

高等学校教材

自适应控制系统

上海电力学院 翁思义 编



高等学校教材

自适应控制系统

上海电力学院 翁思义 编

水利电力出版社

内 容 提 要

本书主要介绍自适应控制的基本理论和自适应控制系统设计中的一些基本问题。全书共分七章,主要内容有:概论;系统参数辨识和状态估计;模型参考自适应控制系统;随机自校正自适应控制系统;极点配置自校正自适应控制系统;多变量自适应控制系统等。

本书可作为高等院校生产过程自动化专业高年级学生的选修课教材、其他工业自动化专业的选修课教材和研究生教材,也可作为电力、化工、冶金、机械等部门从事自动控制工作的工程技术人员的工作参考书。

高 等 学 校 教 材

自 适 应 控 制 系 统

上海电力学院 翁思义 编

*

水利电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

北京市地矿局印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 11.625印张 260千字

1995年11月第一版 1995年11月北京第一次印刷

印数 0001—1770册

ISBN7-120-02399-3/TP·93

定价 9.10元

前 言

本书是根据原能源部 1992 年制订的“1993~1995 年高等学校教材编审出版计划”和全国高等学校热能动力类教学指导委员会热工测量仪表及热工自动控制教学组讨论通过的“自适应控制系统”教材编写大纲编写的。用做热动类生产过程自动化专业的选修课教材,也可作为高等院校其他工业自动化专业的选修课教材和研究生教材,也可作为从事电力、化工、冶金、机械等工业部门自动控制方面工作的工程技术人员的参考用书。

全书内容共分七章。第一章概论。为使读者阅读第四章及其以后章节内容方便,本书第二章扼要介绍了随机过程的基本知识和传递函数的正实性概念。第三章介绍了系统辨识和状态估计的基本原理及一些基本方法。第四章、第五章和第六章介绍在自适应控制系统中那些发展与应用已比较成熟的模型参考自适应控制系统、随机自校正自适应控制系统和极点配置自校正控制系统的基本原理和设计方法。最后在第七章中介绍多变量自适应控制系统的设计方法。

本书的先行知识为线性代数、概率论数理统计、现代控制理论、最优控制和计算机仿真等。

本书由西安交通大学谢麟阁教授主审,他认真细致地审阅了全部书稿,并提出了许多宝贵的意见和建议,在此谨表示衷心的感谢。在编写过程中还得到了东南大学、华北电力学院、武汉水利电力大学、东北电力学院、浙江大学、西安交通大学、上海交通大学和上海电力学院等有关同志的建议和支持,在此一并表示由衷的感谢。

由于编者水平有限,书中缺点和错误在所难免,竭诚欢迎读者批评指正。

翁思义

1995 年 1 月

目 录

前 言

第一章 概论	1
第一节 自适应控制和随机自适应控制系统	1
第二节 自适应控制系统的类型	2
第三节 自适应控制的发展和应用概况	6
第二章 预备知识	8
第一节 随机过程及其数学描述	8
第二节 平稳随机过程	17
第三节 白噪声随机过程和伪随机二进制序列	18
第四节 正实函数和正实函数矩阵	23
习题	24
第三章 系统辨识与参数估计、状态估计	26
第一节 概述	26
第二节 相关分析法辨识系统的原理与方法	29
第三节 最小二乘法辨识系统的原理与方法	34
第四节 卡尔曼滤波用于系统状态估计和参数辨识	46
习题	59
第四章 模型参考自适应控制系统	61
第一节 概述	61
第二节 模型参考自适应控制系统的设计问题	63
第三节 用局部参数最优化理论设计模型参考自适应控制系统	68
第四节 用李亚普诺夫稳定性理论设计模型参考自适应控制系统	73
第五节 用波波夫超稳定性理论设计模型参考自适应控制系统	82
第六节 离散模型参考自适应控制系统的设计方法	90
习题	98
第五章 随机自适应控制系统的自校正控制	99
第一节 概述	99
第二节 最小方差自校正调节器	102
第三节 最小方差自校正控制器	114
习题	124
第六章 极点配置自校正自适应控制系统	126
第一节 概述	126
第二节 极点配置自校正调节器	126
第三节 极点配置自校正控制器	135
习题	143

第七章 多变量自适应控制系统的设计	145
第一节 多变量模型参考自适应控制系统的设计	145
第二节 多变量自校正调节器	153
第三节 多变量自校正控制器	164
习题	176
参考文献	178

第一章 概 论

第一节 自适应控制和随机自适应控制系统

要设计出一个满意的自动控制系统，首先要确切知道并掌握受控对象或过程的动态特性——数学模型。但实际上，一些受控对象或过程的数学模型（包括结构和参数）在设计自动控制系统时事先不一定能够确切地知道，或者受控对象或过程的动态特性及数学模型虽然已知，但经常受到外部环境和内部工作条件的改变而发生变化，而且这些内部和外部的干扰是随机性的，并且通常是不可测量的。例如电厂锅炉燃料的品质变化；化学反应过程的原料变化；飞行器在低空和高空的气动特性变化；远洋轮船在航行中遇到海浪、潮流、气象的变化，都会使受控对象的特性或数学模型的参数发生变化。此外，还有一些量测噪声从不同的测量通道进入系统，这些噪声的特性常常也是未知的。针对这些随机的不确定因素，如何综合出适当的控制作用，使之能满足要求的性能指标并获得最优或次最优的控制品质，这就是自适应控制要研究和解决的问题。

