

34  
高等学校教材

# 电力系统稳态运行 计算机分析

上海交通大学 王祖佑 主编

水利电力出版社

TM712  
1032

高等学校教材

# 电力系统稳态运行 计算机分析

上海交通大学 王祖佑 主编

水利电力出版社

## 内 容 提 要

本书是根据水利电力部“电力工程类”教材编审委员会电力系统编审小组建议编写的专业选修课教材，在内容上试图较完整地介绍当前流行的各种潮流计算方法。第一章叙述了常规的各种牛顿潮流算法。第二章叙述了潮流计算过程中的自动调整算法。第三章叙述了用非线性规划法计算最优潮流。第四章叙述了用线性规划法计算电力系统无功功率最优分布。第五章简要地叙述了概率潮流的算法。

本书既可作为电力系统专业本科生的专业选修课教材，又可作为电力系统专业的研究生和电力系统工程技术人员的参考书。

高等学校教材

电力系统稳态运行计算机分析

上海交通大学 王祖佑 主编

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 9.5印张 215千字

1987年11月第一版 1987年11月北京第一次印刷

印数0001—6400册

ISBN 7-120-00047-0/TM·28

15143·6483 定价1.65元

# 前 言

本书是在电力系统稳态分析的基础上，运用电子数字计算机技术、最优化理论、概率论等来分析计算电力系统潮流问题。

本书系为电力系统及其自动化专业开设的一门专业选修课的教科书，其目的在于开扩学生对电力系统稳态分析方法的眼界，了解电力系统潮流的各种算法。

全书共五章，主要内容为：潮流计算的常用方法以及潮流计算的调整解；最优潮流的计算方法；涉及非线性规划和线性规划的解法；随机潮流计算。

本书由上海交通大学吴际舜（第一、二章）、王祖佑（第三章）、岑文辉（第四章）、吴惟静（第五章）编写，由王祖佑主编。由南京工学院陈珩、唐国庆主审。

限于编者的经验和水平，不妥之处，请读者批评指正。

编 者

1986年8月

# 目 录

## 前言

绪言 .....	1
第一章 电力系统潮流计算的几种牛顿算法 .....	7
第一节 直角坐标形式的功率偏差型算法 <sup>[1~5]</sup> .....	7
第二节 直角坐标形式的电流偏差型算法 .....	13
第三节 极坐标形式的功率偏差型算法 .....	17
第四节 极坐标形式的快速解耦算法 .....	22
第五节 直角坐标形式的快速解耦算法 .....	26
第六节 带二阶项的直角坐标形式牛顿算法 .....	29
第七节 带最优步距因子的牛顿算法 .....	34
第八节 带二阶项的快速潮流算法 .....	38
第一章 参考文献 .....	43
第二章 潮流计算过程中的自动调整 .....	45
第一节 负荷静态特性的考虑 .....	45
第二节 带负荷调压变压器抽头的调整 .....	47
第三节 PV型节点的无功功率限制 .....	51
第四节 区域间功率互换的自动控制 .....	58
第二章 参考文献 .....	62
第三章 应用梯度法和罚函数法计算电力系统最优潮流 .....	63
第一节 非线性规划的基本概念 .....	63
第二节 非线性规划的极值条件 .....	64
第三节 应用导数的无约束极小化方法 .....	69
第四节 有约束极小化方法 .....	73
第五节 应用梯度法和罚函数法计算最优潮流 .....	79
第六节 用海森矩阵和乘子罚函数计算最优潮流 .....	86
第七节 最优潮流计算的解耦算法 .....	88
第三章 参考文献 .....	91
第四章 应用灵敏度矩阵计算电力系统无功功率最优分布 .....	93
第一节 线性规划的基本概念 <sup>[1~5]</sup> .....	93
第二节 单纯形法、修正单纯形法和对偶单纯形法 <sup>[1~5]</sup> .....	97
第三节 灵敏度分析 <sup>[6~10]</sup> .....	111
第四节 应用灵敏度矩阵计算无功功率最优分布 <sup>[6~13]</sup> .....	115
第四章 参考文献 .....	122
第五章 随机潮流计算 .....	124
第一节 随机潮流计算的数学模型 .....	124
第二节 节点电压和支路潮流的期望值和方差的计算 .....	132
第五章 参考文献 .....	142
附录 线性代数方程组的因子表解法 .....	143

