能由约束性质决定，而取决于作用在被约束物体上其它的力．因此它具有三个未知量，通常把它分解为沿坐标轴的三个分力 X、Y 与 Z．

了解了各种约束力的性质后，便可以分析物体的受力．通常根据问题的要求与物体之间连接的具体情况，首先确定分析的对象，把该对象从周围的物体（特别是约束）中分离出来，称为取自由体．然后，把周围物体对它的作用（特别是约束力）一一画在它上面，称为作受力图．一个物体的受力图十分清楚地表示出了该物体的受力情况，如果该物体是平衡的，那么这些力就构成了一个平衡力系，应用力系的平衡条件或平衡方程，就可以计算其中的某些未知力．读者应通过以下的例题与相应的习题，熟练地掌握这一方法．

例 1.1 门式框架如图 1.12 (a) 所示，支座 A 可当作辊轴支座，而 B 可当作铰支座．已知水平载荷 $\mathbf{P}$，尺寸 a，框架自重不计．求支座 A 与 B 的约束力．

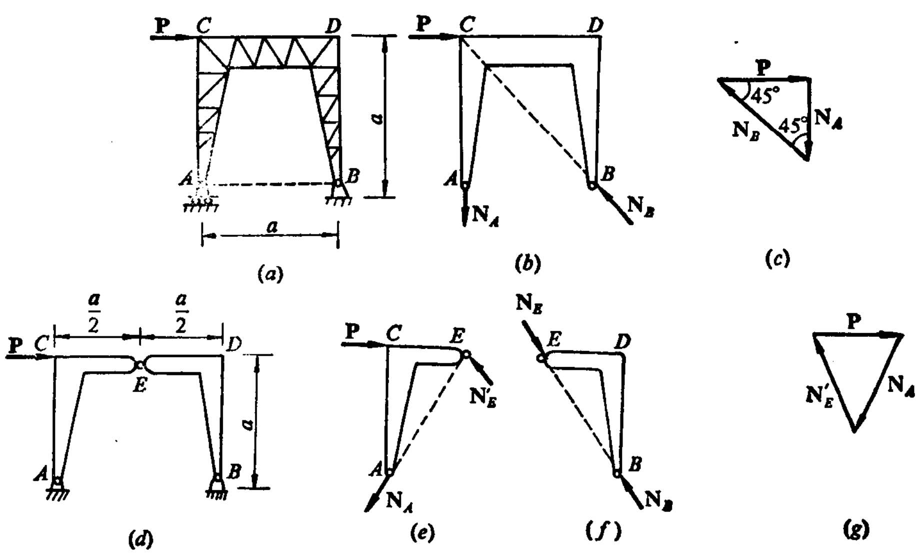

图 1.12

解 以框架为对象，首先取自由体，即把支座A与B去掉．然后，把支座的约束力及主动力$\mathbf{P}$画在框架上．由于A为辊轴支座，其约束力通过A点且沿支承面的法线．铰支座B的约束力通过B点，但方向未知．由于框架是在三个力(主动力$\mathbf{P}$及A、B处的约束力)作用下保持平衡，而其中两个力$\mathbf{P}$与$\mathbf{N}_A$交于C点，这意味着$\mathbf{P}$与$\mathbf{N}_A$的合力$\mathbf{R}$的作用线必通过C点，而$\mathbf{N}_B$必须与$\mathbf{R}$满足平衡条件，即$\mathbf{N}_B$与$\mathbf{R}$必须大小相等，方向相反且作用在同一直线上．因此，$\mathbf{N}_B$也必须通过C点，框架的受力图如图 1.12(b) 所示．

当汇交力系平衡时，其力多边形必须封闭．在图 1.12(c) 上先画已知力$\mathbf{P}$，再从$\mathbf{P}$力的两端分别作直线平行于 $\mathbf{N}_A$，$\mathbf{N}_B$，便可得到封闭的三角形．由几何关系显然有

$$N_A = P$$
$$N_B = \sqrt{2}\,P$$

它们的指向如图所示．

如结构型式改为如图 1.12(d) 所示．其它条件不变，求支座A与B的约束力．

此时三力的作用线是否还交于点C？不是的(为什么？读者可思考)．

此时研究对象有两个刚体可供选择．可先选受力情况简单的右边刚体 BDE，如图 1.12(f)，其上只有 B，E 两点受力，按铰链约束性质，此两力可取任意方向．但考虑到右边物体处于平衡，此二力 ($\mathbf{N}_B$, $\mathbf{N}_E$) 必取 BE 连线方向，且应大小相等指向相反．这种受力状态的物体，工程上常称为**二力构件**．在确定了E点约束力方向后，再分析左边刚体ACE的受力，如图 1.12(e)，可知力 $\mathbf{N}'_E$ 与 $\mathbf{P}$ 的交点为 E，力 $\mathbf{N}_A$ 必过E点．同上，应用刚体 ACE 的汇交力系平衡条件，作出封闭力三角形，如图 1.12(g) 所示．由几何关系算得 $N_A = N'_E = \dfrac{\sqrt{5}}{2}P = 1.12P$．它们的指向如图所示．根据 $\mathbf{N}'_E$ 与 $\mathbf{N}_E$ 是作用力与反作用力的关系，以及 $\mathbf{N}_E$ 与 $\mathbf{N}_B$ 的平衡关系得知 $N_B = 1.12P$，其指向如图．解毕．