所谓随机自适应控制系统，就是它能辨识受控对象的未知参数及其受到随机干扰时的变化，自动地校正控制器的控制作用，使控制的结果为最优或次最优。具体地说，就是当受控对象或过程的结构或参数未知时，或者结构和参数发生变化时，系统能对这种结构或参数的变化及时进行辨识，并能根据要求的性能指标，确定出最优或次最优的控制作用，使控制过程取得满意的结果。因此，随机自适应控制系统应包括下列三个基本功能：

- (1) 辨识受控对象或过程的未知结构和参数，建立系统的数学模型。
- (2) 综合出一种控制策略或控制律，以保证控制过程达到预期的性能指标。
- (3) 自动地校正控制器参数，以确保所综合出的控制策略的实现。

自适应控制系统还有许多定义和提法，不同学者根据自己的看法提出了各种定义，但含义都大同小异^{[34][35][36]}，这里不再赘述。

实际上，从控制理论及控制系统的发展来看，反馈控制系统、前馈-反馈复合控制系统、最优控制系统等，都是为了克服或抑制系统内部特性的变化和外部扰动的影响所带来的控制品质恶化。但是常规的反馈控制系统、前馈-反馈复合控制系统，最优控制系统等都是针对确定性受控对象或过程，不具备上述“自适应”能力。因此，当系统内部特性或外部扰动的变化范围很大时，系统的控制品质不但不能保持最优或次最优，而且常常会大幅度下降，甚至会引起系统的不稳定。

由此可见，对于那些受控对象动态特性或随机扰动变化范围很大，同时又要求保持高的性能指标的一类控制系统，采用自适应控制方法是很有有效的。

第二节 自适应控制系统的类型

因设计原理、作用和结构的不同,自适应控制系统大致可以分为五种类型。

一、变增益自适应控制

这是一种比较简单的自适应控制系统,其结构框图如图 1-1 所示,其原理与结构比较直观,控制器按受控过程参数已知情况进行设计。当过程参数因随机干扰和环境等变化而改变时,通过能测量到的某些变量(辅助变量,如图 1-1 所示),经过计算并按规定的程序来改变控制器的增益机构。这种自适应控制系统虽然难以完全克服系统参数变化带来的影响以实现完善的自适应控制,但是因为系统结构简单,响应较快,所以无论在军用和民用方面都经常采用。若控制器本身对系统参数变化不灵敏(例如某些非线性校正装置和变结构系统),则采用这种自适应控制方案往往能够得到较满意的结果。

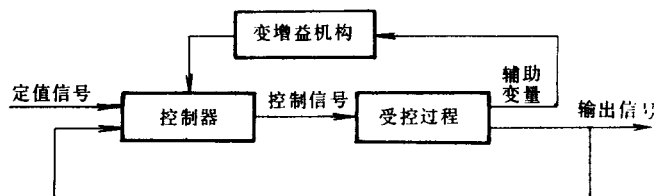


图 1-1 变增益自适应控制系统

实例:图 1-2 所示的收音机自动增益控制,就是一个简单的变增益自适应控制的例子。

如果收音机的接收信号(如图 1-2 中的输入信号)由于各种干扰,它的能量发生了变化,而放大器的增益恒定,则音频级的输出信号会相应地波动,增加了变增益机构以后,当输出信号感受到了这种波动后,会自动地调整放大器的增益,使放大器的输出平均值尽量维持恒定,即当输入信号的平均值降低时,

变增益机构自动地提高放大器的增益,以提高输出信号的平均值;反之,当输入信号平均值提高时,变增益机构自动地降低放大器的增益,以减少输出信号的平均值。

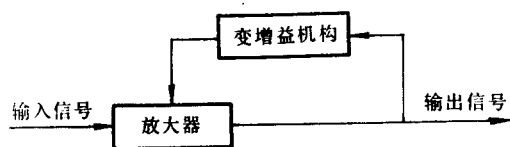


图 1-2 收音机的变增益自适应控制

因为变增益自适应控制的方法是寻找一个与过程动态变化密切相关的辅助过程变量,并把控制器参数看作是那个辅助过程变量的函数,用改变控制器参数来消除过程参数变化的影响,因而它是一种开环策略,类似于前馈补偿,因此它的优点是可以很快地改变受控过程参数变化的影响。

二、模型参考自适应控制系统

模型参考自适应控制系统 MRACS (Model Reference Adaptive Control System) 由参考模型、受控对象、常规控制器和自适应控制回路(自适应律)等组成,其结构框图如图 1-3 所示。

