

《怎样学》丛书

ZEN YANG XUE
CONG SHU

马元鹿 主编



初中数学

怎样学

与你探讨学习方法
为你指点学习捷径
助你进入重点中学

上海科学技术文献出版社

【教材同步】 同步

【名师讲堂】 名师

【中考真题】 中考

【名师讲堂】 名师



初中数学

怎样学

教你怎样学习方法
教你怎样学习技巧
教你怎样重点中学

上海科学普及出版社出版

初中数学怎样学

主编 马元鹿
编写 马元鹿 汤业荣
吴欣 吕秀玲

上海科学技术文献出版社

责任编辑： 忻静芬
封面设计： 何永平

初中数学怎样学

主编 马元鹿

*

上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市武康路2号 邮政编码 200031)

全国新华书店经销
常熟市印刷八厂印刷

■
*

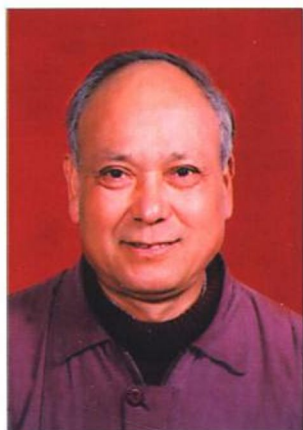
开本 850×1168 1/32 印张 17.75 字数 493 000

2001年1月第1版 2001年8月第3次印刷

印数:25 001 - 45 000

ISBN 7 - 5439 - 1679 - 7/G·420

定价:17.00元



马元鹿 南京市金陵中学高级教师,中国数学会会员,南京市中学数学教学研究会、南京市考试学研究会会员。从事中学数学教学近40年,曾多次参加南京市中考命题。发表论文数十篇。编著有《初中生数学手册》、《初中数学基本点过关手册》、《初中数学竞赛辅导》、《初中数学学习手册》、《初中数学竞赛培训手册》等十余种数学辅导用书,其中的《向四十五分钟要效益》获全国第八届书市排行榜第七名及全国优秀畅销书奖。曾参与江苏省教育电视台的中考复习系列讲座。近年来致力于金陵中学研究性学习的教学,注重开发学生的学习潜能,培养学生的创新能力,获得可喜的教学效果。

图书在版编目(CIP)数据

初中数学怎样学/马元鹿著. —上海: 上海科学技术
文献出版社, 2001. 1

ISBN 7-5439-1679-7

I. 初… II. 马… III. 数学课-初中-教学参考资
料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 75101 号

丛 书 前 言

“是什么(know what)—为什么(know why)—怎样学(know how)”是学习活动中循序渐进的不同阶段。这套《怎样学丛书》从“怎样学”的角度与读者、与初中学生及教师探寻学习的捷径,研讨学习的方法。

“怎样学”比“学什么”更重要,学校的根本任务是教导学生学习“怎样学习”和“怎样思考”。当前正值世纪交替之际,高新科技发展迅猛,人类正在步入“知识经济”时代。江泽民主席说:“创新是一个民族进步的灵魂,是国家兴旺发达的不竭动力。”开发学生的创新能力,培养创造型人才,是科教兴国的基础,是我国参加国际竞争成败的关键。根据科教兴国的需要,我国制定了新的教育发展目标,将应试教育向素质教育转变,进一步提高教育教学质量。这就向教育、向学习提出了新的挑战:“怎样学”。

人类的教育、学习从本质上讲是:学会生存,即学会与大自然和谐共存,学会在人类社会中健康生活。

初中阶段,是同学们从少年期向青年期的转型期,是扩展视野、积累知识、观察社会、学习做人的转变期。我们学习的不仅仅是人类积累的知识,还要学习前人获得知识的思想、方法和手段,在初中阶段学会怎样学对今后一生学会学习,学会应用,学会创新具有重要意义。

《怎样学丛书》的作者是上海外国语大学附中、浙江大学附中、南京金陵中学等名校的特级、高级教师和专门从事教学研究的资深教研员,他们多年来辛勤耕耘在教育第一线,在教学改革中颇有成就,多次获得表彰,媒体也曾多次介绍他们的教学成绩。他们的教学生涯可谓“桃李满天下”,“硕果垂枝头”。因此,请他们把初中各学科的学习方法和思路,向初中学生作一介绍,启发同学们怎样

掌握学习方法,使学习过程具有趣味性,从而创造最佳的学习状态和积极的学习气氛,消除学习的障碍,并且通过练习,促使思考、储存、记忆、激活等学习环节相互配合,获得事半功倍的学习效果。