## 绪 言

电力系统潮流计算是研究电力系统稳态运行的一项基本计算。对建成的电力系统来说, 它可以根据给定的运行条件和网络的结构形式确定整个网络的运行状态。例如, 各母线(或称节点)上的电压, 各元件(线路、变压器等)中通过的功率, 以及整个系统的功率损耗等等。根据计算结果, 可以评定这一电力系统运行方式的合理性和经济性。

在负荷增长或网络扩建的条件下, 执行基本情况和预想事故的潮流计算, 就能对所需扩建的装机容量和必要增添的输变电设备, 提供可行的依据, 使之在保证供电可靠性的前提下, 节省投资费用。

此外, 在计算电力系统的暂态稳定和静稳定之前, 也要利用潮流计算来确立系统的初始正常运行方式, 用以确定电力系统在该运行条件下的抗干扰能力。所以, 潮流计算是电力系统分析中使用得最广泛、最基本和最重要的一项计算。

最早, 潮流计算是手工算的。为了适应电力系统日益发展的需要, 以后采用了交流计算台。随着电子数字计算机的出现, 1956年Ward等人<sup>[1]</sup>开始编制了实际可行的计算机程序。这样, 就为日趋复杂的大规模电力系统提供了极其有力的运算手段。30年来, 潮流计算采用过多种不同的算法, 试图解决收敛可靠、计算快速以及减少内存需量等方面的问题。其中主要有如下三种类型的算法。

(1) 节点导纳阵迭代法 本方法的特点是, 所需内存极少, 编制程序简单。但是随着电力系统规模的增大, 待求方程组的阶数迅速增加, 以致满足收敛条件的迭代次数也急剧上升。尤其是本方法对所谓的“病态”条件<sup>●</sup>特别敏感, 甚至会导致不收敛的后果。

(2) 节点阻抗阵迭代法 一般说来, 本方法对“病态”条件不太敏感, 因而克服了节点导纳阵迭代法不易收敛的缺点, 但是阻抗阵 $Z$ 是个满阵, 需要占用大量的内存, 同时用支路追加法形成 $Z$ 也需要很大的计算量, 以致限制了本方法在大电力系统分析计算上的应用。

(3) 牛顿-拉弗逊法(简称牛顿法) 1961年, Van Ness等人<sup>[2]</sup>提出了用牛顿法求解系统潮流问题。当时虽然发现这个方法可以求解节点导纳阵法所不能求解的问题, 但是其内存需量和计算时间随着问题规模的增大而迅速增长。不久发现其所以会出现这样的困难, 问题并不在于算法的本身, 而是在于求解联立方程式的消去过程中, 失去了系数矩阵的稀疏性。1963年, Sato等人<sup>[4]</sup>提出了最优消去顺序的方案, 极好地解决了保持矩阵稀疏性的问题, 取得了重大的突破。其后, Tinney和Hart<sup>[5]</sup>所提出的牛顿法已具有下述

---

● 所谓具有“病态”条件的系统是指<sup>[1]</sup>: ①重负荷系统(即相邻母线间有很大电压相位差的系统); ②包含有负线路电抗的系统; ③参据平衡节点(或松弛母线)位于网络远端的系统; ④某些辐射形系统; ⑤当长线路与短线路接于同一母线时, 二者之阻抗具有很大比值的系统。

特点:

- 1) 能够求解大部分有“病态”条件的问题;
- 2) 求解问题所需的迭代次数,大致上与电力系统的规模无关。在较好的复电压估计初值下,一般经10次左右的迭代就能求得足够准确的解答;
- 3) 利用保持稀疏性的技术,在内存为32K的数字计算机上约可计算500~700个节点的系统潮流。

虽然在编制牛顿法的程序时要求具有较复杂的程序技巧,但是由于牛顿法具有较满意的收敛性以及需要适中的内存单元,使得这一方法在国际上得到广泛的采用,而且出现了多种变型以适应离线和在线计算方面的各种不同需要。本书将在第一章中较详细地介绍牛顿法的各种变型。

在大多数实用的潮流计算程序中,还包含有模拟实际系统特点的某些调整或控制的措施,而最常见的调整或控制,都是所谓的单一准则控制,诸如带负荷调压变压器抽头的调整, PV型节点的无功功率限制,负荷静态特性的考虑,区域间功率互换的控制等等。所有这些调整或控制,一般当然可以借助于简单地改变参数或改变注入功率以及改变节点型式等方法,在常规牛顿算法的一次迭代过程中逐步实现。但是,这样的处理方式不可避免地要增加迭代次数而影响计算时间。为此,曾发表过不少自动调整的算法,以求减少计算时间。在本书第二章中,我们将以极坐标形式的牛顿算法为例,介绍实现上述各项调整或控制的更有效的处理方法。它们几乎保持了与无调整牛顿潮流解同样可靠的收敛特性。至于有关快速解耦法和带二阶项牛顿法的一些调整解的处理方法,可分别参看文献[6, 7, 8]。