从图 1-3 可以看出, 模型参考自适应控制系统实际是在原有的反馈控制系统的基础上, 附加了一个参考模型和一个控制器参数的自动调节回路, 其中参考模型的输出响应 $y_m(t)$ 直接表示系统希望的动态响应, 这种用模型输出直接表达对系统性能要求的形式, 对于某些生产过程控制系统来说, 往往是很直观、方便的。当参考输入 $r(t)$ 同时加到系统和参考模型的入口时, 由于受控对象的动态参数未知或者是变化的, 控制器的初始参数也就不可能整定得很好, 因此一开始系统的输出响应 $y(t)$ 与模型的输出响应 $y_m(t)$ 是不会完全一致的, 结果便产生偏差信号 $e(t)$, $e(t) = y_m(t) - y(t)$ 。 $e(t)$ 经自适应律所规定的运算, 产生相应的调整作用, 去改变控制器的参数, 从而去改变控制器的输出 $u(t)$, 相应地改变了受控对象的输出响应 $y(t)$, 使 $y(t)$ 逐步与 $y_m(t)$ 接近, 直到 $y(t) = y_m(t)$, $e(t) = 0$ 。当 $e(t) = 0$ 时, 自适应调整过程自动停止, 控制器参数也就自动整定完毕。

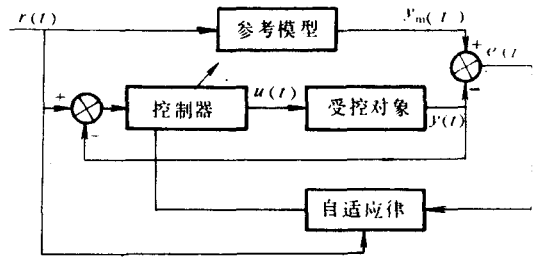


图 1-3 模型参考自适应控制系统

由此可见, 尽管系统 (受控对象) 的初始参数未知, 但是通过对参考模型输出 $y_m(t)$ 和受控对象输出 $y(t)$ 的测量和比较以及相应的控制器参数的自适应调整, 系统参数不确定性对系统运行性能的影响将逐步被减小。经过一段时间运行, 系统对参考输入的动态响应 $y(t)$, 最终将自动地调整到与希望的动态响应 $y_m(t)$ 相一致, 这就是模型参考自适应控制系统的基本工作原理。当受控对象特性在运行中发生变化时, 控制器参数的自适应调整过程与上述过程完全一样。

设计这类自适应控制系统的核心问题是如何综合与设计自适应律。有两种不同类型的自适应律设计方法: 一种是参数最优化方法, 即利用最优化技术搜索一组控制器参数, 使得某个规定的性能指标 [例如误差平方积分型性能指标 $J = \int e^2(t) dt$] 达到最小; 另一种方法基于李亚普诺夫稳定性理论和波波夫的超稳定性理论, 先保证系统动态响应的稳定性, 然后使控制过程尽可能收敛得快一些。

设计这类自适应控制系统的核心问题是如何综合与设计自适应律。有两种不同类型的自适应律设计方法: 一种是参数最优化方法, 即利用最优化技术搜索一组控制器参数, 使得某个规定的性能指标 [例如误差平方积分型性能指标 $J = \int e^2(t) dt$] 达到最小; 另一种方法基于李亚普诺夫稳定性理论和波波夫的超稳定性理论, 先保证系统动态响应的稳定性, 然后使控制过程尽可能收敛得快一些。

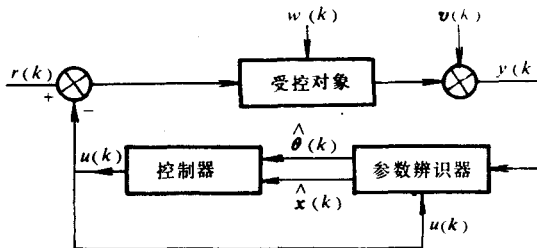


图 1-4 自校正自适应控制系统

三、自校正自适应控制系统

自校正控制系统 STCS (Self Tuning Control System) 由受控对象、参数辨识器和控制器等三部分组成, 如图 1-4 所示。

从图 1-4 可知, 参数辨识器接受受控对象输出信号 $y(k)$ 和控制器输出信号 $u(k)$, 根据一定的辨识算法, 在线计算受控对象未知参数 $\theta(k) = [\theta_1(k), \theta_2(k), \dots, \theta_n(k)]^T$ 和未知状态 $x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)]^T$ 的估计值 $\hat{\theta}(k)$ 和 $\hat{x}(k)$ 。控制器再利用估计值 $\hat{\theta}(k)$ 和 $\hat{x}(k)$ 以及事先指定的性能

指标,综合出最优控制作用 $u(k)$,这样,经过不断地辨识受控对象参数与控制,系统的控制品质将逐渐趋于最优或次最优。在校正控制系统中,受控对象的初始不确定性及随机干扰[如图 1-4 中的过程噪声 $w(k)$ 和量测噪声 $v(k)$]引起的参数变化,可以通过对受控对象参数和状态的不断在线估计,而得到正确反映。如果对象的参数估计值 $\hat{\theta}(k)$ 和状态估计值 $\hat{x}(k)$ 都是收敛的,而且最后都渐近地收敛到它们各自的真值,那么,最后的自适应控制也将收敛到受控对象参数已知时的最优或次最优控制。

自校正控制系统属于随机自适应系统,它具有确定性等价性质,即当系统中所有未知参数,用它们相应的估计值代替后,其控制规律的形式,恰与对应参数的已知的随机最优控制规律的形式相同。由此可见,在寻求自校正控制规律时,即可根据确定性等价性质,先假定该受控过程的所有参数是已知的,并根据给定的性能指标综合出最优控制规律,然后用估计模型来估计未知参数,并用估计值代替上述最优控制规律中相应的未知参数,就得到了自校正的控制规律。显然,如果未知参数的估计值与真值偏离较大,则自适应控制将得不到渐近最优的,因而在自校正控制中,参数辨识的精确与否对控制的结果有很大关系。