《怎样学丛书》力求把初中学习阶段知识的结构和技能的结构凸现在同学们面前。本丛书以学习中思维的逻辑流向为线索,归纳出学习、思考、理解的规律性,让同学们更容易理解初中各学科知识框架的内在构成规律及系统性,让同学们在学习丛书的过程中学到各学科发展的科学思想和方法,培养出严谨而又不刻板的学习思想和方法,发展思考、想象的空间。

若学习知识是此岸,使知识转化为应用则是彼岸。本丛书试图把知识与技能有机地联系在一起,架设起一座由此岸到彼岸的桥梁。作者们在教学中的成功来源于他们对学科教育的创新和发展,这正是本丛书的精华和特色。他们把日常教学实践中的经验和体会,慷慨地奉献给读者。本丛书的每一册都依据现行的教材与大纲,都有很强的实践性与可操作性。

本丛书是作者们丰富教学实践的心得,也是许多成功学子的一条学习轨迹,它们贴近学生的学习实际,想必会给同学们一份亲近感。

当然,探索“怎样学”是很多教育工作者、很多有志于攀登科学高峰的学生在研究和探索的一个大课题,是素质教育实践中正在走的一条路。我们出版这套丛书仅是抛砖引玉,是想使千千万万莘莘学子爱学习,学会学习,使他们在 21 世纪来临之际有一个崭新的现代化学习观念,走向学习的成功。

上海科学技术文献出版社

2000 年 10 月

前 言

问题是数学的核心。

中学数学教学大纲中指出：“数学教学中发展思维能力是培养能力的核心”。而数学思维能力是要通过各种训练才能逐步形成的。学习数学，练习决不可少。往往一些较好的数学练习题常常蕴含着丰富的数学思想和数学方法，解题的过程又常常需要沟通各章节及各学科之间的内在联系，通过对习题的运算、推理论证，对于开发同学的智力，培养数学素养无疑是十分重要的。

在中学里，课后作业常从模仿开始，显然，一唯模仿是不够的，主要还在于灵活应用学过的基本知识和基本方法。要培养自己的独立解题能力，学会反思。我们希望同学们在阅读本书时，多想一些问题，反思每一道例题中涉及到哪些知识，不同的知识又是如何通过解题沟通起来的，打破数学各章节乃至学科之间的框架，全靠自己题后的反思。再想一想，你会不会解同样的问题？能不能另辟解法？不会，没关系，在阅读理解后，试着修改其中的某些步骤，那怕是一步也好。对我们而言，创新是在点点滴滴中培养起来的，一点点与众不同就是创新。希望同学们从这些已经解决了的例题中，找出自己对处理将来问题可能有用的东西，并且把它们变为自己的知识财富，不断积累、不断创新，触类旁通，举一反三。

由于编者水平有限，谬误之处，敬请指正。

编 者

2000年10月

目 录

第一章 初中代数	1
一、了解实数的有关概念	1
二、掌握实数的大小比较	6
三、掌握实数的运算	9
四、掌握实数的近似计算	13
五、了解代数式的概念,掌握列代数式求值的计算方法	14
六、掌握整式的综合运算	19
七、熟练掌握乘法公式及其应用	22
八、熟练掌握多项式的因式分解	31
九、了解分式的意义	39
十、熟练掌握分式的运算	42
十一、了解平方根、算术平方根的概念	50
十二、熟练掌握 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$; $\sqrt{a^2} = a $ $= \begin{cases} a, & \text{当 } a \geq 0 \text{ 时;} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时.} \end{cases}$	53
十三、掌握最简二次根式和同类二次根式	57
十四、熟练掌握二次根式的运算	60
十五、掌握一元一次方程的解法	66
十六、掌握一元二次方程的解法	71
十七、熟练掌握一元二次方程根的判别式	74
十八、熟练掌握一元二次方程根与系数的关系	77
十九、掌握可化为一元一次方程、一元二次方程的分式 方程的解法	82
二十、掌握可化为一元二次方程的无理方程的解法	85

