

工农业余中等学校  
初中数学第三册  
教学参考书

北京出版社

工农业余中等学校

初中数学第三册教学参考书

北京出版社

工农业余中等学校  
初中数学第三册教学参考书  
北京市工农教育研究室编  
北京出版社出版

新华书店北京发行所发行 北京第二新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 9.75 字数 210,000

1981年6月第1版 1981年6月第1次印刷

统一书号：7071·710 定价：0.71元

## 编者的话

这套工农业余中等学校初中数学教学参考书，是受教育部工农教育局委托，根据工农业余中等学校初中课本《数学》（人民教育出版社 1980 年 1 月第一版）编写的，供教师在教学中参考。

本书编写体例一般包括“教学目的”、“教材分析”、“课时安排”、“教学建议”、“习题选解”、“参考资料”等六个部分。在每册开始的说明中，分析了初中阶段讲授的代数与几何知识的纵横联系，提出了教学目的和应注意的几个问题，然后按上述六个部分逐章进行剖析。“教学目的”的确立，主要是根据课本的编辑意图、数学教学规律、教学对象和教材本身的特点提出来的，力求具体、明确。“教材分析”侧重分析教材的编排体系，指出重点，讲清难点与关键。“教学建议”是编者根据教学实践提出教学中的一些意见，供教师参考。“习题选解”是对一些稍难的题目给予解答，供教师备课时参考。“参考资料”是为教师提供有关教材加深加宽方面的一些资料。

本册书是由北京市工农教育研究室数学教研组主持，由翟连林、万福、段云鑫等同志编写的。在编写时，参考和采用了有关资料，吸取了兄弟省、市的一些宝贵意见，特别是在第一册的审定稿座谈会上，山东、上海、天津等省、市的一些同志提出了许多宝贵意见，在此一并致谢。

由于编者水平所限，加之编写时间仓促，错误缺点在所难免，望广大教师和读者在使用过程中，提出宝贵意见。

北京市工农教育办公室  
工农教育研究室  
一九八〇年十二月

# 目 录

说明	1
一、教学目的	1
二、教材分析	3
三、课时安排	10
四、教学中应注意的几个问题	11
<b>第十三章 简单的二元二次方程组</b>	<b>13</b>
一、教学目的	13
二、教材分析	13
三、课时安排	15
四、教学建议	15
<b>第十四章 指数和对数</b>	<b>38</b>
一、教学目的	38
二、教材分析	38
三、课时安排	40
四、教学建议	40
I 指数	40
II 对数	55
五、习题选解	73
六、参考资料	86
<b>第十五章 三角函数和三角形的解法</b>	<b>94</b>
一、教学目的	94

二、教材分析	94
三、课时安排	96
四、教学建议	97
I 三角函数	97
II 解三角形	112
五、习题选解	124
六、参考资料	136
<b>第十六章 圆</b>	145
一、教学目的	145
二、教材分析	145
三、课时安排	146
四、教学建议	147
I 圆的基本性质	147
II 直线和圆的位置关系	152
III 两圆的位置关系	162
IV 有关圆的计算	166
五、习题选解	172
六、参考资料	188
<b>第十七章 函数及其图象</b>	197
一、教学目的	197
二、教材分析	197
三、课时安排	201
四、教学建议	202
I 函数	202
II 正比例函数和反比例函数及其图象	209
III 一次函数的图象和性质	212

IV 二次函数的图象和性质·····	214
V 一元一次不等式组和一元二次不等式·····	222
五、习题选解·····	232
六、参考资料·····	246
复习课·····	253
总复习题选解·····	266
选用教材 简易测量·····	285
一、教学目的·····	285
二、教材分析·····	285
三、课时安排·····	285
四、教学建议·····	286
选用教材 统计初步·····	291
一、教学目的·····	291
二、教材分析·····	291
三、课时安排·····	292
四、教学建议·····	292
五、习题选解·····	298
六、参考资料·····	302



## 说 明

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学，它的应用非常广泛。不论是生产部门还是科研部门，对数学的要求越来越高，数学的作用也越来越大。它是从事现代化生产劳动和学习现代科学技术必不可少的基础知识。在工农业余中等学校，数学是一门主要课程，要求学员必须很好地掌握这个重要工具，特别是初中阶段，要切实地打好基础，为进一步学习数学和其它科学技术打下良好的基础，以适应实现四个现代化的需要。