从上例可以看出，当刚体在二力或三力作用下处于平衡时，除根据约束性质分析受力外，还可以综合简单的平衡条件帮助分析约束力的方向．这是一种广泛应用的分析方法．由于工程应用中常常出现这种简单受力情况，有些书对三个不平行力的这种情况概括为三力平衡汇交定理即“刚体受到三不平行力作用平衡时，三力必交于同一点，且作用线在同一平面内”．

例 1.2 悬臂式吊车如图 1.13(a) 所示．AB 为吊车梁，BC 为钢索．A 处的支承可

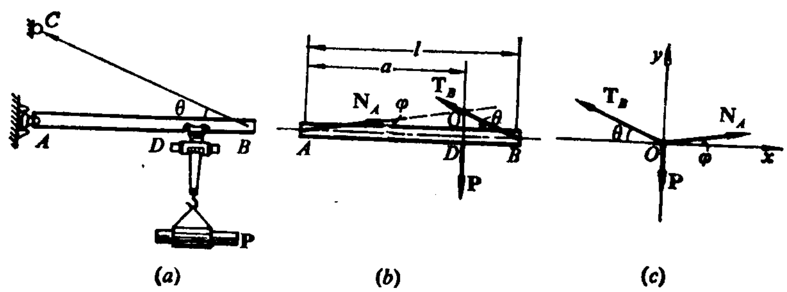

图 1.13

当作铰链支座．已知电葫芦和吊起的重物共重 $P=5\text{kN}$，$\theta=25°$，$a=2.0\text{m}$ $l=2.5\text{m}$，如吊车梁自重不计，求钢索 BC 与支座 A 的约束力．

解 由于已知的载荷和所有的约束力都作用于吊车梁上，因而以梁 AB 为研究对象，取梁 AB 为自由体，载荷 $\mathbf{P}$ 是已知的主动力．钢索 BC 的约束力 $\mathbf{T}_B$ 是沿 BC 线的拉力，它与 $\mathbf{P}$ 力交于 O 点，铰链支座 A 的约束力通过 A 点但方向未知．由于 AB 梁是在互不平行的三个力作用下平衡的，根据例1.1的分析，这三个力的作用线必须交于一点．因此，$\mathbf{N}_A$ 的作用线必须通过 O 点．梁 AB 的受力图如图 1.13(b) 所示．

为了计算方便，将各力沿其作用线移至汇交点 O，如图 1-13(c) 所示．由汇交力系的平衡方程可得：

$$\sum X=0,\ N_A\cos\varphi-T_B\cos\theta=0 \quad \text{(i)}$$

$$\sum Y=0,\ -P+N_A\sin\varphi+T_B\sin\theta=0 \quad \text{(ii)}$$

由几何关系可得：

$$\tan\varphi=\frac{OD}{AD}=\frac{BD\tan\theta}{AD}=\frac{(l-a)}{a}\tan\theta=0.117$$

$$\varphi=6°39'$$

代入式 (i) (ii) 解联立方程即可求得

$$N_A=8.6\text{kN}$$

$$T_B=9.47\text{kN}$$

例 1.3 小型起重机如图 1.14 (a) 所示．滑车 C 由两撑杆 AC，BC 及钢索 DC 所支持．A、B 与 C 都可当作铰链．已知 $P=50\text{kN}$，$\alpha=60°$，$\beta=30°$，$\theta=45°$，设各杆自重及滑车半径均可略去不计．试求杆 AC、BC 及钢索 CD 所受的力．

