



交通高等职业技术教育教材



# 工程力学

● 孔七一 主编  
● 王晓农 主审

● 人民交通出版社

交通高等职业技术教育教材

# 工 程 力 学

Gongcheng Lixue

孔七一 主编

王晓农 主审

人民交通出版社

## 内 容 提 要

本书是面向 21 世纪交通版交通高等职业技术教育教材。全书共十六章,内容涵盖了理论力学和材料力学两门课程的主要内容:静力学基本知识,平面力系的合成与平衡,空间力系与重心,弹性变形体静力学分析基本知识,轴向拉伸与压缩,联结件的实用计算,扭转,截面的几何性质,梁的内力,梁的应力及强度计算,梁的变形,应力状态和强度理论,组合变形,压杆稳定,动应力计算,工程力学在工程中的应用示例,大作业。每章后附有小结和习题。全书取材尽量做到理论联系实际,以便于知识的掌握和应用。

本书主要作为高等职业技术学院路桥专业和各类成人教育的路桥、土建及相关专业的工程力学课程教材,也可供有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学 / 孔七一主编. —北京:人民交通出版社,  
2002.6

ISBN 7-114-04303-1

I. 工... II. 孔... III. 工程力学—高等学校:技  
术学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第037724号

交通高等职业技术教育教材

### 工 程 力 学

孔七一 主编

王晓农 主审

正文设计:彭小秋 责任校对:刘晓芳 责任印制:张 恺

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街 10 号 010 64216602)

各地新华书店经销

新世纪印刷厂印刷

开本:  $787 \times 1092 \frac{1}{16}$  印张:16.5 字数:400 千

2002 年 7 月 第 1 版

2002 年 7 月 第 1 版 第 1 次印刷

印数:0001—5000 册 定价:26.00 元

ISBN 7-114-04303-1

U · 03157

# 前 言

本书是根据 2001 年 7 月在昆明召开的“交通高职院校路桥专业教材工作联络组会议”的精神,并获得路桥工程学科委员会的认可而编写的。

《工程力学》是路桥专业一门重要的技术基础课。本书根据高等职业教育的培养目标和培养计划,结合编者多年的教学和教改实践,汲取了兄弟院校教材的宝贵经验。在编写过程中力求体现以应用为目的,基础理论以“必须”、“够用”为度,注重理论在工程实际中的应用。在静力学部分没有按力系的类型分章,而是突出了平面力系平衡方程的应用,并增加了单跨梁的反力求法一节。对空间力系只作简单介绍。材料力学部分按杆件的基本变形分章,各章又按内力、应力与强度、变形与刚度的顺序编排,突出了应力和强度计算。对压杆稳定,动应力及疲劳强度等问题只作简单介绍,要求学生对压杆失稳和动荷载引起的后果有足够的认识。同时,为了体现高等职业教育的教学要求,使教材更具有针对性和实用性,增加了力学在工程中的应用示例一章和大作业,供教学选用,以培养学生分析工程实际问题 and 解决问题的能力。

本书总课时为 90 学时左右,各院校可根据实际情况进行取舍。

本书由湖南交通职业技术学院孔七一主编,南京交通职业技术学院王晓农主审,参加本书编写工作的有:湖南交通职业技术学院孔七一(绪论、第 1、2、3、6、14、15、16 章二、四节、大作业),青海交通职业技术学院郭量(第 4、5、10、13、16 章一、三节),青海交通职业技术学院王先(第 7、8、9、11、12 章)。

在本书的编写过程中,南京交通职业技术学院陆春其、刘静予,烟台师范学院交通学院李仕东,湖南交通职业技术学院曹孟晖提出了宝贵的意见和建议,并得到了湖南交通职业技术学院教务处、科研处的大力支持。对此,编者表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,编写时间仓促,书中难免会有不妥之处,敬请同行和读者批评指正。

编 者

2002 年 4 月

# 目 录

|                     |    |
|---------------------|----|
| 绪论                  | 1  |
| 第一章 静力学基本知识         | 3  |
| 第一节 基本概念            | 3  |
| 第二节 静力学基本公理         | 4  |
| 第三节 力矩              | 6  |
| 第四节 力偶              | 7  |
| 第五节 力的平移定理          | 9  |
| 第六节 约束和约束反力         | 9  |
| 第七节 受力图             | 12 |
| 小结                  | 15 |
| 思考题                 | 16 |
| 习题                  | 16 |
| 第二章 平面力系的合成与平衡      | 20 |
| 第一节 平面汇交力系的合成与平衡    | 21 |
| 第二节 平面力偶系的合成与平衡     | 24 |
| 第三节 平面任意力系的简化       | 25 |
| 第四节 平面任意力系的平衡条件及其应用 | 28 |
| 第五节 单跨梁的反力求法        | 39 |
| 小结                  | 44 |
| 习题                  | 46 |
| 第三章 空间力系与重心         | 50 |
| 第一节 力在空间直角坐标轴上的投影   | 50 |
| 第二节 力对轴的矩           | 51 |
| 第三节 空间力系的平衡方程       | 53 |
| 第四节 物体的重心           | 54 |
| 小结                  | 58 |
| 思考题                 | 59 |
| 习题                  | 59 |
| 第四章 弹性变形体静力学分析基本知识  | 62 |
| 第一节 变形固体的基本假设       | 62 |
| 第二节 杆件变形的形式         | 62 |
| 第三节 内力与应力           | 63 |
| 第四节 变形和应变           | 64 |
| 小结                  | 65 |

