

高等学校教材

随机系统的滤波与控制

李树英 许茂增

国防工业出版社

随机系统的滤波与控制

李树英 许茂增

国防工业出版社

内 容 简 介

本书系统地论述随机系统滤波与控制理论及应用。其内容包括：随机系统的描述与分析；随机估计的一般方法；线性和非线性系统的最优滤波方法、次优滤波方法；自适应滤波方法；滤波的稳定性、滤波发散与克服发散的方法；最优线性平滑方法；随机最优控制；自校正控制；随机系统滤波与控制在电力系统负荷预报、系统特性测试、故障检测与诊断、石油化工过程控制、冶金等行业的加热炉控制、雷达跟踪与惯性导航等工程技术领域的实际应用。

本书是为工科院校自动控制理论及应用，生产过程控制、系统工程等专业研究生编写的教材。

本书采用了比较分析同深入浅出相结合的叙述方法，系统建模及公式的推导方法接近于工程化；选材时尽可能吸收国内外新近研究成果，注重实例，其内容具有很强的实用性。因此，本书也可供工业过程控制、计算机应用、自动化仪表、通信、经济系统分析与决策等专业师生以及工程技术人员参考。

随机系统的滤波与控制

李树英 许茂增

国防工业出版社出版

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码100044)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 1/16 27印张 623千字

1991年5月第一版 1991年5月北京第一次印刷 印数：0,001—1,500册

ISBN 7-118-00771-4/TP 100 定价：6.95元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986~1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系按电子工业部制订的高等学校工科电子类专业教材 1986~1990 年编审出版计划, 由自动控制专业教材编审委员会征稿、评选、审定并推荐出版。

本书由华南理工大学自动化系李树英教授主编, 北京理工大学吴沧浦教授和西北工业大学陈新海教授担任主审。

本教材力图做到内容新颖, 理论严谨, 系统性强, 简明实用。为此, 在叙述上, 采用比较分析方法, 从确定性系统同随机系统的区别和联系入手, 引入随机系统滤波与控制有关概念和处理问题的方法; 在内容处理上, 对基础性的公式、算法和结论, 在不影响理论严谨性的前提下, 尽量用工程上较直观的方法来论述和推导, 并给出大量典型问题应用实例。此外, 每章有结语, 用以总结该章的要点, 指出某些需要进一步研究的问题, 概括带有普遍性的思考方法。本书的重点, 是方法的构造、计算机实用算法以及工程应用。

全书共分九章。第一章讨论随机系统的描述和分析; 第二章介绍随机估计的一般方法; 第三、四、五章讨论线性最优滤波方法、次优滤波方法、滤波稳定性、滤波发散与克服发散的方法, 以及非线性系统的滤波方法; 第六章研究线性系统的最优平滑方法; 第七章讨论随机最优控制; 第八章以最小方差自校正控制为主, 介绍自校正控制的基本理论; 第九章用九个工程实例说明随机系统滤波与控制在工程实际中的应用。附录 I 和附录 II 提供了本书要用到的一些数学基础知识和常用公式。此外, 每章配有适量的习题, 供读者练习。

本书由华南理工大学李树英教授和重庆交通学院许茂增讲师合作编著。本教材是在李树英教授多年为华南理工大学自动化系研究生讲授“动态系统滤波与随机控制”所编教材的基础上, 由二位作者共同修改而成的。徐建闽讲师参加本书第八章第一节~第三节及第六节的编写工作。陈新海教授对本书作了仔细的审阅, 并提出了许多宝贵的修改意见。涂其树教授也认真审阅了本书部分章节, 对个别地方作了修正并提出了不少建议。他们的意见和建议对提高本书的质量起到了重要作用。上海交通大学张钟俊教授和谢剑英副教授对本书的编写和出版工作, 给予了大力支持和帮助。在此, 一并致谢。