### 一、教学目的

工农业余中学数学教学的目的是：使学员学好工农业生产和学习现代科学技术所必需的数学基础知识；具有正确、迅速的运算能力，一定的逻辑思维和空间想象能力，进一步提高分析问题、解决问题的能力，为学习专业技术知识和继续提高打好基础，并能运用已掌握的知识解决生产中的有关问题。通过数学教学激励学员为实现四个现代化学好数学的革命热情，培养辩证唯物主义观点。

初中阶段的教学要求：

1. 使学员了解数的概念的扩展，理解有关有理数、无理数、实数和近似数的一些概念，掌握有理数四则运算法则和近似计算的运算，能够熟练地进行有理数的四则运算。

2. 使学员理解有关整式、分式、根式的一些概念，掌握它们的基本性质和运算法则，能够熟练地进行整式、分式和二次根式的运算，熟练地应用提取公因式法、分组分解法、公式法和十字相乘法进行多项式的因式分解。

3. 使学员理解有关一元一次、一元二次方程和二元一次方程组，二元二次方程组及一元一次不等式、一元二次不等式和一元一次不等式组的一些概念，掌握它们的有关性质，能熟练地解一元一次方程，二元一次方程组，一元二次方程和一元一次不等式，会解简单的二元二次方程组，一元一次不等式组和一元二次不等式，并能分析数量关系列出方程或方程组解决生产中的一些实际问题。

4. 使学员理解有关相交线、平行线、三角形、四边形、相似形和圆的一些概念和性质，能运用上述的基本性质，进行一般的论证和计算，并能解决生产实际中的一些简单问题。会使用一般的画图工具，结合生产需要，绘制简单图形。

5. 使学员理解有理指数和对数的概念及性质，掌握有理指数和对数的运算法则，并能利用对数进行计算。

6. 使学员了解平面直角坐标系的概念，理解坐标平面内的点与有序实数对之间的一一对应关系。

7. 使学员了解有关函数的一些概念，掌握正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数的一些性质，并能够画出它们的图象。

8. 使学员理解锐角三角函数和任意角三角函数的概念，掌握  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  角的三角函数值和互余、互补两角间的三角函数关系以及正弦定理、余弦定理，并能利用它们解直角三角形和斜三角形，能够应用解三角形的知识，解决生产

中的一些实际问题。

## 二、教材分析

初中数学教材包括了传统代数的数、式、方程、函数的最基础的内容；包括了传统平面几何的全部内容；还包括了传统三角的部分内容以及视图、简易测量、统计大意等选用教材。在这些传统内容中渗透了集合与对应等思想。这些内容不但是学习高中（中专）数学以及高等数学的基础知识，而且也在学习其他科学技术打下良好的基础。

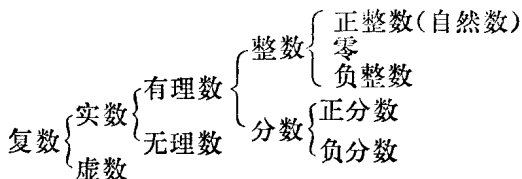
下面我们对“数”与“形”，即传统的代数与平面几何的教材进行一些粗略地分析：

1. 数、式、方程和函数是传统代数的四大组成部分，它们之间有着密切地联系。

**数：**人们对数的认识，首先是从具体事物中抽象出数字，由于排列顺序和计算数目的需要，便产生了自然数。自然数的产生一开始就和它的加、减、乘、除四则运算联系在一起的。要解决“有”和“无”这对矛盾，在数目上表示“无”，同时使相同的两个自然数能够相减，便出现了“零”。由于需要解决部分和整体之间在数量关系上的矛盾，同时使两个自然数能够相除，便出现了分数（包括小数）。自然数、零和分数放在一起称为算术数。用四则运算把算术数连接起来的式子称为算术式。怎样从实际问题中列出算术式及求算术式的值便是小学的主要任务。

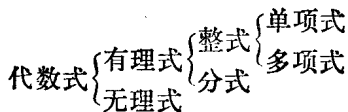
由于客观上存在着意义相反的量，同时使得小数减大数能够相减，便产生了负数。这时就出现了负整数和负分数。正整数、零、负整数统称整数，正分数、负分数统称分数。

整数和分数统称有理数。四则运算发展为包括乘方、开方在内的六种运算的代数运算。由于客观上存在不可公度的量，同时使正数能够开方，便产生了无理数。有理数和无理数统称实数。由于推广代数方程解的概念，便产生了虚数。实数和虚数统称为复数。这样，便完成了数的扩充。见下表：