|                           |            |
|---------------------------|------------|
| 思考题 .....                 | 65         |
| <b>第五章 轴向拉伸与压缩 .....</b>  | <b>66</b>  |
| 第一节 轴向拉(压)杆的内力与轴力图 .....  | 66         |
| 第二节 轴向拉(压)杆横截面上的正应力 ..... | 69         |
| 第三节 轴向拉(压)杆的强度计算 .....    | 71         |
| 第四节 轴向拉(压)杆的变形计算 .....    | 75         |
| 第五节 材料在拉伸和压缩时的力学性能 .....  | 78         |
| 小结 .....                  | 83         |
| 思考题 .....                 | 84         |
| 习题 .....                  | 85         |
| <b>第六章 连接的实用计算 .....</b>  | <b>89</b>  |
| 第一节 概述 .....              | 89         |
| 第二节 剪切和挤压的实用计算 .....      | 90         |
| 第三节 剪切虎克定律与剪应力互等定理 .....  | 93         |
| 小结 .....                  | 94         |
| 思考题 .....                 | 94         |
| 习题 .....                  | 95         |
| <b>第七章 扭转 .....</b>       | <b>96</b>  |
| 第一节 扭转的概念 .....           | 96         |
| 第二节 扭转时的内力——扭矩 .....      | 97         |
| 第三节 扭转强度计算 .....          | 99         |
| 第四节 圆轴扭转变形和刚度计算 .....     | 103        |
| 第五节 矩形截面杆扭转时的应力简介 .....   | 105        |
| 小结 .....                  | 106        |
| 思考题 .....                 | 107        |
| 习题 .....                  | 108        |
| <b>第八章 截面的几何性质 .....</b>  | <b>110</b> |
| 第一节 静矩和形心 .....           | 110        |
| 第二节 惯性矩、极惯性矩和惯性积 .....    | 112        |
| 第三节 惯性矩的平行移轴公式 .....      | 116        |
| 第四节 转轴定理、主惯性轴和主惯性矩 .....  | 118        |
| 小结 .....                  | 119        |
| 思考题 .....                 | 120        |
| 习题 .....                  | 121        |
| <b>第九章 梁的内力 .....</b>     | <b>123</b> |
| 第一节 概述 .....              | 123        |
| 第二节 剪力图和弯矩图 .....         | 127        |
| 第三节 剪力、弯矩与荷载集度间的关系 .....  | 130        |
| 第四节 叠加法作弯矩图 .....         | 135        |
| 小结 .....                  | 136        |

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| 思考题                   | 137 |
| 习题                    | 138 |
| <b>第十章 梁的应力及强度计算</b>  | 141 |
| 第一节 纯弯曲梁横截面上的正应力      | 141 |
| 第二节 梁的正应力强度条件         | 145 |
| 第三节 梁的剪应力强度条件         | 149 |
| 第四节 提高梁弯曲强度的措施        | 153 |
| 小结                    | 155 |
| 思考题                   | 156 |
| 习题                    | 158 |
| <b>第十一章 梁的变形</b>      | 161 |
| 第一节 弯曲变形的概念           | 161 |
| 第二节 梁的变形计算            | 163 |
| 第三节 梁的刚度计算            | 167 |
| 小结                    | 169 |
| 思考题                   | 169 |
| 习题                    | 170 |
| <b>第十二章 应力状态和强度理论</b> | 172 |
| 第一节 应力状态的概念           | 172 |
| 第二节 平面应力状态分析          | 174 |
| 第三节 梁的主应力迹线           | 179 |
| 第四节 广义虎克定律            | 180 |
| 第五节 强度理论              | 181 |
| 小结                    | 184 |
| 思考题                   | 186 |
| 习题                    | 187 |
| <b>第十三章 组合变形</b>      | 190 |
| 第一节 斜弯曲               | 190 |
| 第二节 偏心压缩              | 194 |
| 小结                    | 199 |
| 思考题                   | 200 |
| 习题                    | 200 |
| <b>第十四章 压杆稳定</b>      | 203 |
| 第一节 压杆稳定的概念           | 203 |
| 第二节 临界力的欧拉公式          | 204 |
| 第三节 压杆的稳定计算           | 206 |
| 小结                    | 211 |
| 思考题                   | 211 |
| 习题                    | 211 |
| <b>第十五章 动应力计算</b>     | 213 |