由于作者水平有限, 书中缺点和错漏在所难免, 恳请读者指正。

作 者

1990年3月于广州

目 录

符号与约定	1
书中各章关系图	2
第一章 动态系统的数学描述及其分析	3
第一节 动态随机系统描述概论	3
一、动态系统与随机性	3
二、随机系统与确定性系统	3
三、随机系统数学描述的基本形式	4
第二节 建立系统数学描述的两种基本方法	6
一、分析法	6
二、辨识法	6
三、关于两种方法的说明	7
第三节 建立系统描述举例	8
第四节 高斯-马尔柯夫序列模型	14
一、高斯-马尔柯夫序列的产生	14
二、高斯-马尔柯夫序列模型的基本特征	16
第五节 高斯-马尔柯夫过程模型	20
第六节 一般系统的处理方法	26
一、系统行为的综合性与系统描述随机假设的高斯性	27
二、系统惯性与系统描述的马尔柯夫性	27
三、高阶马尔柯夫过程与扩充变量法	27
四、关于初始状态的讨论	30
五、实际系统的近似处理	31
第七节 连续时间系统的连续描述与离散描述的关系	31
一、连续时间描述的解	31
二、连续时间描述的离散化	32
三、连续描述作为离散描述的极限	38
第八节 随机系统的定性分析	39
一、随机系统的稳定性	39
二、随机系统的能观性和能控性	41
简短的结语	
习题一	52
第二章 随机估计的一般方法	54
第一节 估计问题的构成和估计准则	54
一、估计问题的构成	54
二、关于估计准则的讨论	55
第二节 最小方差估计	55

一、基本思想和问题叙述	56
二、估计式 $\hat{X}_{ML}$ 的推导	56
三、最小方差估计的基本性质	57
四、高斯随机向量的情况	58
第三节 极大似然估计和极大验后估计	59
一、极大似然估计	59
二、极大验后估计	62
第四节 线性最小方差估计	66
一、估计式的推导	66
二、线性最小方差估计的性质	67
第五节 基本最小二乘估计	69
一、最小二乘估计准则	69
二、最小二乘估计式的推导	70
三、最小二乘估计的性质	71
第六节 递推最小二乘估计	74
一、数据增加时的递推最小二乘估计	74
二、参数个数增加时的递推最小二乘估计	79
简短的结语	
习题二	82
第三章 最优线性滤波方法	85
第一节 状态估计问题及其分类	85
第二节 滤波估计的基本方法	86
一、最小二乘滤波方法	86
二、维纳滤波方法	87
三、卡尔曼滤波方法	88
第三节 离散线性系统的卡尔曼滤波	88
一、被估值系统和估值系统的结构	88
二、滤波估值方程的推导	90
三、滤波算法及其性质	97
四、算法说明	98
第四节 卡尔曼滤波算法举例	99
第五节 白噪声下一般离散线性系统的卡尔曼滤波	104
一、具有控制输入项的情形	104
二、 $\{W(k), k \geq 0\}$ 与 $\{V(k+1), k \geq 0\}$ 相关的情形	108
第六节 有色噪声离散线性系统的卡尔曼滤波	110
一、扩充状态变量法	110
二、有色噪声系统卡尔曼滤波算法的建立	112
三、关于成形滤波器的讨论	115
第七节 连续线性系统的卡尔曼滤波	118
一、情形 I	118
二、情形 II	124

三、情形Ⅱ	126
第八节 滤波的稳定性	128
一、滤波误差界定理	128
二、滤波稳定性定理	133
三、滤波发散现象与克服发散的方法	136
简短的结语	
习题三	137
第四章 线性次优滤波方法	141
第一节 衰减记忆滤波	141
一、指数衰减记忆滤波	141
二、几何级数加权衰减记忆滤波	144
第二节 自适应滤波	145
一、问题的叙述	145
二、量测噪声方差阵不精确的情况	145
三、动态噪声方差不精确的情况	146
四、两种噪声方差都不精确的情况	147
第三节 常值增益次优滤波	148
一、最优滤波估值的计算量分析	148
二、常值增益次优滤波器的设计方法	149
第四节 状态变量分组次优滤波器	152
第五节 降阶次优滤波	158
一、系统描述及其简化	158
二、次优滤波算法与滤波偏差估计	159
三、连续系统的降阶次优滤波	162
四、降阶次优滤波器的设计方法	164
第六节 大系统的分割补偿次优滤波	164
一、离散系统的分割补偿次优滤波	165
二、连续系统的分割补偿次优滤波	169
简短的结语	
习题四	171
第五章 非线性系统的滤波方法	173
第一节 非线性系统滤波估计问题概述	173
第二节 非线性系统的贝叶斯滤波	174
第三节 非线性系统的标称状态线性化滤波	176
一、标称状态和标称状态线性化滤波	176
二、连续系统的标称状态滤波	177
三、离散系统的标称状态滤波	179
四、算法举例	180
五、关于标称状态线性化滤波的说明	183
第四节 非线性系统的推广卡尔曼滤波	183
一、连续系统的推广卡尔曼滤波	183

