无线电高级技术工人培训教材

实用数学

无线电高级技术工人培训教材

实用数学

航空航天工业部教育司组织编写

宇航出版社

（京）新登字181号

本书系航空航天工业部无线电高级技术工人培训教材之一，根据原航天工业部颁发的《工人技术等级标准》及《航天无线电类高级技工培训教学大纲(试行)》的要求编写而成。内容包括：预备知识、函数与极限、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、无穷级数、常微分方程、概率论初步。每章均有适量习题，书末还附有习题答案，以供参考。

本书由谭美德、赵丽萍编写，谭美德主编；任国臣、张宏儒主审。

实 用 数 学
航空航天工业部教育司组织编写
责任编辑：曹 英
*
宇航出版社出版
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经销
北京密云华都印刷厂印刷
*
开本：850×1168 1/32 印张：9.875 字数：264千字
1992年4月第1版第1次印刷 印数：1—3000册
ISBN 7-80034-474-6/G·058 定价：6.00元

航空航天部高级技术
工人培训教材编审委员会

（无线电类）

主　　编　靖叔平

副主编　李志黎　曾　寿　刘正川

委　　员　（按姓氏笔划排列）

王庸松　毛吉范　尹惠芬
刘以良　任国臣　江德福
李　波　陈震雷　沈绪榜
宋久春　张一中　张龙元
张宏儒　郑济民　杭长鸣
周沛钧　姜明河　姚英杰
柴人奇　赵增文　钱家正
袁孝康　曹祥林　曹舜民
黄德祥　蒋轩祥　程银海
韩宝珊　楼维桥　穆　虹
酆新泰

工作人员　刘　杭　孙定富　施丽芳

总　　序

我国航天事业的发展正处在型号更新换代、人员新老交替和技术设备更新改造的历史发展时期。在有效地补充航天型号和民品开发研制队伍所需专业技术人才的同时，造就一大批高级技术工人，已成为发展我国航天事业刻不容缓的重要任务。

近几年来，各单位有领导、有组织、有计划地开展了中、高级技术工人培训，培养了一批生产骨干，他们在生产中发挥了很大作用。为使“八五”期间高级技术工人培训工作制度化、规范化、科学化，推进工人技术培训工作的开展，加速技术工人队伍的建设，改变高级技术工人队伍后继乏人的局面，根据原航天工业部颁发的《工人技术等级标准》和《航天无线电类高级技术工人培训教学大纲（试行）》的要求，航空航天工业部教育司委托上海航天局主编无线电高级技术工人培训教材。在部教育司的指导下，成立了航空航天部高级技术工人培训教材编审委员会（无线电类），负责教材的组织领导工作。

本套教材包括：《实用数学》、《电路基础》、《电子工程制图及电子设备结构》、《电子测量技术》、《数字逻辑电路基础》、《模拟电子技术基础》和《电子产品装调技术》。

本套教材的适用对象主要是通过中级技术理论培训合格的学员、技工学校毕业生、职业高中毕业生（无线电工种），技能达到四～六级的无线电技术工人；也可作为高级技术工人及工人技师聘任考核的技术理论参考教材，还可作为有关技术人员、管理人员、教师及大、中学生的参考书。

4BC23/01

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

本套教材的特点是：具有科学性、针对性、实用性、先进性，适当注意与中级技工培训教材的衔接以及各书之间、各章节之间的系统性，努力吸收国内外航天电子产品生产中的先进工艺、先进方法、检测手段和管理经验，体现航天特色。教材内容的深度广度力求适中，各办学单位在教学时，可根据实际情况对教学内容酌情增减。

本套教材是采用科研、生产和教学三结合的方法，由上海航天局和一、二、三、五院选派了24名高级工程师、工程师和副教授担任主编和编写工作。同时，聘请了150余名研究员、高级工程师、教授、副教授、工程师担任学科主审和参审工作，还特地聘请了有关设计、工艺专家对书稿进行技术把关，最后交由宇航出版社出版。

本套教材在编写、审定和出版过程中，部教育司、上海航天局、宇航出版社的领导始终给予大力支持和指导，并得到了一、二、三、五院、〇六一基地、〇六二基地教育处，一院200厂、210厂、北京航天工程学院，二院二部、23所、25所、706所，三院239厂、159厂、三航校，五院539厂，上海航天局上广厂、上有厂、新华厂、新江厂、新中华厂、新卫厂、新光厂、八部、803所，部直属289厂、771所、华北航天工业学院和北方交通大学、上海第二工业大学、上海纺织局职工大学等单位的大力协助和支持，在此一并表示感谢。