|                               |            |
|-------------------------------|------------|
| 第一节 概述 .....                  | 213        |
| 第二节 做匀加速运动构件的应力计算 .....       | 213        |
| 第三节 冲击荷载问题 .....              | 215        |
| 第四节 交变应力与疲劳破坏的简介 .....        | 216        |
| 小结 .....                      | 217        |
| 思考题 .....                     | 218        |
| 习题 .....                      | 218        |
| <b>第十六章 力学在工程中的应用示例 .....</b> | <b>219</b> |
| 第一节 钢筋混凝土梁受力分析 .....          | 219        |
| 第二节 焊接的实用计算 .....             | 222        |
| 第三节 挡土墙受力分析 .....             | 223        |
| 第四节 路基稳定性分析 .....             | 226        |
| <b>大作业 .....</b>              | <b>231</b> |
| 大作业一 截面图形的几何性质 .....          | 231        |
| 大作业二 弯曲内力 .....               | 232        |
| 大作业三 梁的强度和刚度计算 .....          | 235        |
| <b>附录 型钢规格表 .....</b>         | <b>237</b> |
| <b>参考文献 .....</b>             | <b>250</b> |



# 绪 论

在道路、桥梁工程中,有大量的建筑物如桥梁、涵洞、房屋、水工结构物,都是由构件(梁、桁架、拱、墙、柱、基础等)所组成。这些构件在建筑物中互相支承、互相约束,直接地或间接地,单独地或协同地承受各种荷载作用,构成了一个结构整体——建筑结构。建筑结构是建筑物的骨架,是建筑物赖以存在的物质基础,它的质量好坏,对于建筑物的适用、安全和使用寿命等具有决定性的作用。

工程力学(engineering mechanics)是为建筑结构提供受力分析方法和计算理论依据的一门科学,是道路、桥梁及土建各专业的一门重要的技术基础课。

## 一、工程力学的研究对象与力学模型

工程中各种各样的建筑物都是由若干构件按照一定的规律组合而成的,称为结构(structure),它们就是工程力学的研究对象。

工程力学的研究对象往往比较复杂,在对其进行力学分析时,首先必须根据研究问题的性质,抓住其主要特征,忽略一些次要因素,对其进行合理的简化,科学地抽象出力学模型。

固态物体(固体)在力的作用下都将发生变形,但在大多数工程问题中这种变形是极其微小的。在研究物体的平衡问题时,将它略去不计,不会影响计算结果的精确性,而认为物体不发生变形。这种在力的作用下形状、大小保持不变的物体称为刚体(rigid body),它是一种理想的力学模型。

当分析强度、刚度和稳定性问题时,由于这些问题都与变形密切相关,因而即使是极其微小的变形也必须加以考虑,这时就必须把物体抽象为变形固体(deformation solid)这一理想的力学模型。

工程构件的形状是多种多样的,根据几何形状和尺寸的不同,通常分为杆、板(如楼板)、壳(如薄壳)、块体(如水坝)等。杆是最常见的一种工程构件。所谓杆件(bar)是指长度方向的尺寸远大于宽度和厚度方向尺寸的构件。例如,建筑结构中的梁、柱,机械机构中的传动轴等。与杆件长度方向垂直的截面称为横截面(cross section),所有横截面形心的连线称为杆件的轴线(axial line),见图 0-1。

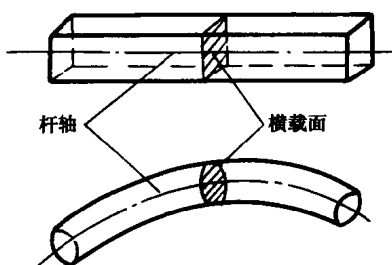


图 0-1

## 二、工程力学基本任务与研究方法

工程力学的基本任务有两个:其一是对处于平衡状态的物体进行静力分析。物体在空间的位置随时间的改变,称为机械运动,例如车辆的行驶、机器的运转等。若物体相对于地球静止或作匀速直线运动,则称物体处于平衡状态。物体处于平衡状态时,作用于物体上所有的力必须满足一定的条件。根据这种平衡条件,可以由作用于物体上的已知力求出未知的力,这一

过程称为静力分析。

其二是研究构件的强度、刚度和稳定性。工程结构和构件受力作用而丧失正常功能的现象,称为失效(failure)。在工程中,首先要求构件不发生失效而能安全正常工作。其衡量的标准主要有以下三个方面:

- (1)构件应具有足够的强度(strength),即不发生破坏;
- (2)构件应具有足够的刚度(rigidity),即发生的变形在工程容许的范围内;
- (3)构件具有足够的稳定性(stability),即不丧失原来形状下的平衡状态。