在牛顿法应用于计算潮流问题不久,很多作者就把它应用于研究电力系统的经济运行问题,从而开拓了一个新的研究领域,通常称之为最优潮流问题。所谓电力系统最优潮流是指电力系统在满足某些工程上和运行上的约束条件下达到某一最优目标,例如运行成本、系统损耗或联络线的交换功率等为最小时的潮流分布。

最优潮流计算的起步要回溯到60年代初Carpentier的工作<sup>[9]</sup>。他首先用准确的数学模型描述电力系统的经济运行问题,迈开了使用非线性规划求解最优潮流的第一步。与经典的等微增率法相比较,非线性规划具有计算速度快、精度高,尤其是能考虑多种安全约束的优点。用非线性规划计算最优潮流的研究进展很快,60年代末,Dommel和Tinney<sup>[10]</sup>应用拉格朗日乘子和罚函数将等式和不等式约束加在目标函数中,从而把有约束问题转变为无约束问题,并用简化梯度法求解。这一方法被认为是计算最优潮流的重要方法之一。1973年至1978年,Sasson<sup>[11]</sup>、Rashed<sup>[12]</sup>和Bala<sup>[13]</sup>等人提出了用海森矩阵法求解最优潮流的方法。海森矩阵法收敛性较好,但由于要计算二阶导数,计算量较大。1976年Sasson<sup>[14]</sup>和1977年Happ<sup>[15]</sup>综述了用非线性规划计算最优潮流的研究成果。1979年,Wu<sup>[16]</sup>提出用二阶段法计算最优潮流,这一方法把罚函数的应用减少到最少,对大型电力系统的计算性能很好。此外还可用共轭梯度法或变尺度法与罚函数法相结合求解最优潮流问题,但这些方法仅适用于中小型系统<sup>[17]</sup>。近年来解耦技术也应用于计算最优潮流<sup>[18]</sup>,这种方法是将最优潮流问题分解为有功和无功两个子最优化问题,可以单独求解

也可交替求解, 这样对计算大型电力系统最优潮流带来了方便。

在本书的第三章中, 我们将介绍利用非线性规划法求解最优潮流的主要方法。

应当指出, 上述的无功子最优化问题(即无功最优潮流), 是整个系统经济调度的一个重要方面。它是指系统运行期间, 各节点电压发生变化时, 调度人员如何在有功功率的合理分配下, 利用无功控制手段(发电机电压、可调变压器的抽头、无功补偿电源等)来使系统的无功潮流分布, 既满足节点电压的正常要求, 又能使系统功率损失保持最小的一种处理方法。就其本身来说, 无功最优潮流隶属于非线性问题, 因此早期的解算方法多利用非线性规划。但由于非线性规划固有的不健全性, 促使某些作者采用收敛可靠和计算迅速的线性规划法, 通过对非线性问题的线性逼近来求解这一问题。

1971年, Narita提出描述电压和无功功率控制的简化线性模型, 在电压维持恒定的约束条件下使传输损耗为最小<sup>[19]</sup>。1980年Hobson提出应用线性规划计算电力系统无功功率控制<sup>[20]</sup>, 问题的解被约束在节点电压水平的限值以内。1981年Mamandur和Chenoweth提出线性灵敏度关系和应用对偶线性规划求解<sup>[21]</sup>。1984年RamaIyer等人提出采用混合规划法<sup>[22]</sup>(包括整数混合规划)求解。

在本书第四章中, 我们仅探讨利用线性规划法求解无功最优潮流的问题。

以牛顿法为代表的传统的电力系统潮流计算, 是根据给定的节点数据求系统中各节点的电压和支路上的潮流。节点的数据是以确定值的形式给出, 求得的节点电压和支路潮流也是确定的。实际上, 在电力系统的运行和规划设计中, 由于各种因素, 例如节点注入数据是时间的函数、偶然事故的随机性以及由于测量或估计的不准确等等, 必然会引起节点电压和支路潮流的不确定性。也就是说, 潮流计算量值都是具有随机因素的随机变量。既然潮流计算的已知量和待求量都是随机变量, 于是就产生用概率方法求解潮流的问题, 称之为随机潮流。1974年Barkowska首先提出了把节点输入数据用随机变量给定, 求支路潮流概率分布的计算方法<sup>[23]</sup>, 从而开创了随机潮流计算的这一新的领域, 文中采用的是直流模型。随后, Allan等提出采用线性化的交流模型的随机潮流计算方法<sup>[24~26]</sup>。与此同时, Dopazo等人也提出了采用最小二乘法的随机潮流计算方法<sup>[27]</sup>。1978年Sohierajski提出了计及非线性的随机潮流计算方法<sup>[28]</sup>。1981年Allan等为了提高采用线性化交流模型的随机潮流的精确性, 提出了采用分段线性化的计算方法<sup>[29]</sup>。目前这一研究领域仍在继续深入发展<sup>[30~32]</sup>。

