

高等学校教学用书

画法几何学教程

B. 郭尔东 著
M. 謝孟佐夫-欧捷夫斯基

高等教育出版社

本書原系根据苏联国立技术理論書籍出版社(Государственное издательство технико-теоретической литературы)出版的郭尔东(В. Гордон)和謝孟佐夫-欧捷夫斯基(М. Семенцов-Огиевский)著“画法几何学教程”(Курс начертательной геометрии) 1953年第八版譯出(由龍門書局出版),現根据1955年第九版修訂,并参照了1956年第十版进行編輯加工。原書經苏联高等教育部审定为高等工业学校机器制造及机械工艺專業的教科書。

本書內容包括緒論,附录及下列八章: 1. 点与直綫; 2. 平面; 3. 旋轉法、叠合法及变更投影平面法; 4. 体和面的表示法; 5. 体和面与平面及直綫的相交; 6. 曲面的相交, 曲面的近似展开; 7. 螺旋綫与螺旋面; 8. 軸測投影。

画 法 几 何 学 教 程

В. 郭尔东, М. 謝孟佐夫-欧捷夫斯基著

朱广才譯

高等教育出版社出版 北京琉璃廠170号

(北京市書刊出版業營業許可証出字第064号)

上海蔚文印刷廠印刷 新华書店总經售

統一書号 15010·542 开本 850×1168 1/32 印張 13 2/16 字數 296,000 印數 1—2,400

1953年6月龍門聯合書局初版

1957年12月新1版 1957年12月上海第1次印刷 定价(10) 2.00

第九版序

本書第九版和以前各版一樣，是考慮了在其使用過程中所收集的意見加以修改而成的（但第七版除外，它是第六版加印的）。由於本來只打算重印，所以修訂的目的並不在於把結構和內容大加變動。再說，如在第八版序中所已經提過的，不得不考慮到因為本書被廣泛地採用為課堂上和函授的教本，在教研寫作中往往附註有見本書某某章節，章節銜接的次序有維持的必要。所以基本上保留了本書各章節和插圖的原來編號。只有關於直線與平面的交點的作法和二平面的交線的作法的數節是重編的。這兩個問題的講述法和舊版本略有不同，為的是減少所占的篇幅。此外還把 §§ 24—27 的標題改換了，插圖重新編號了，刪去了原來的插圖 249, 250 和 251，而增加了編號為 239, 240, 241, 242, 262 和 267 的一些插圖。插圖編號的變動如下表所示：

原來編號	第九版編號	原來編號	第九版編號	原來編號	第九版編號
270	234	239 和 240	248	254	258
258	235	241	249	255	259
256	236	242	250	259	260
257	237	243	251	269	261
264	238	244	252	260	263
233	243	245	253	261	264
234	244	246	254	262	265
235	245	247 和 248	255	263	266
236 和 237	246	252	256	265	268
238	247	253	257	266	269
				267	270

在許多節中把正文縮短了，也有的把大字改為小字了。附錄第四項“陰影的作法”和第六項“軸向儀”被刪去了，因為前者所討論的問題不在機器製造和機械工藝專業的教學大綱之內，而後者同這個大綱並沒有直接關係。有的投影圖已把投影軸去掉了，因為不需要投影軸也能達到作圖的目的，在第八版中對於一些插圖已經是這樣做了的。插圖 69a, 480a, 610a, 610б 及其必要的說明，都是這次增加的。

和以前幾版一樣，從第四版（1945 年）起，在本書的主要內容中有一部分正文印成了小字；附錄也印成了小字。這樣可以表明印成小字的資料所供給的是一些補充說明和舉例，作為參考用的。至於教學大綱的材料，則在正文中印成大字，占本書的一半多一點。

在本書第六級（1951 年）所介紹的俄國和蘇聯画法幾何學及其教學發展簡史，仍保留在這次的新版中，因為對於這個問題可惜還沒有出現更完備的專門著作。同第八版比較起來，關於簡史，有些地方是縮短了（特別是著者的名單，書籍和其他文件的名稱），又增加了一些補充資料。