由于作者水平有限，经验不足，时间仓促，错误和不当之处在所难免，敬请读者批评指正。

航空航天工业部高级技术工人培训
教材编审委员会（无线电类）
1991年6月

前　言

本书是为培训无线电高级技术工人所编写的基础课程教材。内容具有较强的实用性和针对性，力求简明扼要，通俗易懂。针对学员的数学水平，第一章安排复习初等数学的有关内容，为学习下面几章的高等数学打下基础。第六章主要介绍与交流电路有关的平均值、平面图形的面积、旋转体的体积。在第七章中，因考虑技术基础课要涉及傅里叶级数，故先把级数概念引出，然后再转入傅里叶级数，至于级数的其它方面内容就不作介绍了。为了便于学员理解，本书对有些定理的证明，作了部分删略。

本书教学时数为126学时。书中带有“*”号的，可作为选学内容。

本书由谭美德主编，并编写第三、四、七、八、九章，赵丽萍编写第一、二、五、六章。全书由任国臣、张宏儒担任主审。

由于时间仓促及编者水平有限，本书不足之处在所难免，希望不吝指正。

编　者

1990年8月

目 录

* 系指此章为选学内容

第一章 预备知识

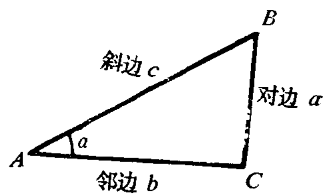
本章主要介绍三角函数知识、对数和复数概念，进一步熟炼其运算方法，为学习高等数学打基础。

第一节 三角函数

一、锐角三角函数

在直角三角形中，如果一个锐角确定后，则不论三角形的大小如何，它们所对应的边的比值必相等；并且这个比值仅与这个锐角的大小有关系，所以边的比值是由角的大小决定。

可以这样定义（见图1-1）：



1-1

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{对边}}{\text{斜边}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{对边}}{\text{邻边}}$$

$$\text{ctg}\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{邻边}}{\text{对边}} \qquad (1\text{-}1)$$

$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{斜边}}{\text{邻边}}$$

$$\csc\alpha=\frac{c}{a}=\frac{\text{斜边}}{\text{对边}}$$

这里，$\sin\alpha$叫做角α的正弦函数（简称正弦）；$\cos\alpha$叫做角α的余弦函数(简称余弦)；$\mathrm{tg}\alpha$叫做角α的正切函数(简称正切)；$\mathrm{ctg}\alpha$叫做角α的余切函数（简称余切）；$\sec\alpha$叫做角α的正割函数（简称正割）；$\csc\alpha$叫做角α的余割函数（简称余割）。这些函数的值是随角度α的变化而变化的，所以它们是角α的函数，统称为角α的三角函数。在无线电技术中，应用较多的是$\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$\mathrm{tg}\alpha$三个三角函数。

由锐角三角函数的定义和勾股定理，可以得到下面的基本公式：

$$\mathrm{ctg}\alpha=\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha}$$

$$\sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\csc\alpha=\frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$1+\mathrm{tg}^2\alpha=\sec^2\alpha \qquad (1\text{-}2)$$

$$1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\csc^2\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\mathrm{tg}\alpha$$

$$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\mathrm{ctg}\alpha$$

这些公式的证明读者可以自己证一下。

二、锐角三角函数值

对于任一锐角，要知道它的三角函数值，可以查三角函数表；而对于特殊锐角的三角函数值，可以根据锐角三角函数的定

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

义，以及直角三角形的角与边的关系来求得。

（一）特殊锐角的三角函数

由锐角三角函数的定义，可以求出30°、45°、60°以及0°、90°的正弦、余弦、正切的函数值。

在图1-2(a)中，设$BC=a$，则$AB=2a$，

$$\begin{aligned}AC&=\sqrt{(AB)^2-(BC)^2}\\&=\sqrt{(2a)^2-a^2}\\&=\sqrt{3}\,a\end{aligned}$$