在本书的第五章中, 我们将概略地介绍有关随机潮流的一些成果。

由于篇幅的限制, 显然在本书中不可能介绍与潮流计算问题有关的全部内容。例如:

- 1) 各种牛顿法潮流计算的收敛性并不是完美无缺的, 对于某些病态问题, 仍然有可能导致不收敛的后果。为此, 某些作者曾致力于利用特殊的线性算法来提供较理想的复电压初值, 以谋求收敛性的改善。

- 2) 潮流计算本身, 实际上就是求解一组非线性的代数方程。鉴于非线性系统所固有的特性, 完全有可能出现多重解, 而其机理是亟待深入探讨的课题之一。

- 3) 另一个亟待研究的重要课题, 就是所谓潮流解的电压不稳定性。它在系统中表现为, 无论怎样调整系统中的无功电源都不能促使远远低于要求值的受端电压恢复正常, 或



者缺乏抗干扰的阻尼能力而导致系统运行状态的持续振荡。这一课题将涉及在电压稳定性极限附近,潮流解的收敛性和多解性等一系列的问题。

所有这些,有兴趣的读者可以参看文献[33~38]。

### 绪言参考文献

- [1] J.B.Ward,H.W.Hale, Digital Computer Solution of Power Flow Problems, Trans. AIEE(PAS), Vol.75, June, 1956.
- [2] H.Wood et al., Discussion of[5].
- [3] J.E.Van Ness,J.H.Griffin, Elimination Methods for Load-Flow Studies, Trans. AIEE(PAS), Vol. 80, June, 1961.
- [4] N. Sato,W. F. Tinney, Techniques for Exploiting the Sparsity of the Network Admittance Matrix, IEEE Trans. Vol. PAS-82, Dec.,1963.
- [5] W. F. Tinney,C. E. Hart, Power Flow Solution by Newton's Method, IEEE Trans., Vol. PAS-86, No.11, 1967.
- [6] B.Stott,O.Alsac,Fast Decoupled Load Flow,IEEE Trans., Vol. PAS-93,No.3,1974.
- [7] R. N. Allen,C. Arruda, LTC Transformers and MVAR Violations in the Fast Decoupled Load Flow, IEEE Trans., Vol. PAS-101, No. 9, 1982.
- [8] P. S. N. Rao,K. S. P. Rao,J. Nanda, An Exact Fast Load Flow Method Including Second Order Terms in Rectangular Coordinates, IEEE Trans., Vol. PAS-101, No. 9, 1982.
- [9] J. Carpentier, Contribution Electricité du Dispatching Economique, Bulletin de la Societe Francaisa des Electriciens, Ser B, Vol. 3,1962.
- [10] H. W. Dommel,W. F. Tinney, Optimal Power Flow Solutions, IEEE Trans., Vol. PAS-87, No. 1, 1968.
- [11] A. M. Sasson, F. Viboria, F. Aboytes, Optimal Load Flow Solution using the Hessian Matrix, IEEE Trans., Vol PAS-92, No. 1, 1973.
- [12] A. M. Rashed, Optimal Load Flow Solution using Lagrange Multiplier and the Hessian Matrix, IEEE Trans., Vol. PAS-93, No. 5, 1974.
- [13] J. L. Bala,A. Thanikachalam, An Improved Second Order Method for Optimal Load Flow, IEEE Trans., Vol. PAS-97, No. 4, 1978.
- [14] A. M. Sasson, Optimal Load Flow—A Practical Outlook, IEEE PES Winter Meeting, 1976.
- [15] H. H. Happ, Optimal Power Dispatch—A Comprehensive Survey, IEEE Trans., Vol. PAS-96, No. 1,1977.
- [16] F. F. Wu, A Two-stage Approach to Solving Large-scale Optimal Power Flow, PICA., 1979.
- [17] J. Nanda, Modified Variable Metric Algorithm for Optimal Power Flow, IEEE PES Winter Meeting, 1975.
- [18] G. C. Contaxis, Decoupled Power System Security Dispatch, IEEE Trans., Vol.