《工程力学》为设计构件提供有关的理论方法和试验技术,合理确定构件的材料和形状尺寸,达到既安全又经济美观的要求。

工程力学主要应用三种研究方法:理论分析、试验分析和计算机分析。理论分析是以基本概念和定理为基础,经过严密的数学演绎推理,得到问题的解答。它是广泛使用的一种方法。构件的强度、刚度和稳定性问题都与所选材料的力学性能有关,因此,试验方法成为了力学研究的重要方法之一。材料的力学性能是材料在力的作用下,抵抗变形和破坏等表现出来的性能,它必须通过材料试验才能测定。另外,对于现有理论还不能解决的某些复杂的工程力学问题,有时也要依靠试验方法得以解决。随着计算机、网络的出现和飞速发展,为数学在力学中的应用提供了方便,使工程力学的计算手段发生了根本性变化。例如大型桥梁和高层建筑的结构计算,利用计算机仅用几小时便可得到全部结果。不仅如此,在理论分析中,可以利用计算机得到难于导出的公式;在试验分析中,计算机可以整理数据、绘制试验曲线,选用最优参数等。计算机分析已成为一种独特的研究方法,其地位将越来越重要。应该指出,上述工程力学的三种研究方法是相辅相成、互为补充、互相促进的。在学习工程力学经典内容的同时,掌握传统的理论分析与试验分析方法是很重要的,因为它是进一步学习工程力学其它内容以及掌握计算机分析方法的基础。

# 第一章 静力学基本知识

## 第一节 基本概念

### 一、力

1. 力(force) 是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的运动状态发生改变或引起物体变形。其效应有二:一种是使物体的运动速度大小或运动方向发生变化的效应,称为力的运动效应或外效应;一种是使物体变形的效应,称为力的变形效应或内效应。例如踢球或打铁,由于人对物体施加了力,则使球的速度大小或运动方向发生改变或使铁块产生了变形。

2. 力的三要素 力的大小、方向、作用点称为力的三要素。实践表明,力对物体的作用效果,完全取决于这三个因素,如果改变这三个因素中的任一个因素,都会改变力对物体的作用效果。

力是一个既有大小又有方向的量,即矢量。通常用一个带箭头的线段表示力的三要素。线段的长度(按选定的比例)表示力的大小,线段的方位和箭头表示力的方向,带箭头线段的起点或终点表示力的作用点(图 1-1)。通过力的作用点并沿着力的方位的直线,称为力的作用线。本书中用黑体字如  $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{P}$  等表示力矢量,用普通字母如  $F$ 、 $P$  等表示矢量的大小。

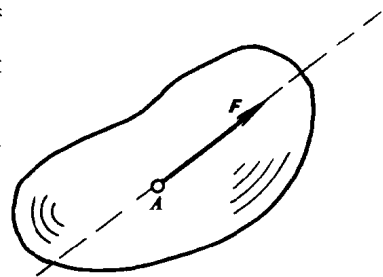


图 1-1

3. 力的单位 本书采用国际单位制,力的国际单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。

### 二、荷 载

主动使物体产生运动或运动趋势的力叫做主动力,如重力、风压力、土压力等。主动作用于结构的外力在工程上统称为荷载(load)。力的作用位置实际上是一块面积,当作用面积相对于物体很小时,可近似地看作一个点。作用于一点的力,称为集中力(concentrated force)或集中荷载。如火车车轮作用在钢轨上的压力,面积较小的柱体传递到面积较大的基础上的压力等,都可看作是集中荷载。如果力的作用面积大,就称为分布力(distributed force)或分布荷载。如堆放在路面上的沙石、货物对于路面、路基的压力,建筑物承受的风压都是分布力的例子。

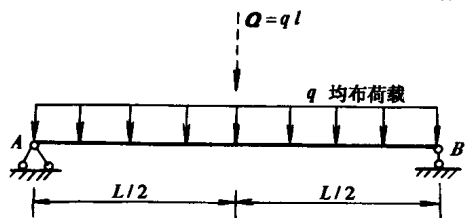


图 1-2

当荷载连续作用于整个物体的体积上时,称为体荷载(如物体的重力);当荷载连续作用于物体的某一表面积上时,称为面荷载(如风、雪、水等对物体的压力);当物体所受的力,是沿着一条线连续分布且相互平行的力系,称为线分布力或线荷载。例如梁的自重,可以简化为沿梁的轴线分布的线荷载,如图 1-2。单位长度上

所受的力,称为分布力在该处的荷载集度,通常用  $q$  表示,线荷载的荷载集度单位是  $\text{N/m}$  或  $\text{kN/m}$ 。体荷载的荷载集度单位是  $\text{N/m}^3$  或  $\text{kN/m}^3$ 。面荷载的荷载集度单位是  $\text{N/m}^2$  或  $\text{kN/m}^2$ 。如果  $q$  为一常量,则该分布力称为均布荷载,否则就是非均布荷载。

### 三、力 系

作用在同一物体上的一群力称为力系(force systems)。一个较复杂的力系,总可以用一个和它作用效果相等的简单力系来代替。在不改变作用效果的前提下,用一个简单力系代替复杂力系的过程称为力系的简化或力系的合成(composition of force)。对物体作用效果相同的力系,称为等效力系。如果一个力与一个力系等效,则此力称为该力系的合力(resultant force),而力系中的各个力都是其合力的分力(component force)。合力对物体的作用效果等效于所有分力的作用效果。使物体保持平衡的力系,称为平衡力系。要使物体处于平衡状态,就必须使作用于物体上的力系满足一定的条件,这些条件叫做力系的平衡条件。物体在各种力系作用下的平衡条件在建筑、路桥工程中有着广泛的应用。