從這本“画法幾何學教程”編寫後，第一次出版以來，二十個年頭已經過去了。本書是從米哈依爾·亞歷克謝也維奇·謝孟佐夫—歐捷夫斯基得了病，在 1950 年年底去世，打斷了我們多年共同著述的工作以後本書的第五次再版。

教授 郭爾東

目 录

第九版序.....	vi
緒論.....	1
§ 1. 中心投影与平行投影.....	2
第一章 点与直线.....	8
§ 2. 根据点的二投影作点。点的投影圖.....	8
§ 3. 三投影平面系.....	9
§ 4. 一点在 H 、 V 和 W 上的投影.....	10
§ 5. 正投影与正交坐标系的关系.....	13
§ 6. 空間各象限及各卦限的点的投影.....	15
§ 7. 直观圖.....	19
習題(1)—(7).....	23
§ 8. 直线段在 H 、 V 及 W 上的投影.....	23
§ 9. 直线对諸投影平面的特殊位置.....	24
§ 10. 投影圖上空間的线段的定比分割.....	28
§ 11. 側面直线上的点的投影画法.....	29
§ 12. 在投影圖上求出空間一线段的長度及一直线与諸投影平面所成角度的作法.....	30
§ 13. 直线的跡点.....	32
§ 14. 二直线的相对位置.....	37
§ 15. 平面角的投影.....	41
習題(8)——(25).....	46
第二章 平面.....	49
§ 16. 平面在投影圖上的各种表示法.....	49
§ 17. 平面的跡线.....	50
§ 18. 平面对投影平面的各种位置.....	53
§ 19. 平面內的直线与点.....	60
§ 20. 平面內的特殊位置直线.....	66
§ 21. 由点或直线定出之平面的跡线的作法.....	73
習題(26)——(38).....	77
§ 22. 平面形的投影.....	79
§ 23. 二平面的相对位置: 直线与平面的相对位置.....	85

§ 24. 直線與垂直於一個或兩個投影平面的平面的交點	88
§ 25. 二平面的交線的作法	90
§ 26. 直線與一般位置平面的交點	99
§ 27. 根據直線與平面的交點作二平面的交線	101
§ 28. 可見性在投影圖上的表示法	103
習題(39)——(44)	108
§ 29. 平行於一平面的直線的作法	111
§ 30. 二平行平面的作法	114
§ 31. 垂直於一平面的直線的作法	116
§ 32. 互相垂直的一般位置直線的作法	119
§ 33. 互相垂直的平面的作法	120
§ 34. 直線與平面的夾角	123
§ 35. 二平面的夾角	124
習題(45)——(55)	126
第三章 旋轉法、疊合法及變更投影平面法	129
§ 36. 使直線與平面對於投影平面的位置特殊化的方法	129
§ 37. 旋轉法的基礎	129
§ 38. 一點繞垂直於一投影平面的軸的旋轉	130
§ 39. 一直線段繞垂直於一投影平面的軸的旋轉	133
§ 40. 用旋轉法求一線段的實長及其對投影平面的傾角	134
§ 41. 平面繞垂直於投影平面的軸的旋轉	138
§ 42. 平面繞一跡線旋轉至與投影平面重合(疊合法)	146
§ 43. 平面形繞其一水平直線的旋轉	156
§ 44. 點繞一般位置直線的旋轉	158
§ 45. 不指定軸位的旋轉法的应用	159
§ 46. 變更投影平面法(概論)	160
§ 47. 變更一個投影平面的作法	162
§ 48. 變更兩個投影平面的作法	167
§ 49. 點, 直線, 平面的題解舉例	171
習題(56)——(73)	178
第四章 體和面的表示法	182
§ 50. 體和面的投影作法	182
§ 51. 多面體的投影	183
§ 52. 曲線	193
§ 53. 曲面(概論)	197
§ 54. 幾種曲面在投影圖上的給定和表示法	199
§ 55. 迴轉曲面	209
§ 56. 平面與最簡單的曲面相切的作法	213
§ 57. 斜軸迴轉體的水平投影輪廓的作法舉例	222