二、离散系统的推广卡尔曼滤波	184
三、两个算例	187
第五节 线性化误差和降低误差的方法	190
一、线性化误差及其定性性质	190
二、降低线性化误差的方法	192
简短的结语	
习题五	194
第六章 最优线性平滑方法	196
第一节 平滑问题概述	196
一、三类平滑问题	196
二、系统描述	196
三、方法和系统描述的性质	197
第二节 离散线性系统的固定区间平滑估计	198
一、平滑估计方程的推导	199
二、误差序列的性质和均方误差阵方程的推导	205
三、两种算法和关于算法的说明	207
四、算法举例	209
第三节 离散线性系统的固定点平滑估计	212
一、算法推导和算法说明	212
二、另一种算法及其证明	215
三、算法举例	217
第四节 离散线性系统的固定滞后平滑估计	218
一、算法推导	218
二、关于算法的说明	221
三、算法举例	221
第五节 连续线性系统的平滑估计	224
一、方法和结果	224
二、固定区间平滑估计算法的推导	226
三、算法说明	229
四、算法举例	230
第六节 离散系统滤波形式的平滑算法	237
一、固定点平滑估计	237
二、固定滞后平滑估计	239
三、固定区间平滑估计	241
第七节 几个有关的问题	241
一、平滑估计的几个性质	241
二、一般系统的平滑估计	242
三、关于平滑估计的应用	242
习题六	243
第七章 随机最优控制	245
第一节 随机最优控制概述	245

一、信息结构与物理上可实现的控制律	245
二、随机最优控制问题的提法	246
三、处理问题的基本逻辑	247
第二节 最优性原理与动态规划方程	249
一、确定性最优性原理和动态规划方程	249
二、确定性 LQG 问题的最优控制算法	250
三、一步滞后系统的最优控制算法	253
四、随机最优性原理与随机动态规划方程	254
第三节 独立白噪声离散 LQG 状态调节器	256
一、完全状态信息 LQG 状态调节器	257
二、不完全状态信息 LQG 状态调节器	261
三、算法举例与控制器设计	265
第四节 相关噪声离散 LQG 状态调节器	269
一、 $\{W(k), k \geq 0\}$ 与 $\{V(k+1), k \geq 0\}$ 为相关的白噪声时的情况	269
二、 $\{W(k), k \geq 0\}$ 为有色噪声时的情况	274
第五节 另一种处理有色噪声系统二次型控制问题的方法	277
一、等价定理与滤波算法	277
二、最优控制算法的推导	278
三、算法分析	281
第六节 离散 LQG 最优跟随器	282
一、问题的叙述	282
二、最优控制算法的推导	283
三、算法举例	287
第七节 离散时间非线性系统的摄动 LQG 控制	288
一、一般非线性控制问题及其求解的困难性	288
二、摄动 LQG 控制的基本思想	289
三、基于标称状态滤波的摄动 LQG 控制算法	290
四、算法举例	293
第八节 连续 LQG 最优控制	295
一、连续时间 LQG 状态调节器问题	295
二、连续 LQG 状态调节器的等效离散化	296
三、等效离散控制律及其极限	297
四、算法举例	300
简短的结语	
习题七	301
第八章 随机系统的自校正控制	306
第一节 自校正控制概述	306
一、基本原理和方法	306
二、自校正控制系统中的特殊问题	307
三、受控对象的描述形式	307
第二节 最小方差控制与自校正调节器	308
一、最小方差预测	309