PAS-102, No. 9, 1983.

- [19] S. Narita, M. S. A. A. Hammam, A Computational Algorithm for Real-time Control of System Voltage and Reactive Power, Pt. I and II, IEEE Trans., Vol. PAS-90, No. 6, 1971.
- [20] E. Hobson, Network Constrained Reactive Power Control using Linear Programming, IEEE Trans., Vol. PAS-99, No. 3, 1980.
- [21] K. R. C. Mamandur, R. D. Chenoweth, Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltage Profile and for Real Power Loss Minimisation, IEEE Trans., Vol. PAS-100, No. 7, 1981.
- [22] S. Rama Iyer, K. Ramachandran, S. Hariharam, Optimal Reactive Power Allocation for Improved System Performance, IEEE Trans., Vol. PAS-103, No. 6, 1984.
- [23] B. Borkowska, Probabilistic Load Flow, IEEE Trans., Vol. PAS-93, 1974.
- [24] R. N. Allan, B. Borkowska, C. H. Grigg, Probabilistic Analysis of Power Flows, Proc. IEE, Vol. 121, No. 12, 1974.
- [25] R. N. Allan, M. R. G. Al-shakarchi, Probabilistic AC Load Flow, Proc. IEE, Vol. 123, No. 6, 1976.
- [26] R. N. Allan, M. R. G. Al-shakarchi, Probabilistic Techniques in AC Load Flow Analysis, Proc. IEE, Vol. 124, No. 2, 1977.
- [27] J. F. Dopazo, O. A. Klitin, A. M. Sasson, Stochastic Load Flow, IEEE Trans., Vol. PAS-94, No. 2, 1975.
- [28] M. Sobierajski, A Method of Stochastic Load Flow Calculation, Archiv für Elektrotechnik, pp. 283~288, 1978.
- [29] R. N. Allen, A. M. Leite da Silva, Probabilistic Load Flow using Multilinearisation, Proc. IEE, Vol. 128, pt. c, No. 5, 1981.
- [30] Huang Jin-an, Wu Weijing, Probabilistic Load Flow Considering Nonlinearity of Load-flow Equations, IFAC Symposium-Beijing, 1986.
- [31] R. N. Allan, A. M. Leite da Silva, R. C. Burchett, Evaluation Methods and Accuracy in Probabilistic Load Flow Solutions, IEE Trans., Vol. PAS-100, No. 5, 1981.
- [32] R. N. Allan, C. H. Grigg, J. A. Prato-Garcia, Effect of Network Outages in Probabilistic Load Flow Analysis, Paper A 79 032-4, IEEE PES Winter Meeting, 1979.
- [33] G. Gross, J. F. Luini, Effective Control of Convergence of the Newton Load Flow, Proc. PICA, 1975.
- [34] W. Hubbi, A. Refsum, Starting Algorithm and Modification for Newton-Raphson Load Flow Method, Elec. Power and Energy Systems, Vol. 5, No. 3, 1983.
- [35] Y. Tamura, H. Mori, S. Iwamoto, Fast Computation Algorithm for 2<sup>nd</sup>-order AC Load Flow with Application to Ill-Conditioned Systems, *ibid*, Vol. 3, No. 4, 1981.

- [36] A. Klos, A. Kerner, The Non-uniqueness and Stability of Load Flows, PSCC, 1978.
- [37] S. Abe, N. Hamada, A. Isono, K. Okuda, Load Flow Convergence in the Vicinity of a Voltage Stability Limit, IEEE Trans., Vol. PAS-97, No. 6, 1978.
- [38] Y. Tamura, H. Mori, S. Iwamoto, Relationship Between Voltage Instability and Multiple Load Flow Solutions in Electric Power Systems, IEEE Trans., Vol. PAS-102, No. 5, 1983.