習題 (74)—(90).....	224
第五章 体和面与平面及直綫的相交	227
§ 58. 棱柱体和棱錐体与平面及直綫的相交.....	227
§ 59. 棱柱面、棱錐面和直紋曲面的展开.....	233
§ 60. 柱面与平面的相交.....	239
§ 61. 錐面与平面的相交.....	249
§ 62. 迴轉面与平面的相交举例.....	261
§ 63. 曲面与直綫的相交.....	265
第六章 曲面的相交。曲面的近似展开	269
§ 64. 曲面交綫的一般作法.....	269
§ 65. 多面体的相交.....	273
§ 66. 表面为迴轉面的立体的相交.....	279
§ 67. 多面体与迴轉面的相交举例.....	296
§ 68. 曲綫与曲面的相交.....	300
§ 69. 几种曲面的近似展开法.....	301
第七章 螺旋綫与螺旋面	309
§ 70. 螺旋綫.....	309
§ 71. 螺旋面.....	317
§ 72. 螺旋.....	323
第八章 軸測投影	332
§ 73. 概論.....	332
§ 74. 正軸測投影。縮短系数及軸間角度.....	339
§ 75. 圓周的正軸測投影的作法.....	349
§ 76. 与投影平面平行的平面內的圓周的等軸測投影及二軸測投影.....	355
§ 77. 等軸測投影及二軸測投影作法举例.....	360
§ 78. 几种斜軸測投影.....	372
附錄	377
1. 应用最簡單的軌跡解答几种問題	377
2. 橢圓的作法	384
3. 平面曲綫的切綫的作法	387
4. 概似对应及其对于解答几种問題的应用	389
俄國及苏联圖法几何学及其教学的發展簡史	397
中俄名詞对照表	411

緒 論

苏联共产党第十九次代表大会的決議，光芒万丈地展示出苏联共產主义建設的偉大計劃；要实现这个計劃，除了其他一些办法之外，还必须加緊培养能够創造性地解决各种技術問題的工程人才。