二、最小方差控制	312
三、闭环系统的稳定性	313
四、最小方差自校正调节器	313
第三节 广义最小方差控制与自校正调节器	316
一、修正的性能指标	316
二、广义最小方差预测	317
三、广义最小方差控制	319
四、闭环系统的稳定性	321
五、自校正控制器	322
第四节 二步预估自校正控制器	325
一、推广的辅助输出预测	325
二、控制律的设计	326
三、闭环特性	329
四、二步预估自校正控制器算法	330
五、 $C(q^{-1}) \neq 1$ 时的情况	331
第五节 多变量自校正调节器	332
一、多变量系统的最小方差预测	332
二、多变量系统的最小方差控制	334
三、多变量闭环最小方差控制系统的稳定性	336
四、多变量最小方差自校正调节器算法	337
第六节 极点配置自校正控制	338
一、极点配置型调节器 I：一般情况	338
二、极点配置型调节器 II：特殊情况	340
三、主导极点配置自校正调节器	341
四、极点配置控制器和自校正控制器	343
第七节 谨慎控制器	345
一、大偏差估计的后果	345
二、谨慎自校正控制律的设计	346
三、谨慎自校正控制器的缺陷与克服	347
第八节 自校正控制应用中的几个问题	348
一、何时使用自校正控制技术?	348
二、如何选择自校正控制方法?	349
三、应用自校正控制的基本方式	349
四、自校正控制软件的设计与使用	350
简短的结语	
习题八	351
第九章 随机估计与控制理论的应用	353
第一节 电力系统的负荷预测	353
一、状态描述的参数估计	353
二、卡尔曼滤波负荷预测算法	355
三、计算机预测结果及分析	356
第二节 风电系统的参数估计	358

一、系统结构及系统测试	358
二、信号分析	358
三、参数估计	359
四、几点比较性结论	367
第三节 线性系统参数故障的检测与诊断	368
一、故障检测与诊断的基本原理	368
二、偏差系统	368
三、参数故障的检测	370
四、参数故障的估计	371
五、仿真计算结果	372
第四节 雷达跟踪系统	372
一、建立系统描述	373
二、噪声方差与滤波初值的确定	374
三、实例计算	375
第五节 惯性导航系统	377
一、系统的构成方式	377
二、惯性导航系统的数学描述	380
三、卡尔曼滤波在惯性导航系统中的实现	382
四、效果分析与协方差阵的计算	382
五、惯性平台的计算机仿真	383
第六节 焦炉加热微型机最优控制系统	384
一、控制系统设计	384
二、控制系统的硬件配置	386
三、使用效果	386
第七节 醋酸蒸发器液位自校正调节器	387
一、醋酸蒸发器简介	387
二、控制问题与调节器设计	387
三、自校正调节器与PI调节器的比较	390
第八节 大型炼油蒸馏塔的自校正控制	390
一、蒸馏塔的工艺分析及控制策略	390
二、多输入预测自校正控制器设计	391
三、蒸馏塔控制的实现及投运试验结果	394
第九节 电加热炉的自校正控制	396
一、多变量系统的结构辨识	396
二、电加热炉及其描述	397
三、电加热炉自校正调节器	398
四、实时控制结果	399
简短的结语	
习题九	401
附录 I 矩阵代数中的某些结果	403
I-1、方阵的迹	403
I-2、矩阵的分块求逆	404

Ⅷ

I-3	矩阵的正定与负定	404
I-4	向量和矩阵的范数	405
I-5	矩阵的微分运算	405
I-6	矩阵的伪逆	408
附录 I	概率论与随机过程的某些结论	410
I-1	条件均值及其性质	410
I-2	高斯随机向量及其性质	410
I-3	向量二次型的均值	412
I-4	随机过程的某些概念	412
参考文献		418

符号与约定

一、符号

$\mathcal{R}$	: 实数域
$\mathcal{C}$	: 复数域
$\forall$	: 对于所有的
$\in$	: 属于
$\triangleq$	: 定义为
$\equiv$	: 恒等于
$\approx$	: 近似等于
$\gg$	: 远大于
A'	: 矩阵(或向量) A 的转置
A^{-1}	: 方阵 A 的逆阵
$\text{Tr}(A)$	: 方阵 A 的迹
$\rho(A)$	: 矩阵 A 的秩
$ A $	: 方阵 A 的行列式, 有时也用 $\det A$ 来表示
I_n	: n 阶单位矩阵
m_x	: 向量 x 的维数
$\ \cdot\ $	: 向量或矩阵的范数
$o(x)$	: $\ x\ $ 的高阶无穷小函数, 即

$$\lim_{\|x\| \rightarrow 0} o(x)/\|x\| = 0$$

$\exp(x)$	: 指数函数 e^x
$\delta(k, j)$	: 克罗内克函数, 即
$\delta(k, j) = \begin{cases} 1 & k = j \\ 0 & k \neq j \end{cases}$	
$\delta(t - \sigma)$	: 狄拉克脉冲函数, 即
$\delta(t - \sigma) = \begin{cases} \infty & t = \sigma \\ 0 & t \neq \sigma \end{cases}$	
Ex	: 随机向量 x 的均值
$\text{var}x$	: 随机向量 x 的方差阵
q^{-1}	: 单位后向位移算子或 Z 变换算子