# 第一章 电力系统潮流计算的几种牛顿算法

## 第一节 直角坐标形式的功率偏差型算法<sup>[1~5]</sup>

利用牛顿法求解非线性方程组是读者业已熟知的一种算法。因此，在本书中将不介绍其原理，而直接将这种算法应用到电力系统潮流计算上。

所谓电力系统潮流计算，基本上就是在给定的节点注入功率下，求解各节点的复电压。为此，我们首先推导节点的注入功率方程式。

设有图1-1-1所示的支路*i-j*的等值电路，在它的两端各有一个对地支路，用来模拟线路的对地并联支路（对地电容、补偿用电抗器、或变压器的非标准变比）。于是支路*i-j*的潮流可以由下式导出（字母上的 $\wedge$ 表示复数的共轭值）：

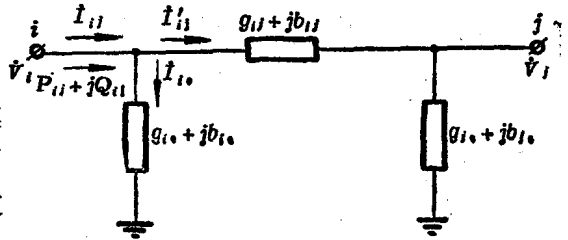


图 1-1-1 *i-j*支路的等值电路

$$\begin{aligned} P_{ij} + jQ_{ij} &= \hat{V}_i \hat{I}'_{ij} = \hat{V}_i (\hat{I}'_{ij} + \hat{I}_{i0}) \\ &= \hat{V}_i \{ (\hat{V}_i - \hat{V}_j)(g_{ij} - jb_{ij}) + \hat{V}_i(g_{i0} - jb_{i0}) \} \end{aligned} \quad (1-1-1)$$

式中  $\hat{V}_i$ 、 $\hat{V}_j$ ——节点*i*和节点*j*的复电压；

$g$ 、 $b$ ——相应支路的实际电导与电纳。

$$\text{令: } \left. \begin{aligned} \hat{V}_i &= e_i + jf_i \\ \hat{V}_j &= e_j + jf_j \end{aligned} \right\} \quad (1-1-2)$$

其中， $e$ 、 $f$ 分别为复电压 $\hat{V}$ 在作为参据的实轴和虚轴上的分量。

将式(1-1-2)代入式(1-1-1)，经过整理并分开实部和虚部后，得：

$$\left. \begin{aligned} P_{ij} &= (e_i^2 + f_i^2)(g_{ij} + g_{i0}) - (e_i e_j + f_i f_j)g_{ij} + (e_i f_j - e_j f_i)b_{ij} \\ Q_{ij} &= -(e_i^2 + f_i^2)(b_{ij} + b_{i0}) + (e_i f_j - e_j f_i)g_{ij} + (e_i e_j + f_i f_j)b_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-3) \bullet$$

假设节点*i*与*n*节点电力系统的其他节点都有支路相连，则节点*i*的注入功率应等于各支路潮流之和，即

$$\left. \begin{aligned} P_i &= \sum_{j=1}^n P_{ij} = (e_i^2 + f_i^2) \sum_{j=1}^n (g_{ij} + g_{i0}) - e_i \sum_{j=1}^n (e_j g_{ij} - f_j b_{ij}) - f_i \sum_{j=1}^n (f_j g_{ij} - e_j b_{ij}) \\ Q_i &= \sum_{j=1}^n Q_{ij} = -(e_i^2 + f_i^2) \sum_{j=1}^n (b_{ij} + b_{i0}) + e_i \sum_{j=1}^n (f_j g_{ij} + e_j b_{ij}) - f_i \sum_{j=1}^n (e_j g_{ij} - f_j b_{ij}) \end{aligned} \right\} \quad (1-1-4)$$

● 利用式(1-3-9)和式(1-3-2)的第一式，由此式可得极坐标形式表示的支路潮流方程式：

$$\left. \begin{aligned} P_{ij} &= V_i^2 (g_{ij} + g_{i0}) - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ Q_{ij} &= -V_i^2 (b_{ij} + b_{i0}) + V_i V_j (b_{ij} \cos \theta_{ij} - g_{ij} \sin \theta_{ij}) \end{aligned} \right\}$$

已知导纳阵的自导、互导与支路实际电纳存在如下关系:

$$\left. \begin{aligned} G_{ii} &= \sum_{j=1}^n (g_{ij} + g_{i0}) \\ B_{ii} &= \sum_{j=1}^n (b_{ij} + b_{i0}) \\ G_{ij} &= -g_{ij} \\ B_{ij} &= -b_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-5)$$

则将式(1-1-5)代入式(1-1-4)后, 可得:

$$\left. \begin{aligned} P_i &= e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \\ Q_i &= f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1-1-6)$$

其中,  $\sum_{j=1}^n$  表示  $\sum_{j=1}^n$ , 即包括  $j=i$  在内。

$$\left. \begin{aligned} \text{若记:} \quad a_i &\triangleq \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) \\ b_i &\triangleq \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \end{aligned} \right\} \quad (1-1-7)$$