画法几何学是工程教育的一門基礎課程。

画法几何学的目的，是說明和論証空間形体表示在平面上的方法^①，以及根据給定的这些形体的圖象来解决一些几何問題的方法。

根据画法几何学所研究出來的規則而画成的圖象，使我們能夠想像出物体的形狀及其在空間的相对位置，确定其尺寸，研究被画物体所具有的几何特性。

画法几何学，需要更多地运用空間想象力，因而能够發展这种想象力。

其次，画法几何学还給制圖課程提供了一系列的結論，保証了圖样的明顯精確，从而使按圖制造成为可能。

画法几何学所講的作圖規則，是以投影法^②為基礎的。

研究投影法应当从点的投影的作法开始，因为在作任何空間形体的投影圖时都要作这个形体的許多点的投影。

① 空間形体不但可以表示在平面上，也可以表示在其他任何曲面（例如，柱面或球面上）。这个問題在画法几何里是另闢專章來進行研究的。

② 投影的字源是出自拉丁字 *projicere*，意思是向前投擲。法文为 *projection*。

§ 1. 中心投影与平行投影

設想在空間有一平面 P 和不在這個平面上的點 S (圖 1)。在空間取某一點 A ，經過 A 和 S 兩點引一直線，使與平面 P 相交。

交點 a 叫做點 A 在平面 P 上的中心投影；點 S 叫做投影中心①。直線 SA 叫做投射綫；平面 P 叫作投影平面。

為了求出點 B 和點 C 的投影(圖 1)，必須經過已知點和中心 S 各引一投射綫，使與平面 P 相交。所得交點 b 和 c 分別為 B 和 C 點的投影。

因為經過兩點只能引一條直綫，所以給定了中心 S 和投影平面 P 的某一位置之後，空間的每一個點在投影平面 P 上就各有一個投影②且只有一個。

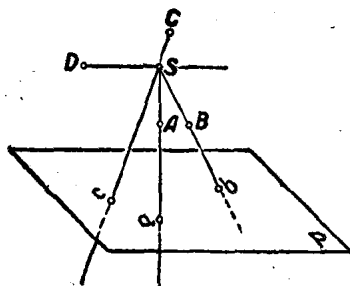


圖 1

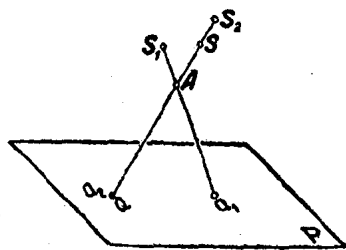


圖 2

如果平面 P 的位置不變而僅改變投影中心的位置，例如由點 S 移到另一點 S_1 (圖 2)，則點 A 的投影位置也將改變，由點 a 移到點 a_1 ，但新投影中心(點 S_2)位在投射綫 SA 上的情況除外。

已知一個點的投影和投影中心，還不能確定這點在空間的位

① 投影中心又叫做投影極，中心投影也叫做極投影或錐投影(見後面第 3 頁)。

② 與投影平面平行的投射綫所經過的點，例如點 D (圖 1)，應除外。這種點在平面 P 上沒有投影。這些點顯然都是位於一個與平面 P 平行而且經過投影中心 S 的平面上。