除复数在高中讲授外，初中阶段从有理数、无理数，一直讲到实数。

式：从具体到抽象是人们认识事物的共同规律。人们对数的认识的第一次大飞跃，是由具体数字抽象到用字母表示数。用代数运算把数或表示数的字母连接起来的式子，称为代数式。怎样从实际问题中列出代数式及求代数式的值，便成了我们要解决的基本课题。为了求代数式的值，就要把复杂的代数式化为简单的代数式。为此，必须使代数式的形变而值不变——恒等变形——这个手段而达到简化的目的。为了研究的方便将代数式进行分类：

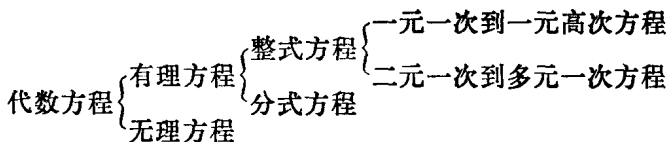


为了式子的恒等变形，把多项式分解为若干个整式之积的因式分解，便成了一个重要课题。多项式最为基本的是二次三项式的分解问题，二次三项式的因式分解是整个代数式

的变形求值的基础。而分式和根式的变形除依赖于它们自身的基本性质外，也要依赖于整式的因式分解。式的全部内容都是在初中阶段讲授的。

方程：一个代数式只能对客观事物中的数量关系进行描述，不能完成从一事物到他事物的了解。因此，为了解决实际问题，就必须研究两个代数式。当比较两个代数式时，只有两种可能：或为相等，或为不等。在两个代数式相等的情况下，又分为有条件相等和无条件相等，前者就是方程式，简称方程，后者就是恒等式。在两个代数式不等情况下，也分为有条件不等和无条件不等，前者就是条件不等式，简称不等式，后者就是绝对不等式。就客观需要而言，有条件比无条件更为重要。因此，我们重点研究方程和不等式。虽然“不等”相对于“相等”来说显得更为普遍，但不等的问题也要依赖于相等的解决而得出，因此，方程的研究更为基本。

怎样从实际问题中列出方程及求方程的解是我们解决的基本课题。为了求方程的解就要把复杂的方程简化为简单的方程，为此，必须使方程的形变而解不变——同解变形——这个手段而达到简化的目的。为了研究的方便将方程进行分类：



在求方程（组）的解的过程中，总是把高次化为低次，即“降次”，把多元化为单元，即“消元”这两种方法。而最为基本的是一元二次方程及二元一次方程组的求解问题，因为

它们是解方程的基础。

对于不等式也可作类似于方程的讨论，而一元二次不等式和一元一次不等式组的求解问题是不等式的基础。

除线性方程组在高中讲授外，其它内容全部在初中阶段讲授。

函数：对代数式、方程和不等式的研究都是在常数范围内进行的，也就是说，式中的字母所表示的数是一个常数。从相对静止到运动变化是人们认识事物的一般规律。人们对数的认识的第二次大飞跃，是从常量到变量，变量之间的对应关系就是函数。函数的基本课题是研究函数的性质。为了借助生动的直观达到对函数性质的了解，就必须先研究函数的图象。通过图象了解和掌握函数的性质是中学数学研究函数的一般方法。我们知道，用代数运算把字母表示的常数所连接起来的式子是代数式，如果式中字母表示变量，那么，这个式子就是代数函数了，最简单最基本的代数函数是一次函数和二次函数，这正是初中阶段讲授的内容。

随着对函数的深入研究和发 展，便出现了超越函数——指数函数与对数函数、三角函数与反三角函数。如果我们把这些函数的函数关系看成运算，并称之为超越运算，那么超越函数就是用超越运算把字母所表示的变量连接起来的式子。

对于指数函数与对数函数，一方面它们是函数，因而要研究它们的图象和性质，另一方面它们又是一个式子，这就和代数式一样有一个变形求值的问题，也有解超越方程和超越不等式的问题。为此，就要研究指数和对数的特殊运算规律，这恰是初中阶段要讲授的内容。

对于三角函数与反三角函数可进行类似的研究。此外，还有一个利用三角函数解决三角形的边角关系，即解三角形的问题，这也是初中阶段要讲授的内容。

代数函数和超越函数放在一起称为基本初等函数，简称为初等函数，上述初等函数，它的自变量都是在某个实数范围内变化的。如果限制自变量仅在自然数范围内变化，那么，这种函数就是整标函数（数列）。最基本最简单最实用的数列是等差数列和等比数列。