二十一、掌握二元一次方程组、三元一次方程组的解法	91
二十二、掌握简单的二元二次方程组的解法	95
二十三、运用方程(组)解应用题	101
二十四、掌握一元一次不等式的解法	109
二十五、掌握一元一次不等式组的解法	111
二十六、理解平面直角坐标系的有关概念	116
二十七、掌握函数自变量的取值范围及函数值的意义	119
二十八、了解一次函数与正比例函数的意义	123
二十九、掌握正比例函数、一次函数的图象及其性质	127
三十、了解反比例函数和二次函数的意义	137
三十一、掌握反比例函数和二次函数的图象及其性质	141
三十二、理解含绝对值函数的意义	148
三十三、掌握一元二次函数解析式的确定	152
三十四、掌握二次函数、一元二次方程、一元二次不等式 之间的联系	157
三十五、掌握应用函数的性质及其图象确定参变数 m 的值	168
三十六、掌握应用数形结合的思想方法解有关函数问题	174
三十七、应用函数的性质解应用题	181
三十八、应用函数的性质解有关探索性问题	188
三十九、应用函数的概念解运动型问题	198
四十、了解统计的基本知识	211
第二章 初中几何	219
一、理解角的概念,掌握角的表示方法	219
二、掌握角的大小比较,理解两个角的和差、一个角的 n 倍及 $\frac{1}{n}$ 的意义	222
三、掌握度、分、秒的换算,并熟练进行有关计算	227

四、理解互为余角、互为补角的概念	229
五、掌握垂线、垂线段的概念及画法	239
六、能识别两条直线被第三条直线所截图形中的同位角、 内错角、同旁内角	243
七、掌握两条直线平行的判定方法	247
八、会区分命题的题设和结论,会把命题改写成 “如果……,那么……”的形式	251
九、掌握证明的步骤及综合法证明的格式	254
十、理解三角形的有关概念,画三角形的角平分线、 中线和高	266
十一、掌握三角形三边关系,并能判断三条线段能否 构成三角形	270
十二、熟练掌握三角形内角和定理及其推论	272
十三、运用三角形全等的判定公理及其推论进行推理 和计算	281
十四、了解逆命题、逆定理的概念,写出一个命题的 逆命题	289
十五、熟练运用等腰三角形的性质定理、判定定理及 推论进行论证和计算	295
十六、熟练运用勾股定理及其逆定理进行论证和计算	302
十七、理解多边形及有关概念	309
十八、掌握多边形内角和定理的应用	312
十九、理解平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念	315
二十、综合运用平行四边形、矩形、菱形、正方形的性质 定理和判定定理进行论证和计算	323
二十一、理解梯形、等腰梯形、直角梯形的概念	331
二十二、综合运用等腰梯形的性质、判定定理进行论证 和计算	339
二十三、掌握所给出条件画出梯形的方法	342
二十四、掌握平行线等分线段定理及其应用	345

二十五、综合运用三角形、梯形中位线定理进行论证 和计算	348
二十六、掌握应用割补法计算四边形和多边形的面积	354
二十七、了解黄金分割的有关概念,掌握比例的性质 及其应用	360
二十八、掌握运用平行线分线段成比例定理及其推论进行 计算、证明和作图	365
二十九、理解相似三角形、相似多边形的有关概念	375
三十、综合运用相似三角形的判定定理进行论证	380
三十一、综合运用相似三角形的性质进行论证和计算	385
三十二、理解相似形的概念,掌握相似三角形的作图方法	392
三十三、了解相似多边形的性质,掌握计算方法	399
三十四、了解锐角三角函数的有关概念	401
三十五、掌握特殊角的三角函数值	406
三十六、综合运用解直角三角形的方法解应用题	412
三十七、掌握点与圆的位置关系	421
三十八、垂径定理与圆的对称性	423
三十九、综合运用圆周角定理及推论进行论证和计算	426
四十、掌握过不在同一条直线上三点圆的作法与三角形的 外心	433
四十一、了解轨迹和基本轨迹,掌握轨迹作图方法	435
四十二、掌握直线与圆的位置关系	440
四十三、综合运用切线的判定定理、性质定理及其推论 进行论证和计算	442
四十四、综合运用切线长定理、弦切角定理及其推论 进行论证和计算	448
四十五、综合运用圆内成比例线段进行论证和计算	453
四十六、掌握三角形内心的概念及三角形内切圆的作法	

.....	463
四十七、掌握两圆的位置关系	467
四十八、综合运用两圆的连心线的性质定理进行论证 和计算	469
四十九、理解两圆的公切线及有关概念	472
五十、理解正多边形有关概念,掌握正多边形的 有关计算	478
五十一、掌握圆的周长、弧长及简单组合图形的周长 计算方法	481
五十二、掌握圆、扇形及简单组合图形的面积 计算方法	484
五十三、掌握圆柱、圆锥及其他旋转体的面积 计算方法	486
第三章 总结	491
一、综合法与分析法	491
二、反证法	493
三、构造法	499
四、一拆二、二并一	507
五、数学综合题的解法	512
六、面积法	520
参考答案	532

第一章 初中代数

一、了解实数的有关概念

例 1 把下列各数填在相应的集合符号内：

5, -2, -0.32, $\frac{1}{3}$, $-\sqrt{2}$, 0, 0.010 010 001..., $\sqrt[3]{-1}$,

π , 4. $\dot{2}$.