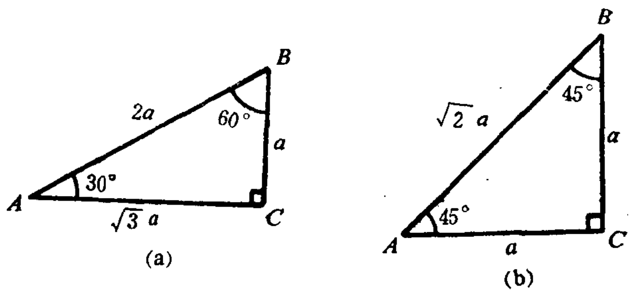


图 1-2

由此可得

$$\sin 30^\circ=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}\,a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\mathrm{tg}\,30^\circ=\frac{a}{\sqrt{3}\,a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}\,a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}$$

$$\mathrm{tg}\,60^\circ=\frac{\sqrt{3}\,a}{a}=\sqrt{3}$$

上面答案还说明了

$$\sin 30° = \cos 60°$$

$$\cos 30° = \sin 60°$$

一般地，对于任意锐角α，都有下述关系成立：

$$\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$$

$$\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$$

在图1-2(b)中，设$BC = a$，则$AC = a$，

$$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + a^2}$$

$$= \sqrt{2}\,a$$

由此可得

$$\sin 45° = \frac{a}{\sqrt{2}\,a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45° = \frac{a}{\sqrt{2}\,a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45° = \frac{a}{a} = 1$$

为了便于记忆，现在将0°到90°的特殊角的三角函数值列于表1-1中。

表 1-1

角 / 函数值 / 函数	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞不存在

（二）一般锐角的三角函数值

前面已经介绍了特殊锐角的三角函数值，在实际工作中，有时还要碰到任意锐角的三角函数值。要求得任意锐角的三角函数值，可使用《数学用表》中的三角函数表，从表中可查出$0^\circ \sim 90^\circ$之间的角的三角函数值。反之，由已知的三角函数值，在表中也可以查到对应的锐角。

[例1-1]　求$\sin 15^\circ 30' 20''$的值

先从表中查得$\sin 15^\circ 30'$的函数值为0.26724，$\sin 15^\circ 31'$的函数值为0.26752。

而$\sin 15^\circ 30' 20''$的函数值在$\sin 15^\circ 30'$与$\sin 15^\circ 31'$的函数值之间，应在$\sin 15^\circ 30'$的函数值中加上补插值，$15^\circ 31'$比$15^\circ 30'$大$1'$，即$60''$；而函数值大0.00028，现在，$15^\circ 30' 20''$比$15^\circ 30'$大$20''$，即$1'$的1/3，所以补插值近似为$0.00028 \times 1/3 = 0.00009$，所以$\sin 15^\circ 30' 20''$的函数值应为$0.26724 + 0.00009 = 0.26733$，即$\sin 15^\circ 30' 20'' = 0.26733$。

[例1-2]　求$\cos 70^\circ 20' 30''$的值

从表中查得$\cos 70^\circ 20'$的值为0.33655，$\cos 70^\circ 21'$的值为0.33627，$70^\circ 21'$比$70^\circ 20'$大$1'$，而函数值小0.00028，现在$70^\circ 20' 30''$比$70^\circ 20'$大$30''$，即$1'$的1/2，所以补插值近似为$0.00028 \times 1/2 = 0.00014$，所以$\cos 70^\circ 20' 30''$的函数值为$0.33655 - 0.00014 = 0.33641$，即$\cos 70^\circ 20' 30'' = 0.33641$。

正切函数与余切函数的查表法与正弦函数、余弦函数的查表法相同。

三、任意角的三角函数

在锐角三角函数的基础上，进一步讨论任意角的三角函数。

（一）直角坐标的概念

1. 直角坐标系

为了确定平面上点的位置，可以采用这样的方法：在平面上作两条互相垂直的数轴Ox与Oy，按照习惯，数轴Ox的正方向为

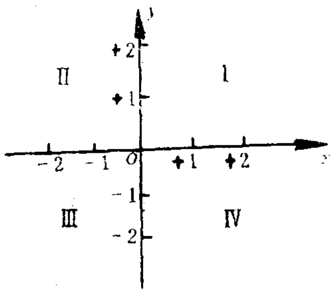


图 1-3

水平向右，数轴Oy的正方向为垂直向上（图1-3）。这样，就构成一个直角坐标系。这时，两数轴又叫做坐标轴，水平方向的数轴Ox叫做横轴，垂直方向的数轴Oy叫做纵轴，两轴的交点叫做原点。

坐标轴将坐标平面上不属于坐标轴的点分成四部分，这四个部分叫做象限。两个坐标均为正的$(x>0,y>0)$是第I象限；再按逆时针方向顺序进行编号，即$x<0$、$y>0$是第II象限；$x<0$、$y<0$是第III象限；$x>0$、$y<0$是第IV象限。