自校正控制中的参数辨识与状态估计,可以采用各种不同的方法,例如:随机逼近法、各种最小二乘法、辅助变量法、卡尔曼滤波法等,其中应用较广的是递推最小二乘法,本书第三章将作较详细的介绍。

在进行参数辨识和状态估计时,对输入和输出信号的处理可以有两种方法:一种称之为显式算法;另一种称之为隐式算法。在显式算法中,估计的参数就是受控对象本身的未知参数,因此从受控对象方面来看,称之为显式算法,但从控制规律方面来看,由于估计的参数并不与控制规律直接相关,所以又称之为间接算法。在隐式算法中,其估计算法是直接估计控制规律中的未知参数,这种估计算法分别从受控对象和控制规律方面来看,可以相应地称为隐式算法和直接算法。显然,在计算控制规律时,显式算法要比隐式算法多一道手续,所以更费时一些,因而在自校正控制系统中,大多数都采用隐式算法。

自校正控制规律的设计可以采用各种不同的方案,比较常用的有最小方差控制、二次型最优控制、极点配置自校正控制等,因而系统的设计相对来说是比较灵活的。

四、直接优化目标函数的自适应控制

直接优化目标函数的自适应控制是最近几年新出现的一种设计思想,它与模型参考自

适应控制系统和自校正控制系统有着密切的关系。这种自适应控制系统的结构如图 1-5 所示。

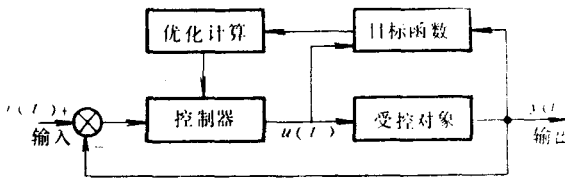


图 1-5 直接优化目标函数自适应控制系统

Ljung 于 1981 年在国际自动控制联盟 (IFAC) 第八届国际大会上提出的《基于显式判据极小化的自适应控制》的论文中所提出的设计

方案就属于这种类型^[30],其基本思想是选定某目标函数

$$J(\eta) = E\{g[y(t, \eta), u(t, \eta)]\} \quad (1-1)$$

式中: y 为输出信号; u 为控制信号; η 为调节器的可调参数; $E\{\cdot\}$ 表示取数学期望。对目

标函数 J 求极小, 应用随机逼近法求得自适应控制算法。论文还讨论了这种算法的收敛性, 并且指出某些自校正算法是这种算法的特例。可以认为这一类设计方案是一种更为直接和概括性更强的设计方案。

五、广义预测控制

广义预测控制 GPC (Generalized Predictive Control) 是广义最小方差控制的进一步发展, 它扩大了预测范围, 最小方差控制是利用一步预测, 而广义预测控制是利用多步预测, 对未来一段时间内的输出序列 $y(t+k)$ ($k=1, 2, \dots, N$) 作出预测输出序列 $y_p(t+k)$, 然后确定一个控制序列 $u(t+k)$ ($k=1, 2, \dots, N$), 如图 1-6 所示。

图 1-6 中: $y(t)$ 为过去时刻 (t 时刻以前) 系统的实际输出; $y_r(t)$ 为参考轨迹; R_0 为给定值。

控制序列 $u(t+k)$ 的确定, 是根据预测输出序列 $y_p(t+k)$ 和参考轨迹 $y_r(t+k)$ 的偏差, 经优化目标函数 J 为极小而得到的, 如图 1-7 所示。

图 1-7 中的模型为预测模型, 其输出为 $y_m(t+k)$ 。预测模型可用来预测受控对象未来时刻的输出值, 它可由下式描述:

$$y_m(t+k) = \sum_{i=1}^N g_i u(t+k-i) \quad (1-2)$$

式中: $g_1, g_2, \dots, g_N$ 为受控对象的单位脉冲响应的采样值, $u(t+k)$ 为预测模型的输入, 即受控对象的控制输入。

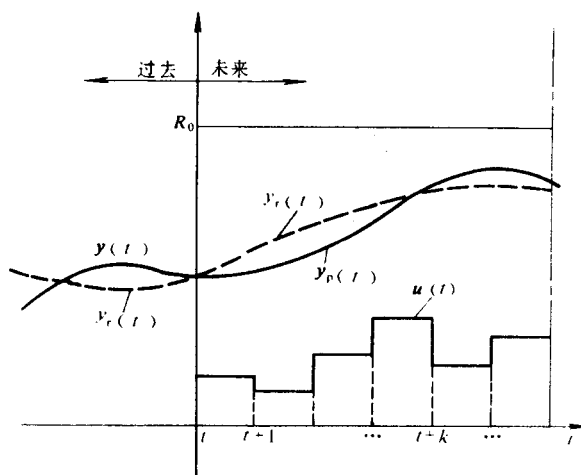


图 1-6 预测控制原理图

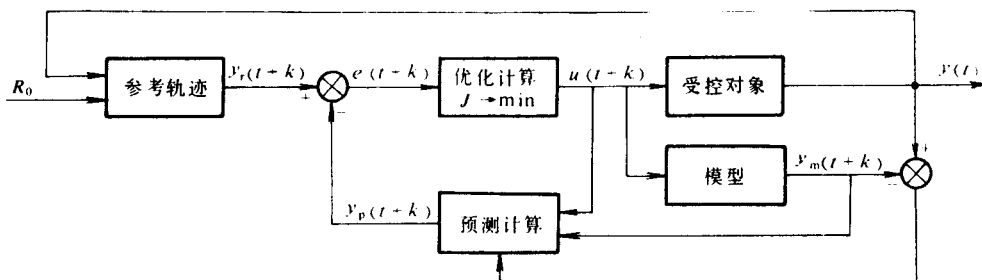


图 1-7 预测控制算法的闭环预测

由于广义预测控制扩大了预测范围, 从而有效地抑制了控制算法对于对象数学模型参数变化的敏感性。由于控制算法是根据过程输出在一个较长时间域内的预测, 故常称为大范围预测控制, 简称广义预测控制或预测控制。

在广义预测控制 (GPC) 中, 受控对象的数学模型采用如下的受控自回归积分平移平均模型 (Controlled Auto-Regressive Intergrated Moving Aueiage, 简称 CARIMA 模型) 来描述:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + \frac{C(z^{-1})\xi(t)}{\Delta} \quad (1-3)$$

式中: $A(z^{-1}), B(z^{-1}), C(z^{-1})$ 都是后向平移算子多项式; $y(t), u(t)$ 和 $\xi(t)$ 分别表示系统的输出、输入和均值为零的白噪声序列; $\Delta = 1 - z^{-1}$ 。如果系统的迟后时间大于零, 则 $B(z^{-1})$ 的领头一项或几项的系数为零。

为了增强系统的稳定性, GPC 采用了下列措施:

(1) 为了使控制过程平稳, 不要求受控对象输出 $y(t)$ 直接跟踪给定值 R_0 , 而是使 $y(t)$ 沿着参考轨迹到达给定值 R_0 (参见图 1-6, 图 1-7)。参考轨迹一般采用指数平滑形式:

$$y_r(t+k) = \alpha^k y(t) + (1 - \alpha^k) R_0 \quad (1-4)$$

式中: $y_r(t+k)$ 是参考轨迹; $0 < \alpha < 1$; R_0 为给定值。从式 (1-4) 可知, 当 α 取得较小时, $y_r(t+k)$ 很快趋向 R_0 , 这时控制系统跟踪给定值的快速性好, 而稳定性差些; 当 α 取得较大时, $y_r(t+k)$ 跟踪给定值 R_0 的过程较长, 这时快速性差些, 而稳健性提高。在实际应用中, 可以根据对控制系统快速性和稳健性的要求作适当的折衷。

(2) 在目标函数方面, 考虑到现在时刻的控制作用 $u(t)$ 对系统将来输出的影响, 采用下列目标函数:

$$J = E \left\{ \sum_{k=1}^n [y_p(t+k) - y_r(t+k)]^2 + \sum_{k=1}^m \Lambda [u(t+k-1)]^2 \right\} \quad (1-5)$$

式中: n 为最大预测时间, 一般应大于 $B(z^{-1})$ 的阶数, 或近似等于系统的上升时间; m 为控制时间, 一般选择 $m \leq n$; Λ 为大于零的权系数。

因此, 广义预测控制问题, 可以归结为求出控制时间序列 $u(t), u(t+1), \dots, u(t+m-1)$, 使目标函数式 (1-5) 达到极小值, 故而这也一类最优控制问题。

第三节 自适应控制的发展和应用概况

自适应控制在 50 年代即已开始发展, 当时大都是针对具体对象的设计方案的讨论。最早的是美国麻省理工学院 (MIT) 的怀特克 (Whitaker) 教授首先提出了参考模型自适应控制方法, 企图用它来解决飞行器的自动驾驶仪的问题。限于当时计算机发展的水平, 这些新的控制思想没有得到应有的普及及推广。尔后, 经过 20 多年的发展, 首先是 60 年代以来, 现代控制理论的蓬勃发展, 例如状态空间法、稳定性理论、最优控制、随机控制、参数辨识, 等等, 为自适应控制理论的形成和发展准备了条件。70 年代以来, 自适应控制理论有了显著的进展, 一些学者分别在确定性的和随机性的、连续的和离散的系统的自适应控制方面, 作出了贡献。特别是近 10 余年来计算机技术的飞速发展, 微型计算机和微处理机的广泛普及, 为采用自适应控制系统创造了条件, 开始出现了较多实际应用的例子, 并取得了良好的效果。70 年代以来, 自适应控制不仅在工程应用方面取得了较大的进步; 在

非工程领域，例如社会、经济、管理、生物、医学等方面也进行了一些新的探索。自适应控制理论已日益被人们重视，其实际应用也日益广泛。下面举一些实际的例子。

飞行器的控制是较早应用自适应控制技术的领域，这是由于飞行器的动态特性受环境的影响非常大。在不同的环境下，动态特性可能在相当大的范围内变化。因此，要想在不同的飞行条件下，都能获得高性能的效果往往是很困难的，采用自适应控制可以大大改善飞行器的控制性能。