属于正数集合的数有_____.

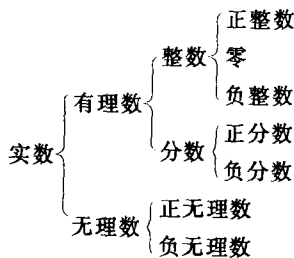
属于负数集合的数有_____.

属于整数集合的数有_____.

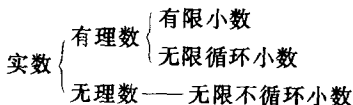
属于有理数集合的数有_____.

属于无理数集合的数有_____.

分析



又



解 属于正数集合的数有 $\left\{ 5, \frac{1}{3}, 0.010\ 010\ 001\cdots, \pi, \right.$

$4.\dot{2}\cdots \left. \right\}$.

属于负数集合的数有 $\{-2, -0.32, -\sqrt{2}, \sqrt[3]{-1}, \dots\}$

属于整数集合的数有 $\{5, -2, 0, \sqrt[3]{-1}, \dots\}$

属于有理数集合的数有 $\{5, -2, -0.32, \frac{1}{3}, 0, \sqrt[3]{-1}, 4.\dot{2}, \dots\}$

属于无理数集合的数有 $\{0.010\ 010\ 001\dots, -\sqrt{2}, \pi, \dots\}$

说明 (1) 集合的表示有两种：一种是用椭圆圈将数圈在里面；另一种就是像上面所用的大括号将数括起来，由于数集里的数很多，题中所选的数填在数集里只能是一部分，故在最后加省略号；

(2) 零是一个很重要的数，它不是正数，也不是负数，它是整数，偶数，有理数，实数。

(3) $\pi, -\sqrt{2}$ 都是无限不循环小数，所以是无理数，而 $\sqrt[3]{-1} = -1$ ，是一个负整数。

例2 在数轴上表示下列实数，并把它们按从小到大的顺序用不等号连结起来。

$$\frac{2}{3}, -5, \sqrt{9}, 0, (-1)^0, 1.414\ 2\dots$$

分析 如图 1-1-1 所示规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。原点、正方向、单位长度这三个要素，缺一不可。数轴上的每一个点都表示唯一的一个实数；反之每一个实数都能在数轴上找到对应它的唯一的点。数轴上的点与实数之间是一一对应关系。数轴的建立为“数”与“形”的沟通提供了工具。

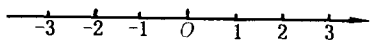


图 1-1-1

解 $-5 < 0 < \frac{2}{3} < (-1)^0 < 1.414\ 2\dots < \sqrt{9}$

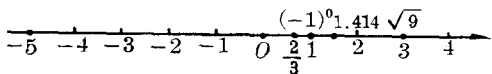


图 1-1-2

说明 (1) 要比较实数的大小, 只要先把这些数用数轴上的点来表示, 再看这些点哪个在左, 哪个在右. 右边点所表示的数比左边的点表示的数大;

(2) 对于循环小数或不循环小数在数轴上一般取近似值;

(3) 对于 $\sqrt{5}$ 这种无理数可用作图的方法在数轴上找出表示它们的点;

(4) 因为 $a^0 = 1$ 其中 $a \neq 0$, 所以 $(-1)^0 = 1$.

例 3 在数轴上点 A 所对应的数是 -3 , 那么与点 A 距离等于 4 个单位长度的点所表示的数是什么?

分析

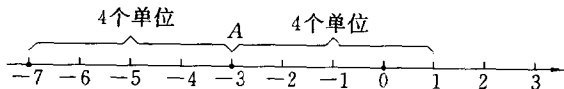


图 1-1-3

解 与点 A 距离等于 4 个单位的数是 -7 和 1 , 如图 1-1-3 所示.

例 4 数轴上表示 a 、 b 两数的点如图 1-1-4 所示, 则 $\frac{a+3b}{2a-b}$ 的值().

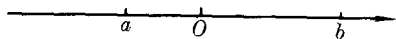


图 1-1-4

(A) 必为正数

(B) 必为负数

(C) 必为零

(D) 符号不能确定

分析 从图 1-1-4 可知 b 为正数, a 为负数. 且 b 到原点的距离大于 a 到原点的距离, 故 $a+3b$ 为正, $2a-b$ 为负, 所以 $\frac{a+3b}{2a-b} < 0$ (必为负) 故选 (B).

解 选 (B).