利用直角坐标系，可以确定平面上点的位置。当用横轴表示时间t，纵轴表示电流i时，就可以用来确定任一时刻t所对应的电流i的正负、大小，从中研究电流i的特性。

2. 角与象限的关系

将角的顶点放在坐标原点，始边放在Ox轴正方向上，射线自Ox轴开始逆时针方向旋转，终止于OP，则Ox为始边，OP为终边。

若OP在第I象限中，则所成的角为第I象限的角，第I象限的角α，有$0°<\alpha<90°$，即为锐角（图1-4(a)）。

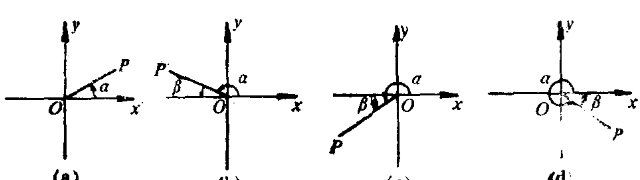


图 1-4

若OP在第Ⅱ象限中，则所成的角为第Ⅱ象限的角，第Ⅱ象限的角α，有$90° < \alpha < 180°$，即为钝角（图1-4(b)）。

若OP在第Ⅲ象限中，则所成的角为第Ⅲ象限的角，第Ⅲ象限的角有$180° < \alpha < 270°$（图1-4(c)）。

若OP在第Ⅳ象限中，则所成的角为第Ⅳ象限的角，第Ⅳ象限的角有$270° < \alpha < 360°$（图1-4(d)）。

当然，射线也可以逆时针方向转几圈后终止于某一象限，也可以顺时针方向转终止于某一象限，同样根据终边在哪一象限，而称它为这一象限的角。另外，当终边和Ox轴或Oy轴重合时，这样的角不属于任一象限。

（二）任意角的三角函数

对于任意角的三角函数，可以仿照锐角三角函数来定义。自P点向x轴作垂线，令$OP = r$（相当于锐角三角形的斜边），垂线y（相当于锐角三角形的对边），投影为x（相当于锐角三角形的邻边），见图1-5。

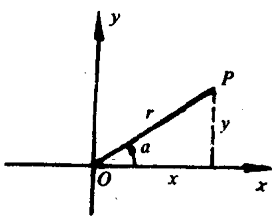


图 1-5

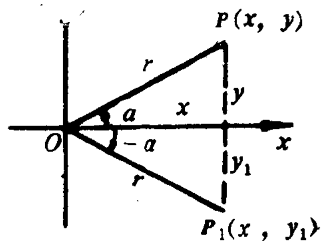


图 1-6

则

$$\sin\alpha = \frac{\text{对边}}{\text{斜边}} = \frac{y}{r}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{邻边}}{\text{斜边}} = \frac{x}{r}$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\text{对边}}{\text{斜边}} = \frac{y}{x}$$

在第Ⅰ象限中，$x>0$，$y>0$，于是有$\sin\alpha>0$，$\cos\alpha>0$，$\text{tg}\alpha>0$。

在第Ⅱ象限中，$x<0$，$y<0$，于是有$\sin\alpha>0$，$\cos\alpha<0$，$\text{tg}\alpha<0$。

在第Ⅲ象限，$x<0$，$y<0$，于是有$\sin\alpha<0$，$\cos\alpha<0$，$\text{tg}\alpha>0$。

在第Ⅳ象限中，$x>0$，$y<0$，于是有$\sin\alpha<0$，$\cos\alpha>0$，$\text{tg}\alpha<0$。

把上述结论列于表1-2中：

表 1-2

象限 / 函数值	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
$\sin\alpha$	+	+	−	−
$\cos\alpha$	+	−	−	+
$\text{tg}\alpha$	+	−	+	−

（三）负角三角函数的计算

在实际问题中发现，角的形成是带有方向的。如在时钟上，把分针拨动10分钟，必须说明顺拨还是倒拨，否则无法确定时间；同样转动相同的角度，由于方向不同，得到不同的结果。在解决生产实际问题时，根据不同旋转方向所形成的角，用正负加以区别。

规定：按照逆时针方向旋转所得的角是正的，按照顺时针方向旋转所得的角是负的。

从图1-6中可知

$$y_1 = -y$$

$$\sin(-\alpha) = \frac{y_1}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin\alpha$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com