对大型油轮自动驾驶仪，采用自适应控制技术来代替原有的带 PID 调节器的自动驾驶仪，是采用自适应技术很成功的例子。实践证明，自适应自动驾驶仪在变化复杂的随机环境下，例如在海浪、潮流、阵风的干扰下，以及在不同的负荷、不同的航速下，使油轮都能按照预定的航线可靠地航行，并取得了良好的经济效果。

在电力系统方面，60 年代初就提出用自适应方法来实现锅炉燃烧系统的优化控制。近年来，工业锅炉水位、送风、引风、燃料的自适应控制也已有成功应用的例子。70 年代以来，随着过程控制计算机的采用，自适应控制技术不仅在火力发电厂和水力发电站方面得到了应用，而且在核电站方面亦进行了许多试验研究。

在化学工业、钢铁工业、冶金工业、机械加工工业等方面，许多工艺过程是非线性、非平稳的复杂过程。例如原材料成分的改变、催化剂的老化和设备的磨损等，都可能使工艺过程参数发生复杂且幅度较大的变化。对于这类生产过程，常规的 PID 调节器往往不能很好地适应工艺参数的变化，而使产品的产量和质量不稳定。当采用自适应控制后，由于调节器的参数可以随工艺参数的变化而按某种最优性能自动整定，从而保证了产品的质量，还可节省原材料的消耗，因此，近年来在上述工业过程控制的许多领域，例如造纸机的基重、板轧机的厚度、带钢热轧机的张力、碎矿机的效率、水泥的配料、蒸发器的液位、热交换器的温度等参数，都不同程度地采用了自适应控制系统，并取得了较好的控制效果。

在电力拖动方面，除了对直流电动机的转矩、转速、位置和功率采用自适应控制外，近年来也对交流感应电动机的转速实现了自适应控制。采用自适应控制后，当系统参数（例如惯性、负荷、时间常数和放大倍数等）在大范围内变化时，系统的动态响应仍可保持与期望值相近。在高精度的随动系统中，例如卫星跟踪望远镜的高精度随动系统，采用了模型参考自适应控制系统后，自动补偿了系统在低速和超低速运行时，系统惯量、增益的变化以及摩擦负载的非线性特性的变化，从而大幅度地提高了系统的跟踪精度。

在非工程应用方面，随机资源分配问题、宏观经济系统的随机最优化的问题的研究，近年来也引起了人们的注意。在生物、医学部门，自适应控制技术的应用也有所发展。

自适应控制技术的进一步发展将走向所谓“自学习”系统和“人工智能控制”系统。这类系统除了应具有前述一般的自适应功能外，还应当具有大型记忆、模式识别以及各种各样带有智能性的高级决策功能。这类系统能够基于过去的经验来逐步改进其自适应动作。

随着计算机技术的不断发展和控制理论的不完善，可以预计，自适应控制的应用将会愈来愈广泛，收效将愈来愈大。

第二章 预 备 知 识

本章介绍随机过程的一些基本概念：相关函数，白噪声和伪随机二进制序列 (Pseudo Random Binary Series, 简称 PRBS)，传递函数的正实性定理等几个问题，这些都是学习本课程的基础知识。

第一节 随机过程及其数学描述

一、确定性信号和随机信号

在自动控制系统中，当某一信号可以准确地用一个确定性的时间函数 $x(t)$ 来描述时，这种信号称之为确定性信号，如图 2-1(a) 所示的阶跃信号、正弦信号等。这类信号的特点是它们可以准确地加以重现。但是在实际的控制系统中或多或少还存在着另一类信号，它们不能用确定性的时间函数来描述，也不能准确地加以重现。例如传感器的量测噪声，一些不规则的和不确定性的随机扰动信号，等等，人们将这类信号称之为随机信号 $\xi(t)$ ，如图 2-1(b) 所示。