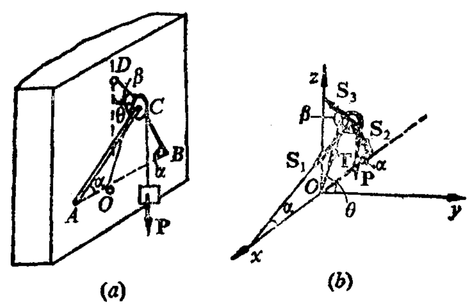

图 1.14

解 由于已知的载荷及未知的约束力都作用于滑车 C 上，因此以滑车作为对象，取它作为自由体．钢索 CD 的约束力只能是沿着 CD 线的拉力，以 $\mathbf{S}_3$ 表示．撑杆 AC 与 BC 的两端是铰链，其自重可略去不计，由于杆子在其两端的力作用下保持平衡，因而两端铰链的约束力必然要大小相等，方向相反，且作用在同一直线(即两端点的连线)上．这样受力的杆子称为二力杆．由此可知，撑杆加给滑车的约束力必沿撑杆的中线，但指向不能确定，可以先假设它们是拉力，以 $\mathbf{S}_1$，$\mathbf{S}_2$ 表示．作用于滑车两边绳索的拉力应相等，因而有：

$$T=P$$

滑车 C 的受力图如图 1.14 (b) 所示．选取坐标轴 $Oxyz$，由汇交力系的平衡方程可得：

$$\sum X=0,\ S_1\cos\alpha-S_2\cos\alpha=0$$

$$\sum Y=0,\ -T\cos\theta-(S_1+S_2)\sin\alpha\cos\theta-S_3\cos\beta=0$$

$$\sum Z=0,\ -P-T\sin\theta-(S_1+S_2)\sin\alpha\sin\theta+S_3\sin\beta=0$$

代人已知的数据可算得．

$$S_1 = -54.7\text{kN}, \quad S_2 = -54.7\text{kN}, \quad S_3 = 36.6\text{kN}$$

S_1 与 S_2 为负值，这表明它们的实际方向与假设的相反，即它们实际上是受压而不是受拉。

§1.3 力 矩

1. 力对点的矩

力矩的概念已经在物理中讲过，它来源于生产实践． 例如，当用扳手拧螺栓时(图 1.15) 力 $\mathbf{F}$ 使扳手绕 O 点转动的效应,不仅与 $\mathbf{F}$ 的大小成正比，而且与支点 O 到力的作用线的垂直距离 h (称为力臂)成正比．因此，规定 F 与 h 的乘积作为力 $\mathbf{F}$ 使物体绕支点 O 转动效应的度量,称为力 $\mathbf{F}$ 对 O 点的力矩,以符号 $m_0(\mathbf{F})$ 表示．即:

$$m_0(\mathbf{F}) = \pm F \times h \tag{1.8}$$

式中的正负号用来区别力矩的不同转向． 通常规定逆时针转向的力矩为正，反之为负．图 1.15 所示的力矩应取正号．力矩的单位是牛顿・米 (N・m)

在力学中把力矩的概念进一步推广．首先,力矩中心 O 点可以是任意选定的一点,不一定是一个转轴．其次，是推广到空间分布的力系，这时力 $\mathbf{F}$ 对 O 点的矩取决于: (1) 力 $\mathbf{F}$ 与力矩中心 O 所决定的平面,它的方位由其法线 On 来确定，如图1.16所示．(2) 在此平面内力矩的转向．(3) 力矩的大小,即力 $\mathbf{F}$ 的大小与力臂的乘积．

由此可见，空间中力对点的矩不能只用一个代数量来表示，而必须用矢量表示．为此,可以从力矩中心 O 作一沿法线 On 的矢量,矢量的模表示力矩的大小，矢量的指向按右手螺旋法则来确定,即以右手的四指表示力矩的转向,姆指就是矢量的指向．

如从力矩中心 O 点到力的作用点 A 作一矢径 $\mathbf{r}$，则力 $\mathbf{F}$ 对 O 点的力矩可以表示为

$$\mathbf{m}_0(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \tag{1.9}$$

即为矢径 $\mathbf{r}$ 与力 $\mathbf{F}$ 的矢积．

2. 合力之矩定理

设力 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 作用于同一刚体上且相交于 A 点．它们的合力为 $\mathbf{R}$ (图 1.17)． 显然，合力 $\mathbf{R}$ 对任意点 O 的力矩应为

$$\mathbf{m}_0(\mathbf{R}) = \mathbf{r}_A \times \mathbf{R}$$

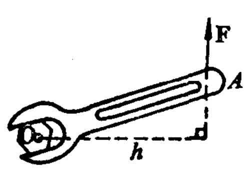

图 1.15

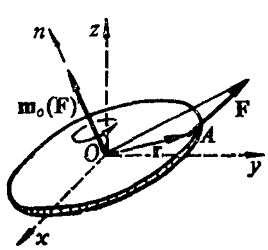

图 1.16

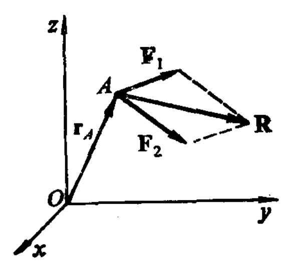

图 1.17