### 第二节 静力学基本公理

静力分析中的几个基本公理是人类长期经验的积累与总结,又经实践反复检验,证明是符合客观实际的普遍规律。它阐述了力的一些基本性质,是静力学(statics)的基础。

#### 【公理一】二力平衡公理

刚体在两个力作用下保持平衡的必要和充分条件是:此两力大小相等,方向相反,作用在一条直线上。这个公理说明了刚体在两个力作用下处于平衡状态时应满足的条件(图 1-3)。

对于只受两个力作用而处于平衡的刚体,称为二力构件(图 1-4)。根据二力平衡条件可知:二力构件不论其形状如何,所受两个力的作用线必沿二力作用点的连线。若一根直杆只在两点受力作用而处于平衡,则此两力作用线必与杆的轴线重合,此杆称为二力杆件(图 1-5)。

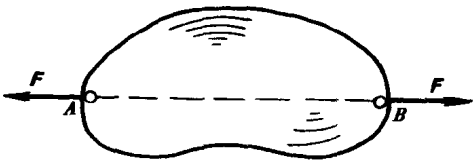


图 1-3

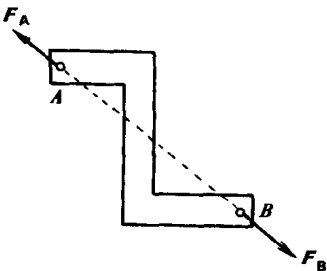


图 1-4

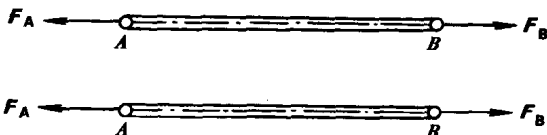


图 1-5

必须指出:二力平衡公理只适用于刚体,不适用于变形体。例如,绳索的两端受到大小相等、方向相反,沿同一条直线作用的两个压力,是不能平衡的。

#### 【公理二】加减平衡力系公理

在作用于刚体的力系中,加上或去掉一个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效果。这是因为一个平衡力系作用在物体上,对物体的运动状态是没有影响的,即新力系与原力系对

物体的作用效果相同。

由上述两个公理可以得出一个推论:作用在刚体上的力可沿其作用线移动到刚体内任一点,而不改变该力对刚体的作用效果。这个推论称为力的可传性。

证明:(1)设力  $F$  作用在物体  $A$  点(图 1-6a)。

(2)根据加减平衡力系公理,可在力的作用线上任取一点  $B$ ,加上一个平衡力系  $F_1$  和  $F_2$ ,并使  $F_1 = F_2 = F$ (图 1-6b)。

(3)由于  $F$  和  $F_2$  是一个平衡力系,可以去掉,所以只剩下作用在  $B$  点的力  $F_1$ (图 1-6c)。

(4)力  $F_1$  和原力  $F$  等效,就相当于把作用在  $A$  点的力  $F$  沿其作用线移到  $B$  点。

由此,力的可传性得到了证明。

力的可传性只适用于刚体而不适用于变形体。因为如果改变变形体受力的作用点,则物体上发生变形的部位也将随之改变,这也就改变了力对物体的作用效果。

【公理三】平行四边形公理

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力的作用点也作用于该点,合力的大小和方向用这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线表示,如图 1-7a)。

力的平行四边形法则是力系合成与分解的基础。这种求合力的方法,称为矢量加法。其矢量式为:

$$R = F_1 + F_2$$

即作用于物体上同一点的两个力的合力,等于这两个力的矢量和。

为了方便,也可由  $A$  点作矢量  $F_1$ ,再由  $F_1$  的末端作矢量  $F_2$ ,则矢量  $OA$  即为合力  $R$ (图 1-7b)。这种求合力的方法称为力的三角形法则。