函数部分在初中阶段只讲授最简单最基本的一次函数和二次函数、指数和对数以及锐角三角函数和解三角形。

从上面粗略分析我们看到：中学代数的基本理论是：代数式的恒等变形、方程（不等式）的同解变形以及函数，特别是代数函数的图象和性质，而这几部分又以“二次”的最为基本。说详细点，就是二次三项式的因式分解，一元二次方程的求根、判别式及根与系数的关系，一元二次不等式的代数解法和图象解法以及二次函数的图象和性质。这些最基本最重要的内容恰恰是初中阶段全部要讲授的内容。

2. 直线形和圆是传统平面几何的两大组成部分，它们之间有着密切地联系。

直线形：最简单的图形是线段。线段向一端延伸便成了射线，射线绕着它的端点旋转便成了角。射线在端点作反向延伸便成了直线。平面上两条直线的相互位置关系，或为相交，或为平行。在相交中最为重要的情形是垂直。怎样判断两条直线相互垂直或平行呢？为此，我们不妨假定这两条直线是相互垂直或平行的，看它们之间有什么特性，由此便得到二直线垂直或平行的性质定理，然后又反过来推断，便得

到二直线垂直或平行的判定定理。根据判定定理，我们就容易识别两直线的相互位置关系了。

三条直线所组成的平面图形，最重要的是三角形。它有三条边和三个内角共六个元素，这六个元素不是彼此无关的，而是有着密切地联系。三内角之和等于 $180^\circ$ ；两边之和大于第三边；大角对大边等等。为了进一步弄清三角形的性质，我们把三角形按边、角的各种特殊情形进行分类。按边分成等边、等腰及不等边三角形这三种情形；按角分成锐角、直角及钝角三角形这三种情形。这样，便出现了极为重要的三种特殊三角形：直角、等腰及等边三角形。进而我们有直角三角形及等腰三角形的性质定理和判定定理，直角三角形的三条边之间的关系就是著名的勾股定理。对含有 $30^\circ$ 和 $45^\circ$ 角的直角三角形有更广泛的应用。

三角形的中线、高线、分角线以及中位线等，对三角形作进一步的研究也是重要的。

从一个三角形对另一个三角形的了解必须研究两个三角形。两个三角形的相互关系，首要的是全等，其次是相似。而当相似比是1时，相似就是全等。进而我们有三三角形全等和相似的性质定理和判定定理。

四条直线所组成的平面图形，最重要的是四边形。四边形可以化成两个三角形来进行研究。四边形按对边的位置关系有两种极为重要的情形：一是只有一组对边平行的四边形——梯形，一是两组对边分别平行的四边形——平行四边形。梯形和平行四边形是继三角形之后最重要的几何图形，特别是平行四边形具有许多的几何特性：对边相等、对角线互相平分、对角相等，邻角互补等等。这些结论的证明都依



赖于三角形的全等理论。有一个角是直角的平行四边形是矩形，有一组邻边相等的平行四边形是菱形，有一个角是直角，并且有一组邻边相等的平行四边形是正方形。

边数增加到四边以上的图形是多边形。它可以转化为若干个三角形来进行研究。因此，当两个边数相同的多边形也有全等和相似的问题。在多边形中最重要的是正多边形，它可以化为若干个相同的等腰三角形来进行研究。由三角形的性质不难得到正多边形的性质。

圆：正多边形的边数无限增加时，它的极限位置就是圆。圆是我们认识的最简单的也是最重要的曲线形。

直线与圆的相互位置关系只有三种情形：相交、相切和相离。相交便出现了弦、弦心距、弧及角（圆心角与圆周角），它们之间有着重要的关系：等弦心距对等弦、等弧对等角等等。弧的问题可以转化为角的问题，反之亦然。相切便出现了圆的切线，由此便有一直线为圆的切线的性质定理和判定定理。由圆外一点对该圆可作两条切线，这两条切线的长是相等的（切线长定理）。

两条直线与圆的相互位置关系，最重要的情形表现为圆幂定理和弦切角定理所描述的几何事实。

三角形与圆的相互位置关系，最重要的是内接和内切这两种情形，利用这种关系可以进一步研究三角形的性质。

圆与圆的相互位置关系只有三种情形：相交、相切、相离。两圆相交最重要的几何特性是连心线垂直平分共弦，两圆相切则有内切与外切之分，相离则有外离与内含之别。

从上面的粗略分析我们看到：中学平面几何最基本最重要的图形是直线、三角形和圆。研究它们的性质及其相互位