置(圖 3),例如任何在投射綫 Sa 上的点均以 a 为投影。

把一条綫上的許多点由中心 S 投射于平面 P 上就能作这条綫的投影(圖 4)。

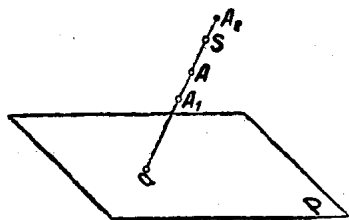


圖 3

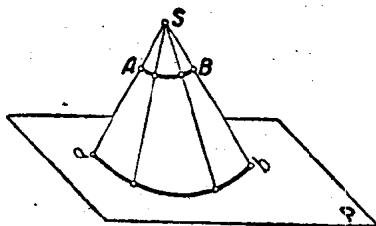


圖 4

如果投影中心 S 和投影平面 P 的位置已經給定,則該綫只有这个投影。但若中心 S 和平面 P 的位置有改变,則此綫的投影位置和形狀,一般說來,也將随之改变。

中心投影也叫做錐投影,因为經過投影中心 S 和某綫的諸点(圖 4)所引的投射綫集合而形成的投射面为一錐面。

一条綫的投影(圖 4)可看作是投射面与投影平面的交綫。

僅知一条綫的投影和投影中心,还不能确定这条綫在空間的位置,因为在投射面上可以画無數条綫,而它們在投影平面上的投影都是同一条綫(圖 5)。

求出点或綫的中心投影叫做中心投影法。由点和綫的中心投影可以進而求出面和体的中心投影。

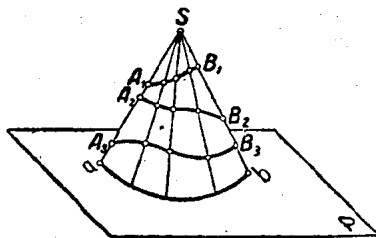


圖 5

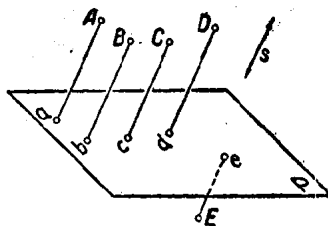


圖 6

現在我們來研究另外一種投影法，即所謂平行投影法。

我們假設，在求一系列的點的投影時，使所有的投射綫都互相平行。為了能夠作出這些投射綫，必須指定一個方向（如圖 6 上箭頭 s 所示）。這樣作出的投影叫作平行投影。

平行投影法可以看作是中心投影法的一種特殊情形，即投影中心被移到無限遠去了。

因此，由一點所引與一指定方向平行的投射綫和投影平面的交點，就叫做該點的平行投影。

為了求出某一條綫的平行投影，我們可以求出該綫上一系列點的投影，然後把這些投影聯成一條綫。

平行投影也叫柱投影，因為由某一條綫上諸點所引的投射綫（圖 7）集合而成的投射面，是一個柱面。

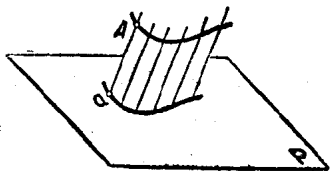


圖 7

在平行投影中：

- 1) 空間的每一點和每一綫在投影平面上都只有一個投影；
- 2) 投影平面上每一點可以是空間無數點的投影；投影平面上每一綫可以是空間無數綫的投影。

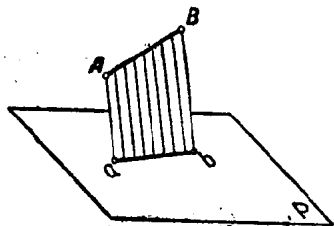


圖 8

應用點和綫的平行投影法，就可以作出面或體的平行投影。

平行投影分為斜投影與正投影。在第一种情形，投射方向與投影平面所成的角度不等於 90° ；在第二种情形，投射綫是垂直於

投影平面的。因為直綫的投射面是一個平面（圖 8），所以直綫的投影一般的也為一直綫，例如綫段 ab 就是綫段 AB 的投影。我們要注意下列各項：

1) 为了作一直線的投影, 只須求出直線上兩點的投影, 然后用直線把这投影連接起來。

2) 如一點位在某一直線上; 則它的投影必在該直線的投影上 (圖 9: K 点在直線 l 上, 它的投影 k 必在該直線的投影 l' 上);

3) 如一直線与投射方向平行 (如圖 9 上的直線 AB), 則該直線 (和直線上的任一綫段) 的投影為一點 (a 或 b);

4) 直線 (l') 不僅為直線 (l_1) 的投影, 而且為任何曲綫 (l_2) 的投影, 只要這曲綫位在經過投影 l' 的投射平面內 (圖 10);

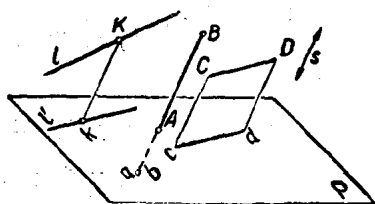


圖 9

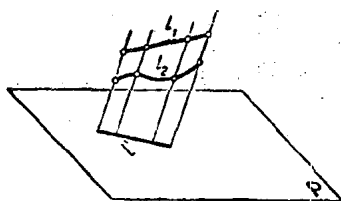


圖 10

5) 一直綫段如与投影平面平行, 則其在此平面上的投影等于實長 (圖 9 上 $CD = cd$, 因其為兩平行直綫間的平行綫段)。

此外尚須注意平行投影的下列三個特性:

1. 一直綫的兩綫段之比等于它們的投影之比 (圖 11):

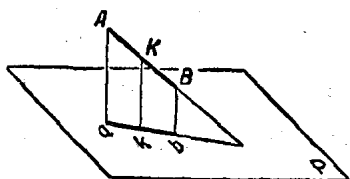


圖 11

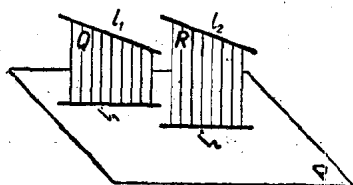


圖 12

$$\frac{AK}{KB} = \frac{ak}{kb}, \text{ 因为 } Aa \parallel Kk \parallel Bb.$$

2. 二平行直綫的投影仍互相平行 (圖 12)。 若二直綫 l_1 与 l_2

互相平行，則其投射平面 Q 与 R 互相平行，所以由此二平面与投影平面 P 相交所得的投影 l'_1 与 l'_2 也互相平行^①。

3. 二平行直线的两线段之比，等于此两线段的投影之比。設 $AB \parallel CD$ (圖 13)。由于三角形 BKb 与 DMd 相似，因之 $\frac{KB}{Kb} = \frac{MD}{Md}$ 。但 $\frac{KB}{Kb} = \frac{AB}{ab}$ 且 $\frac{MD}{Md} = \frac{CD}{cd}$ ，所以