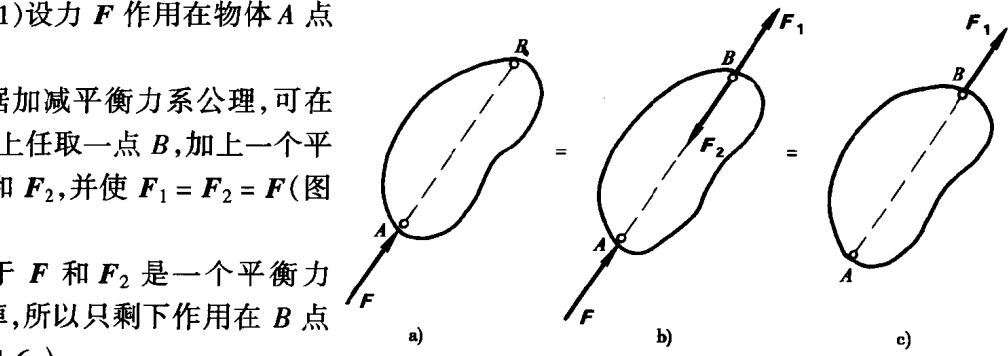


图 1-6

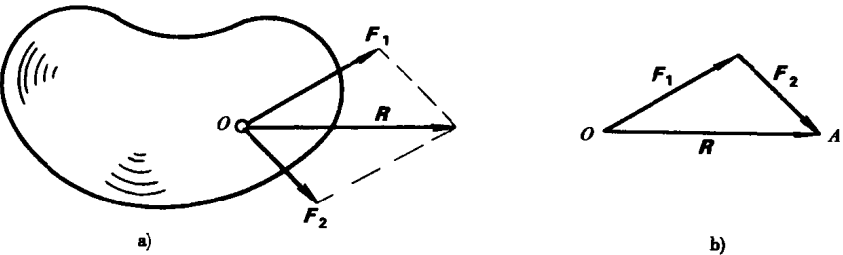


图 1-7

应用上述公理可推导出同平面不平行三力平衡时的汇交定理。

若一刚体受三个共面而互不平行的力作用处于平衡时,则此三力必汇交于一点。

证明:如图 1-8 所示,刚体在  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  三个力作用下处于平衡,根据力的可传性原理,将力移到此两力作用线的交点  $O$ ,并按平行四边形法则合成为一个合力  $F_{12}$ ,这样,刚体就在  $F_{12}$  和  $F_3$  作用下处于平衡。由二力平衡公理知,  $F_{12}$  与  $F_3$  必共线,即力  $F_3$  必通过  $F_1$  和  $F_2$  的交

点  $O$ 。定理由此得证。

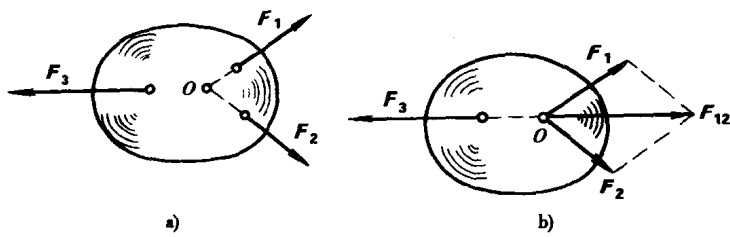


图 1-8

### 【公理四】作用与反作用公理

两个物体间的作用力和反作用力总是同时存在,它们大小相等,方向相反,沿同一直线分别作用在两个物体上。

这个公理概括了任何物体间相互作用的关系,不论物体是处于平衡状态还是处于运动状态,也不论物体是刚体还是变形体,该公理都普遍适用。力总是成对出现的,有作用力必有反作用力。

例如地面上有一个物体处于静止状态(图 1-9),物体对地面有一个作用力  $N'$  作用在地面上,而地面对物体也有一个反作用力  $N$  作用在物体上,力  $N'$  和  $N$  大小相等,方向相反,沿同一条直线分别作用在地面和物体上,是一对作用力和反作用力。物体上作用的两个力  $G$  和  $N$  处于平衡,因此力  $G$  和  $N$  是一对平衡力。

需要强调的是,作用与反作用的关系与二力平衡条件有本质的区别:作用力和反作用力是分别作用在两个不同的物体上;而二力平衡条件中的两个力则是作用在同一个物体上,它们是平衡力。

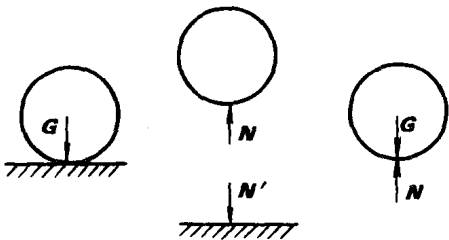


图 1-9

## 第三节 力 矩

从生活和实践中知道,力除了能使物体移动外,还能使物体转动。例如用扳手拧螺母时,加力可使扳手和螺母绕螺母轴线转动。如杠杆、定滑轮等简易机械也是力使其绕一点转动的实例。

力使物体产生转动效应与哪些因素有关呢? 例如用扳手拧螺母时(图 1-10),力  $F$  使扳手绕螺母中心  $O$  转动的效应,不仅与力  $F$  的大小成正比,还与螺母中心  $O$  到该力作用线的垂直距离  $d$  成正比。此外,扳手的转向可能是逆时针方向,也可能是顺时针方向。因此我们用力的大小与力臂的乘积  $Fd$ ,再加上正负号来表示力  $F$  使物体绕  $O$  点转动的效应(图 1-11),称为力  $F$  对  $O$  点的矩,用符号  $M_O(F)$  或  $M_O$  表示,单位是牛顿·米( $N\cdot m$ )或千牛·米( $kN\cdot m$ )。