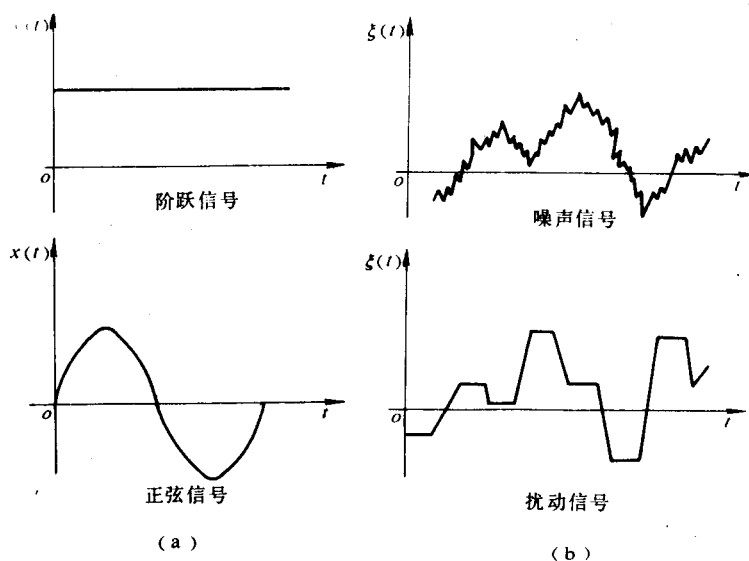


图 2-1 确定性信号和随机信号

在数学上，随机信号可以用随机过程来描述。下面进一步分析随机过程及其数学描述。

二、随机过程简介

若用一记录仪表或计算机记录一个生产过程参数的变化，则得到如图 2-2 所示压力对

时间历程的记录 $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ 。从图中可以看出, 压力 $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ 对时间 t 是随机变化的, 它没有一个确定的数值, 因此 $x(t)$ 称为随机变量或称为随机函数。一般将随机现象的单个时间历程 $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ 等称为“样本函数”。将样本函数的总体 (又称之为“集合”) 用大写字母 $X(t)$ 来表示。 $X(t)$ 也是一个随机函数, 它在试验前或试验中, 都是一个不确定的数, 故称之为随机过程。随机过程中每一个样本函数 $x_1(t), x_2(t), \dots$ 等, 称为随机过程的一个物理“实现”。

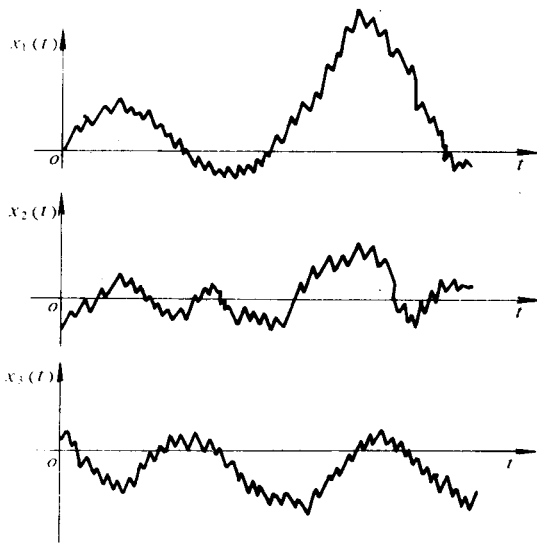


图 2-2 压力参数的时间历程

一般又用 $\{x(t)\}$ 来表示随机过程 $X(t)$ 。每个样本函数 $x_i(t)$ 服从一

定的统计规律, 而对一个固定的时间 $t_a, x_1(t_a), x_2(t_a), \dots$ 也服从一定的统计规律, 因此 $X(t_a)$ 也是一个随机变量或随机函数。也就是说, 一个随机过程一般是两个自变量的函数, 即随机过程可用 $X(e, t)$ 或 $\{x(e, t)\}$ 来表示, 这里 e 是样本函数空间 E 的一个元素。

三、随机过程的数学描述

随机过程的数学描述是指随机过程的数字特征描述, 一般又称之为随机过程的统计特性。它们是: ①均值 μ 或数学期望 $E\{\cdot\}$; ②方差 σ^2 和协方差 $\text{Cov}(X, Y)$; ③概率分布函数 $F(x)$ 和概率密度函数 $p(x)$; ④自相关函数 $R_{XX}(\tau)$ 和互相关函数 $R_{XY}(\tau)$; ⑤功率谱密度 $S(f)$ 。前面三项是随机过程在幅值上的特性描述, 后面两项是随机过程在时域及频域上的特性描述。

(一) 均值 μ 或数学期望 $E\{\cdot\}$

设 $X(t)$ 是一个随机过程, 则 $X(t)$ 的均值 μ 或数学期望 $E\{x(t)\}$ 为

$$\mu = E\{x(t)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2-1)$$

式中: $x(t)$ 为随机过程 $X(t)$ 的一个样本函数。

随机过程均值 μ 和数学期望 $E\{\cdot\}$ 的另一种数学表达式为

$$\mu = E\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx \quad (2-2)$$

式中: x 为随机变量; $p(x)$ 为概率密度函数, $p(x)$ 的定义将在下面介绍。

若 x 为离散的随机变量, 则式 (2-1) 和式 (2-2) 将分别改写成

$$\mu = E\{x(k)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (2-3)$$

$$\text{或} \quad \mu = E\{x(k)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N x_k p_k \quad (2-4)$$

(二) 方差 σ^2 和协方差 $\text{Cov}(X, Y)$

随机过程 $X(t)$ 的方差 σ^2 为:

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \mu]^2 dt \quad (2-5)$$

式中: μ 为随机变量的均值。

结合上述数学期望的定义, 方差 σ^2 也可写成如下形式:

$$\sigma^2 = E\{[x(t) - \mu]^2\} \quad (2-6)$$

有时可用均方值 ψ^2 来描述随机过程, 这时 ψ^2 的定义为:

$$\psi^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (2-7)$$

若式 (2-5) 中的 $\mu=0$, 则 $\sigma^2=\psi^2$ 。在应用上还将方差 σ^2 的平方根 σ 称之为均方差。

如果随机过程有二维随机变量 $[X(t), Y(t)]$, 那么我们除了讨论随机变量 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 的数学期望和方差外, 还需讨论它们之间相互关系的数字特征。为此, 引入“协方差” $\text{Cov}(X, Y)$ 的概念。协方差 $\text{Cov}(X, Y)$ 的数学描述为

$$\text{Cov}(X, Y) = E\{[x(t) - \mu_x][y(t) - \mu_y]\} \quad (2-8)$$

式中: μ_x 和 μ_y 分别为随机变量 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 的均值; $E\{\cdot\}$ 表示取数学期望。