$$\frac{AB}{ab} = \frac{CD}{cd}。$$

这些特性以后有很大的用处：利用它們可以确定实在的物体所具有的几何特性，何者在其投影圖上仍保持不变。

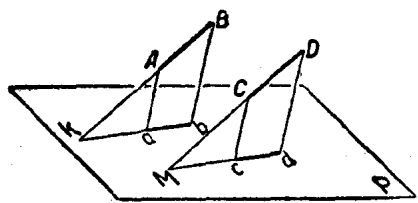


圖 13

如果我們把一些物体和几何形的平行投影，看作是把它們画在一个平面上的圖样，则需要記住只按約定的条件才能这样做。这个条件就是，在看圖的时候，观察者

必須想象自己在圖前的無限远处。但是实际上所观看的物体和它的圖样都是放在有限的距离內的，因而向观察者眼中射來的光綫成一个錐面，并不是柱面。所以若用平行投影法，則(在一定的条件下)所得到的圖样將不如用中心投影法为自然。因此，如欲使观察者对圖样的感觉和对实在物体一样，則应采用以中心投影法为基础的透視投影^②。

平行投影的画法虽不自然，但是由于它比較簡單，又具有上述

① 假設給定的两直綫与投射方向平行，則該两直綫的投影都变成点。

② 透視投影不包括在本教程的教学大綱之內。讀者如感兴趣，可参考 Н. А. Глаголев 著的“画法几何学”，А. И. Добряков 著的“画法几何教程”，Н. А. Рыжик 著的“画法几何学”。

的特性,能保持實在尺寸的比例,所以普遍地被採用。

自古以來,由於需要把空間物體畫成平面圖形,關於這方面的知識和方法就逐漸地被積累起來。在很長一段時期里人們主要是按寫生法來繪制平面圖形的,後來隨着技術的發展,要求能保證圖樣正確而且便於測量,就是要能精確地測定圖樣上每一點對於其他各點或平面的相對位置,並能用很簡單的方法來定出綫段和形體的尺寸;因而創造一種新的方法就成了具有重要意義的一個問題。有一些分散着的制圖方法和規律逐漸積累起來,最後經法國學者蒙日 (G. Monge 1746—1818) 加以系統地整理,於 1799 年以“画法几何学”(Géométrie descriptive) 為題公諸于世。蒙日所說明的方法是平行投影法,而且採用的是在兩個互相垂直的平面上的直角投影,此法可以保證物體在平面上的圖樣明顯,正確,而且便於測量,因此直到現在仍為技術制圖的基本方法。

直角的(прямоугольный) 字樣常用正的(ортогональный) 字樣代替,這是由古希臘文中兩個字組成的,其意義是“正”和“角”。以後正投影這個名詞將用來代表在互相垂直的平面上的直角投影。

第一章 点与直线

§ 2. 根据点的二投影作点。点的投影图

圖 14 表示两个互相垂直的投影平面 H 与 V ，一点 A 和它在 H 与 V 上的正投影。投影平面相交于一叫做投影轴的直线(圖 14 上的直线 X)。

分别垂直于 H 与 V 的二投射射线 Aa 与 Aa' 定出一个平面，这个平面既垂直于投影平面又垂直于投影平面的交线 X 。其与 H 和 V 相交所得的交线 aa_x 和 $a'a_x$ 必互相垂直并相交于投影轴上点 a_x 。所以，一点的二投影必位在与投影轴垂直并与其相交于同一点的二直线上。