二、三点约定

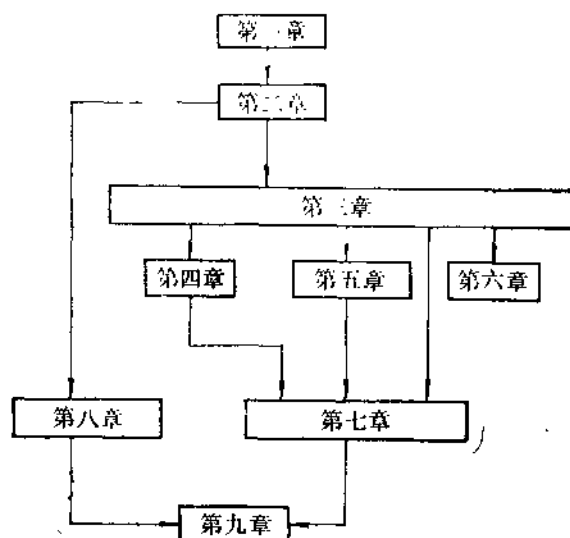
(1) 图、表和示例用一个分节号按章顺序编号, 其中分节号前数字表示章, 分节号后数字表示章内顺序号。比如, 图 5-1 表示第五章第一个图; 例 3-4 表示第三章第四

个示例。

(2) 方程、等式和公式用两个分节号按小节编号, 其中第一个分节号前的数字表示章, 两个分节号之间的数字表示节, 第二个分节号后的数字表示顺序号。比如, (6-4-7) 表示第六章第四节第七式。

(3) 系统结构图和其它原理图或流程图均使用单线。

书中各章关系图



第一章 动态系统的数学描述及其分析

动态系统一般分为确定性和随机性两类。本书讨论后一类。为了对这类系统进行定性分析和定量研究,需要建立系统的数学描述。作为以后各章的基础,这一章首先给出随机系统数学模型的基本形式,叙述建立这些模型的两种基本方法并给出几个实例。然后建立离散线性系统的高斯-马尔柯夫序列模型和连续线性系统的高斯-马尔柯夫过程模型,导出连续时间系统连续模型和离散模型之关系。最后,引出动态随机系统的三种定性性质——稳定性、能观性和能控性。

第一节 动态随机系统描述概论

本节主要讨论随机系统与确定性系统的区别,如何描述一个随机系统,随机系统模型一般具有什么样的结构形式等。

一、动态系统与随机性

系统是指研究对象。当我们说动态系统时,意思是指研究对象的状态在所考察的范围内依时间而变化。例如,我们常见的社会经济系统、人口系统、机械-电气工程系统、通讯系统、工业生产系统及城市交通系统等,都属于动态系统。

一般地说,系统是由若干相互作用而各自具有相对独立性的子系统构成,同时,系统作为一个整体又处在与环境的相互作用之中。没有子系统之间及整体系统与环境之间的相互作用,系统就不会出现动态。但要注意,相互作用的存在也可能导致动态平衡——相对静止的状态。只有相互作用发生变化,破坏了存在着的平衡,系统才会在惯性的作用下处于动态。

相互作用发生变化的根源,是构成系统的各个子系统及环境的独立性。独立性具有二重性:既是整体系统存在的条件,同时又必然导致或强或弱的“自由行为”,从而使系统表现出相应程度的不定性。因此,严格地说,动态系统具有不定性是不可避免的。换言之,不定性是动态系统行为的本质特征。

无论是从理论上还是从工程实践上来说,如果忽略系统行为的不定性特征,不会给我们关心的结果带来显著的损失,我们就应当毫无顾忌地坚决加以忽略;否则,忽略是绝对不容许的。于是,系统就有所谓确定性与不定性之分。显然,这种区分是相对的,正如动态系统与静态系统是相对的一样。

不定性系统的种类很多,本书关心的是其中的一种——随机系统。所以这样,是因为很多重要的实际系统都必须当作随机系统来处理,前面提到的一些系统就是如此。另外,描述随机性有比较成熟的数学理论。