$$M_O(F) = \pm Fd \tag{1-1}$$

一般规定:使物体产生逆时针转动的力矩为正;反之为负。所以力对一点的力矩为代数量。

$F$  力对点  $O$  的力矩值,也可用  $\triangle OAB$  面积的二倍表示,如图 1-11 所示,即:

$$M_O(F) = \pm 2\triangle OAB \tag{1-2}$$

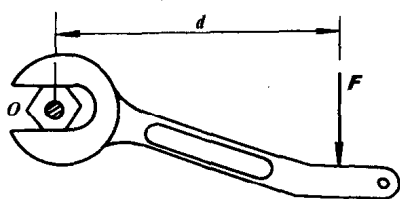


图 1-10

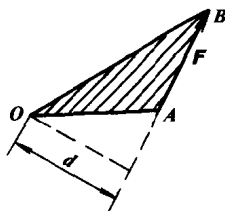


图 1-11

式中： $O$ ——矩心即转动中心；

$d$ ——力臂即力的作用线到矩心的垂直距离。

由式(1-1)可知,力等于零或力的作用线通过矩心时,力矩为零。一般同一个力对不同点之矩是不同的,因此不指明矩心来计算力矩是没有意义的,所以在计算力矩时一定要明确是对哪一点的力矩。矩心的取法很灵活,根据需要可以任意取在物体上,也可取在物体外。

**例 1-1** 已知图 1-12 中  $P_1 = 2\text{kN}$ ,  $P_2 = 3\text{kN}$ ,  $P_3 = 4\text{kN}$ , 试求三力对  $O$  点的力矩。

**解:**根据力矩的定义可写成

$$M_O(P_1) = 2 \times 5 \sin 30^\circ = 5\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_O(P_2) = 3 \times 0 = 0$$

$$M_O(P_3) = -4 \times 5 \sin 60^\circ = -17.3\text{kN} \cdot \text{m}$$

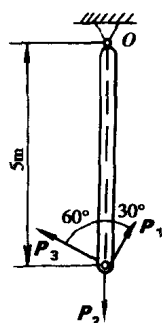


图 1-12

## 第四节 力 偶

### 一、力偶的概念

物体受到大小相等、方向相反的两共线力作用时,物体保持平衡状态。但是,当两个力大小相等、方向相反、不共线而平行时,物体能否保持平衡呢? 实践告诉我们,物体将产生转动。汽车司机用双手转动方向盘,工人师傅用双手去拧攻丝扳手,人们用手指旋转钥匙或水龙头等(图 1-13),都是上述受力情况的实例。在力学上,把大小相等、方向相反的平行力组成的力系,称为力偶(couple),并记作  $F, F'$ 。力偶对物体只产生转动效应,而不产生移动效应。力偶中两力所在的平面叫力偶作用面,两力作用线间的垂直距离  $d$  称力偶臂(arm of couple)(图 1-14)。

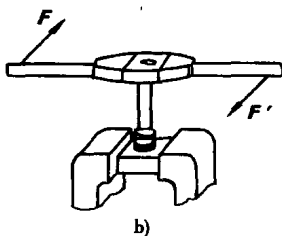
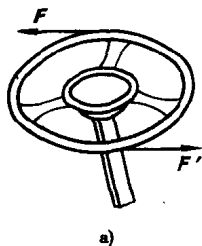


图 1-13

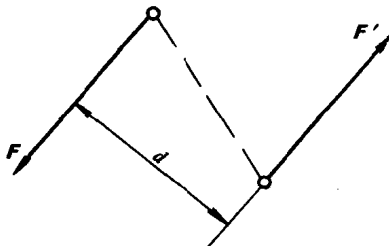


图 1-14

## 二、力 偶 矩

由经验知,力偶对物体的转动效应,取决于力偶中力和力偶臂的大小以及力偶的转向。因此,在力学中以  $F \cdot d$  的乘积加上  $\pm$  号作为度量力偶对物体转动效应的物理量,称为力偶矩 (moment of couple),以符号  $m(F, F')$  或  $m$  表示。即:

$$m(F, F') = \pm F \cdot d \text{ 或 } m = \pm F \cdot d \quad (1-3)$$

式(1-3)表示力偶矩是一个代数量,其绝对值等于力的大小与力偶臂的乘积,正负号表示力偶的转向。通常规定力偶逆时针旋转时,力偶矩为正,反之为负。在平面问题中,力偶可用力和力偶臂表示,也可以用一个带箭头的弧线表示力偶(图 1-15),箭头表示力偶的转向, $m$  表示力偶矩的大小。

力偶矩的单位与力矩相同,为  $\text{kN} \cdot \text{m}$  或  $\text{N} \cdot \text{m}$ 。

## 三、力偶的三要素

实践证明,力偶对物体的作用效果由以下三个因素决定:(1)力偶矩的大小;(2)力偶的转向;(3)力偶作用面的方位。这三个因素称为力偶的三要素。

## 四、力偶的基本性质

根据前面的讲述,将力偶的基本性质归纳如下:

1. 力偶无合力,即力偶不能用一个力来代替。因此力偶对物体只有转动效应,而无移动效应。一般情况力是既有移动效应,又有转动效应,所以力偶既不能与一个力等效,也不能与一个力来平衡。力偶只能用力偶来平衡。

2. 力偶对其作用面内任一点的力矩恒等于力偶矩,而与矩心位置无关。

证明:设有一力偶( $F, F'$ )作用在物体上,其力偶矩为  $m = Fd$ ,如图 1-16 所示。在力偶的作用面内任取一点  $O$  为矩心,显然,力偶使物体绕  $O$  点转动的效应等于组成力偶的两个力对  $O$  点之矩的代数和。用  $x$  表示从  $O$  点到力  $F'$  的垂直距离,则两个力对  $O$  点之矩的代数和为:

$$m_O(F, F') = F(d + x) - F' \cdot x = m$$

此值即等于力偶矩。

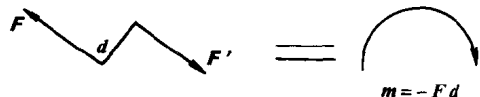


图 1-15

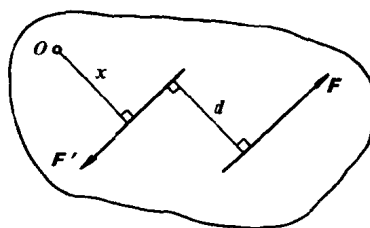


图 1-16

3. 在同一平面内的两个力偶,如果它们的力偶矩大小相等,力偶的转向相同,则这两个力偶是等效的。这称为力偶的等效性。

根据力偶的等效性,可得出下面两个推论:

**推论 1** 力偶可在其作用面内任意移转,而不改变它对物体的转动效应。即力偶对物体的转动效应与其在作用面内的位置无关。



**推论 2** 在保持力偶大小和转向不变的情况下,可任意改变力偶中力的大小和力偶臂的长短,而不改变它对物体的转动效应。

## 第五节 力的平移定理

力对物体的运动效果取决于力的三要素,若改变其中的任一要素,例如:使力离开其作用线,平行移动到任一点,就会改变它对物体的运动效果。那么,要想把力平移而又不改变其运动效果,需要附加什么条件呢?

在图 1-17a)中,物体上  $A$  点作用有一个力  $F$ ,如将此力平移到物体的任一点  $O$ ,而又不改变物体的运动效果,可根据加减平衡力系公理,在  $O$  点加上一对平衡力  $F'$  和  $F''$ ,并使  $F' = F'' = F$ ,且作用线与力  $F$  平行,如图 1-17b)。因此,力  $F''$  和  $F$  组成了一个力偶  $m(F, F'')$ ,其力偶矩  $m = Fd = m_0(F)$ 。于是,原作用于  $A$  点的力  $F$  就与作用于  $O$  点的力  $F'$  和力偶  $(F, F'')$  等效,即相当于将力  $F$  平移到  $O$  点,如图 1-17c)。

**力的平移定理:**作用于物体上的力  $F$ ,可以平行移动到物体的任一点  $O$ ,但同时必须附加一个力偶,其力偶矩等于原力  $F$  对新作用点  $O$  的力矩。

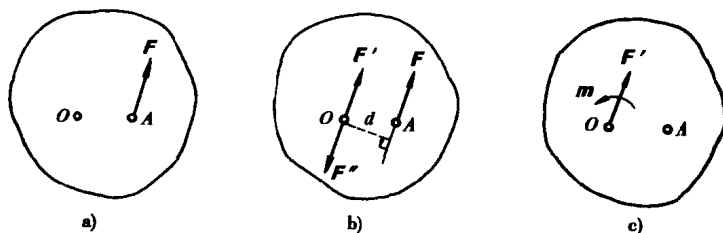


图 1-17

## 第六节 约束和约束反力

### 一、约束与约束反力的概念

在工程中,将能自由地向空间任意方向运动的物体称为自由体,如工人上抛的砖块,在空中自由飞行的飞机等。实际上任何构件都受到与它相联系的其它构件的限制,而不能自由运动。例如,大梁受到柱子的限制,柱子受到基础的限制,桥梁受到桥墩的限制等。这些在空间某一方向运动受到限制的物体称为非自由体。

通常将限制物体运动的其它物体叫做约束(constraints)。如上面所提到的柱子是大梁的约束,基础是柱子的约束,桥墩是桥梁的约束。

物体受到的力一般可分为两类:一类是使物体产生运动或运动趋势的力,称为主动力,例如重力、风压力、水压力、土压力等。另一类是约束对于被约束物体的运动起限制作用的力,称为约束反力,简称反力(reactions)。约束反力的方向总是与约束所能限制的运动方向相反。例如,用一根绳索悬挂的重物,在其自重的作用下有沿铅垂方向向下运动的趋势,而绳对重物的约束反力的方向是垂直向上的。

通常主动力是已知的,约束反力则是未知的。因此正确地分析约束反力是对物体进行受力分析的关键。现根据工程上常见的几种约束来讨论约束反力的特征。