設已知点 A 的两投影 a 和 a' (圖 15)，由点 a 和点 a' 分别作

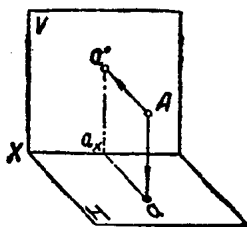


圖 14

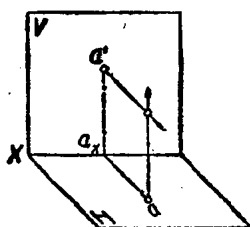


圖 15

平面 H 和平面 V 的二垂线，則于二垂线相交处得到一确定的点。由此可見，根据一点的二投影就可以确定該点对于二投影面的空間位置。

如使平面 H 按圖 16 所示的方向繞 X 軸轉动 90° ，則 H 和 V 二平面合成一个平面，而投影 a 与 a' ，必位于 X 軸的同一垂线上

(圖 17)。

二投影面重合后所得的圖形叫作投影圖 (эпоп①)。

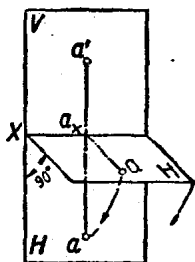


圖 16

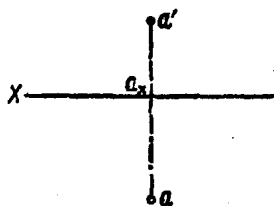


圖 17

由直觀圖轉到投影圖，我們就失去了点和投影平面在空間的相对位置的立体感。但是投影圖能夠保證所得圖样的精确和便于測量且作圖相当簡單。要想从投影圖恢复空間的圖形，必須运用想象力：例如，須由圖 17 想像出圖 14 所示圖形。

以后在一些投影圖上可以不画出投影軸。

§ 3. 三投影平面系

正如在 § 2 所講过的，为了确定各点在空間的相对位置，只要有它們在两个投影平面上的投影就足夠了。但往后我們將遇到許多这样的情况：必須增加一第三个投影，甚至在實際繪制机器及其部件圖时，不得不在三个基本平面外再加輔助平面以作其投影。

我們常采取如圖 18 所示的三个平面作为三个基本投影平面。圖中除 H 与 V (見圖 14) 二平面之外，又加了一与 H 和 V 都垂直的第三个平面 W 。

如果平面 H 的位置是水平的，則 V 与 W 二平面都是鉛垂的。平面 H 、 V 和 W 的名称如下：

① эпоп 出自法文 épure (圖样, 圖案)。有时用 “эпопа” 代替 “эпоп”, 这并不是說 épure 的發音就是这样，而是按法文把它改为陰性名詞了。

H —水平投影面, 简称水平面;

V —正面①投影面, 简称正面;

W —侧面投影面, 简称侧面。

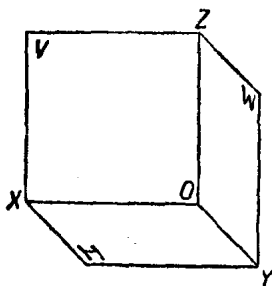


圖 18

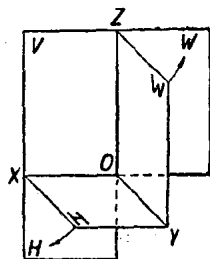


圖 19

两个投影平面的交线叫做投影轴: 投影轴 X , 投影轴 Y , 投影轴 Z 。用字母 O 表示投影轴的交点。此点同时为 X 轴在平面 W

上的投影、 Y 轴在平面 V 上的投影和 Z 轴在平面 H 上的投影。

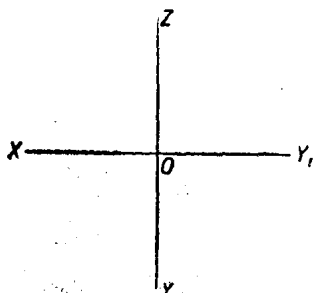


圖 20

圖 19 表示投影平面 H, V, W 是怎样叠合的, 而圖 20 则表示投影平面的投影图。对于投影轴 Y , 我們画出了两个位置: Y 与 Y_1 。

§ 4. 一点在 H, V 和 W 上的投影

我們規定用一大寫字母代表空間的一点, 这点的投影按投影平面的名称命名, 并用同一小寫字母代表之: 不加撇者代表水平投影; 加一撇者代表正面投影; 加两撇者代表侧面投影。例如, 点本身为 A , 其投影为 a, a', a'' 。我們也用两个投影(如 a, a')或三个

① 以往所用的縱字(或立字), 今后改用正面字样。