二、随机系统与确定性系统

前已指出,确定性系统与不定性系统是相对的,与研究系统的目的、要求及系统行为为不定性的强弱有关。另一方面,现实中导致系统行为不定性的,主要是系统所处的环境。考虑到这两点可以认为,一个系统究竟是确定性的,还是随机的,与系统的运动机

理无关。因此,作为反映系统运动机理的数学描述,在形式上,确定性系统与随机系统不会有什么不同。这是一个非常重要的结论。它使我们对随机系统的数学描述有了一个梗概。同时它也表明,确定性系统控制理论中的许多概念,可以推广到随机系统控制理论中。

因此,类同于确定性系统控制理论,在随机系统控制理论中,也有线性与非线性、时变与时不变、连续与离散、输入输出描述与状态空间描述等概念。

需要特别强调指出的是,这里着重说明随机系统的特征及其与确定性系统的相同或相似之处,目的在于下面能顺理引出随机系统的数学描述。

三、随机系统数学描述的基本形式

粗略地说,随机系统的数学描述,是在确定性系统的数学描述中,考虑了随机因素的影响。因此,类似于确定性系统,关于离散时间随机系统的输入输出描述,一般地有

$$y(k) = f[y_0^{*1}, u_0^*, v_0^*, k] \quad \forall k \geq 0 \quad (1-1-1a)$$

其中

$$y_0^{*1} \triangleq \{y(k-1), y(k-2), \dots, y(1), y(0)\} \quad (1-1-1b)$$

$$u_0^* \triangleq \{u(k), u(k-1), \dots, u(1), u(0)\} \quad (1-1-1c)$$

$$v_0^* \triangleq \{V(k), V(k-1), \dots, V(1), V(0)\} \quad (1-1-1d)$$

对于线性时变系统,式(1-1-1a)具有如下结构形式

$$\begin{aligned} y(k) = & - \sum_{j=1}^{n_a} A_j(k) y(k-j) + \sum_{j=0}^{n_b} B_j(k) u(k-j-d) \\ & + \sum_{j=0}^{n_c} C_j(k) V(k-j) \quad \forall k \geq 0 \end{aligned} \quad (1-1-2)$$

如果系统不仅是线性的,而且是时不变的,则式(1-1-2)可进一步简化为

$$\begin{aligned} y(k) = & - \sum_{j=1}^{n_a} A_j y(k-j) + \sum_{j=0}^{n_b} B_j u(k-j-d) \\ & + \sum_{j=0}^{n_c} C_j V(k-j) \quad \forall k \geq 0 \end{aligned} \quad (1-1-3a)$$

采用后向位移算子 q^{-1} , 上式可改写成下述更紧凑的形式:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})V(k) \quad (1-1-3b)$$

式中

$$A(q^{-1}) \triangleq I_m + A_1 q^{-1} + \dots + A_{n_a} q^{-n_a} \quad (1-1-3c)$$

$$B(q^{-1}) \triangleq B_0 + B_1 q^{-1} + \dots + B_{n_b} q^{-n_b} \quad (1-1-3d)$$

$$C(q^{-1}) \triangleq C_0 + C_1 q^{-1} + \dots + C_{n_c} q^{-n_c} \quad (1-1-3e)$$

在(1-1-1)~(1-1-3)各式中, $y \in \mathcal{R}^{m_y}$, $u \in \mathcal{R}^{m_u}$ 和 $V \in \mathcal{R}^{m_v}$ 分别为系统的输出、输入和随机干扰向量, $f(\cdot)$ 为 m_y 维线性或非线性向量函数, $A_i \in \mathcal{R}^{m_y \times m_y}$, $B_i \in \mathcal{R}^{m_y \times m_u}$ 和 $C_i \in \mathcal{R}^{m_y \times m_v}$ ($i = 1, 2, \dots, n_a; j = 0, 1, \dots, n_b; l = 0, 1, \dots, n_c$) 为由系统结构和参数决定的系数矩阵, 如果相应的描述是经过离散化得到的, 那么它们还和采样周期有关; d 为系统的纯滞后, 它或者等于零或者等于某个自然数, d 的存在使相应的描述具有更大的适应性; k 为离散流动时标, 这里假定 $k = 0, 1, \dots, n_a, n_b, n_c, m_y, m_u$ 和 m_v 均为自然数。