(三) 概率分布函数 $F(x)$ 和概率密度函数 $p(x)$

一个随机过程的随机变量的可能值分布在数轴的某一区间内。对于一个连续的随机变量 X 来说, 需要研究 X 的可能值落入区间 $[a, b]$ 的概率 $P(a < X \leq b)$, 为此, 引入概率分布函数的概念, 其定义为: 设 X 是随机变量, x 是一任意实数, 事件“ X 取得小于确定值 x 的数值”的概率 $P(X < x)$ 叫做随机变量 X 的分布函数 $F(x)$, 即

$$F(x) = P(X < x) \quad (2-9)$$

对于数轴上的任一实数 x , 分布函数 $F(x)$ 的值就表示随机变量 X 落入区间 $[-\infty, x]$ 的概率, 故 $F(x)$ 又称为概率分布函数。概率分布函数 $F(x)$ 有下列性质:

$$(1) F(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \quad (2-10)$$

$$(2) F(\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1 \quad (2-11)$$

(3) $F(x)$ 是一个非降函数, 当 $x_2 > x_1$ 时, $F(x_2) \geq F(x_1)$, 如图 2-3 所示。

因 $P(X < x_2) \geq P(X < x_1)$, 所以 $F(x_2) \geq F(x_1)$ 。因此 $F(x)$ 是一非降函数, 并且 $0 \leq F(x) \leq 1$ 。根据以上性质, 可绘出 $F(x)$ 的大致图形, 如图 2-4 所示。

除了概率分布函数外, 概率密度函数也是描述概率分布的有效工具。设随机变量 X 的概率分布函数为 $F(x)$, 随机变量 X 出现在区间 $[x, x + \Delta x]$ 的概率为 $P(x < X \leq x + \Delta x)$, X 在区间 $[x, x + \Delta x]$ 的平均概率密度为 $\frac{P(x < X \leq x + \Delta x)}{\Delta x}$, 而在 x 点的概率密度应为

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x < X \leq x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x)$$

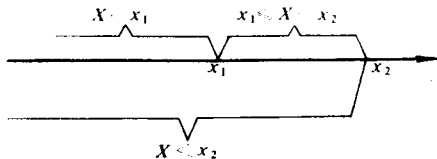


图 2-3 随机变量 X 在数轴上的分布

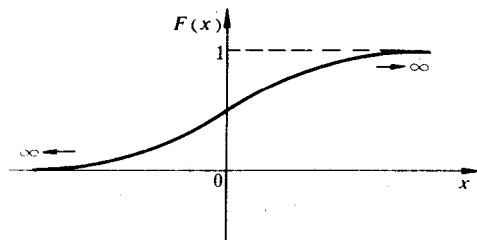


图 2-4 概率分布函数 $F(x)$ 的图形

如果随机变量 X 的概率分布函数 $F(x)$ 为连续可导, 即 $\frac{dF(x)}{dx} = F'(x)$ 存在, 令 $F'(x) = p(x)$, 则称 $p(x)$ 为随机变量 X 的概率密度函数。

如果已知概率密度函数 $p(x)$, 可求出随机变量 X 出现在任意区间的概率 $P(a < X \leq b)$ 和它的概率分布函数 $F(x)$ 。

$$\text{因为} \quad P(a < X \leq b) = F(b) - F(a) \quad (2-12)$$

又因 $F(x)$ 为 $p(x)$ 的原函数, 故

$$F(b) - F(a) = \int_a^b p(x) dx \quad (2-13)$$

将上式代入式 (2-12) 可得

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b p(x) dx \quad (2-14)$$

又有

$$F(x) = P(X < x) = P(-\infty < X \leq x)$$

故可得

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \quad (2-15)$$

式(2-14)、式(2-15)用图形表示时, 如图 2-5 所示。图 2-5(a) 中的面积 R 即为式(2-14)的概率 $P(a < X \leq b)$; 图 2-5(b) 的面积 S 即为式(2-15)的概率分布函数 $F(x)$ 。

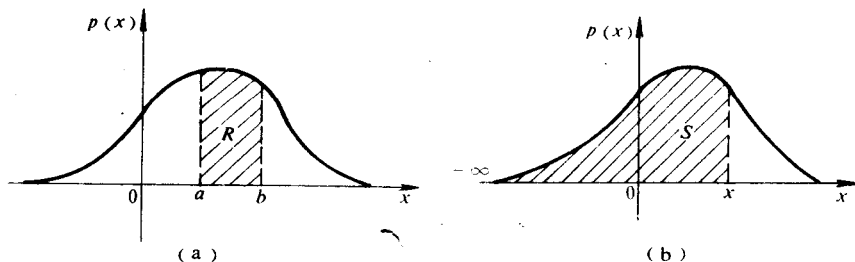


图 2-5 概率密度函数 $p(x)$ 的图形

概率密度函数 $p(x)$ 有下列性质:

- (1) 由于 $F(x)$ 是非降函数, 故有 $p(x) = F'(x) \geq 0$
- (2) 根据概率分布函数 $F(x)$ 的性质, 可得

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = F(\infty) - F(-\infty) = 1 - 0 = 1 \quad (2-16)$$

下面介绍两种常见的概率分布。