则式(1-1-6)可简写成:

$$\left. \begin{aligned} P_i &= e_i a_i + f_i b_i \\ Q_i &= f_i a_i - e_i b_i \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1-1-8)$$

上式就是用直角坐标表示的节点注入功率方程式。

在电力系统的潮流计算中, 存在着三种节点类型:

- (i) PQ型节点 (或称负荷节点);
- (ii) PV型节点 (或称发电机节点, 实际上是指具有无功电源的节点);
- (iii) 平衡节点 (或称松弛节点)。

对于PQ型节点来说, 由于各节点的注入功率是规定的, 即  $P_i = P_i^s$  和  $Q_i = Q_i^s$ , 所以式(1-1-8)可写作:

$$\left. \begin{aligned} e_i a_i + f_i b_i - P_i^s &\triangleq \Delta P_i = 0 \\ f_i a_i - e_i b_i - Q_i^s &\triangleq \Delta Q_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-9)$$

对于PV型节点来说, 除了规定了节点的注入有功功率  $P_i^s$  外, 还规定了节点的电压量值  $V_i^s$ 。因此, 描述这类节点行为的方程式变为

$$\left. \begin{aligned} e_i a_i + f_i b_i - P_i^s &\triangleq \Delta P_i = 0 \\ (e_i^2 + f_i^2) - (V_i^s)^2 &\triangleq \Delta V_i^2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-10)$$

式(1-1-9)、(1-1-10)对变量  $e$ 、 $f$  而言, 都是非线性方程式, 它们可以在给定的一组初值附近展开成泰勒级数, 在略去二阶及其以上的高阶项后, 就得到下列的线性方程组。

(i) PQ型节点:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i(f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \dots, f_n^{(0)}, e_1^{(0)}, \dots, e_n^{(0)}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} \Big|_{(0)} \Delta f_j^{(0)} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} \Big|_{(0)} \Delta e_j^{(0)} = 0 \\ \Delta Q_i(f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \dots, f_n^{(0)}, e_1^{(0)}, \dots, e_n^{(0)}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j} \Big|_{(0)} \Delta f_j^{(0)} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j} \Big|_{(0)} \Delta e_j^{(0)} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (j \neq s) \quad (1-1-11)$$

(ii) PV型节点:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i(f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \dots, f_n^{(0)}, e_1^{(0)}, \dots, e_n^{(0)}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} \Big|_{(0)} \Delta f_j^{(0)} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} \Big|_{(0)} \Delta e_j^{(0)} = 0 \\ (\Delta V_i(f_1^{(0)}, e_1^{(0)}))^2 + \frac{\partial \Delta V_i^2}{\partial f_i} \Big|_{(0)} \Delta f_i^{(0)} + \frac{\partial \Delta V_i^2}{\partial e_i} \Big|_{(0)} \Delta e_i^{(0)} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (j \neq s) \quad (1-1-12)$$

在上两式中,  $\Delta f_i^{(0)}$ 、 $\Delta e_i^{(0)}$ 为

$$\left. \begin{aligned} \Delta f_i^{(0)} = f_i^{(1)} - f_i^{(0)} \\ \Delta e_i^{(0)} = e_i^{(1)} - e_i^{(0)} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-13)$$

其中, 上角(1)表示第1次迭代。

由于在  $n$  节点的电网中, 总有一个平衡节点  $s$ , 而对于平衡节点来说, 它的电压  $e_s$  和  $f_s (=0)$  都是已知的规定值, 因此待求的电压变量只有  $2n-2$  个, 即  $e_i$  和  $f_i (i=1, 2, \dots, n; i \neq s)$ 。同时, 由于平衡节点将平衡电网的损耗, 其确切值需待潮流解求得后才能确定。也就是说, 平衡节点的注入功率不能事先规定, 从而在待解的网络方程式中, 不应包含  $\Delta P_s = 0$  和  $\Delta Q_s = 0$  等约束方程式。这样, 根据各节点的类型, 利用式(1-1-11)、(1-1-12)可以组成  $2(n-1)$  个方程式, 并可用矩阵形式表示如下:

$$- \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta P_p \\ \Delta V_p^2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = [A][B] \quad (1-1-14)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_p} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_p} & \dots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_n} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_n} \\ \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_p} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_p} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_n} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_p}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta P_p}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_p}{\partial f_p} & \frac{\partial \Delta P_p}{\partial e_p} & \dots & \frac{\partial \Delta P_p}{\partial f_n} & \frac{\partial \Delta P_p}{\partial e_n} \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\partial \Delta V_p^2}{\partial f_p} & \frac{\partial \Delta V_p^2}{\partial e_p} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_n}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta P_n}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_n}{\partial f_p} & \frac{\partial \Delta P_n}{\partial e_p} & \dots & \frac{\partial \Delta P_n}{\partial f_n} & \frac{\partial \Delta P_n}{\partial e_n} \\ \frac{\partial \Delta Q_n}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta Q_n}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_n}{\partial f_p} & \frac{\partial \Delta Q_n}{\partial e_p} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_n}{\partial f_n} & \frac{\partial \Delta Q_n}{\partial e_n} \end{bmatrix}$$

$$[B] \times \begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta e_1 \\ \vdots \\ \Delta f_p \\ \Delta e_p \\ \vdots \\ \Delta f_n \\ \Delta e_n \end{bmatrix}$$

其中，下角p代表PV型节点编号。

上式通常也被称之为网络的修正方程式。其中，等号左边的向量是在给定初值下的已知功率偏差列向量；等号右边的向量是修正初值的待求列向量；而等号右边的 $(2n-2)$ 阶方阵，通常称之为雅可比矩阵，其元素都是在给定的初值下确定，因此是一个已知系数阵。

在式(1-1-14)中，待求向量的元素系按 $\Delta f \rightarrow \Delta e$ 顺序排列，其目的是使系数阵中的对角元具有较大的值，从而在选取对角元作为主元来进行高斯消去时，可获得较高的精度。

对于PQ型节点和PV型节点，其每个雅可比子矩阵可分别写成下列形式：

$$\left. \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{c|c} \frac{\partial \Delta P}{\partial f} & \frac{\partial \Delta P}{\partial e} \\ \hline \frac{\partial \Delta Q}{\partial f} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial e} \end{array} \right] \triangleq \left[ \begin{array}{c|c} H & N \\ \hline M & L \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{c|c} \frac{\partial \Delta P}{\partial f} & \frac{\partial \Delta P}{\partial e} \\ \hline \frac{\partial \Delta V^2}{\partial f} & \frac{\partial \Delta V^2}{\partial e} \end{array} \right] \triangleq \left[ \begin{array}{c|c} H & N \\ \hline R & S \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (1-1-15)$$

其中各元素的值可推求如下。

1)  $i \neq j$  的情况:

由式(1-1-9), 在计及式(1-1-7)的关系后, 可得:

$$H_{ij} = \frac{\partial}{\partial f_j} \left[ e_i \sum_{s=1}^n (G_{is} e_s - B_{is} f_s) + f_i \sum_{s=1}^n (G_{is} f_s + B_{is} e_s) - P_i^s \right] \quad (1-1-16)$$

其中,  $P_i^s = \text{常数}$ 。同时, 对某一特定的  $j$  来说, 只有该特定节点的  $f_j$  是变量, 于是上式为

$$H_{ij} = -e_i B_{ij} + f_i G_{ij} \quad (1-1-17)$$

同理, 有:

$$N_{ij} = e_i G_{ij} + f_i B_{ij} \quad (1-1-18)$$

对于PQ型节点, 由式(1-1-10)并在计及式(1-1-7)的关系后, 可得:

$$M_{ij} = \frac{\partial}{\partial f_j} \left[ f_i \sum_{s=1}^n (G_{is} e_s - B_{is} f_s) - e_i \sum_{s=1}^n (G_{is} f_s + B_{is} e_s) - Q_i^s \right] \quad (1-1-19)$$

由于  $Q_i^s = \text{常数}$ , 和对于某一特定的节点  $j$  而言, 上式变为

$$M_{ij} = -f_i B_{ij} - e_i G_{ij} \quad (1-1-20)$$

同理, 有:

$$L_{ij} = f_i G_{ij} - e_i B_{ij} \quad (1-1-21)$$

比较式(1-1-17)、(1-1-21)和式(1-1-18)、(1-1-20), 可得:

$$\left. \begin{array}{l} L_{ij} = H_{ij} \\ M_{ij} = -N_{ij} \end{array} \right\} \quad (1-1-22)$$

对于PV型节点, 其  $H_{ij}$  和  $N_{ij}$  的值与式(1-1-17)、(1-1-18)相同, 而其  $R_{ij}$  和  $S_{ij}$ , 在利用式(1-1-10)的第二式以及计及  $p=i \neq j$  和  $V_p^s = \text{常数}$  之后, 可推求如下:

$$\left. \begin{array}{l} R_{ij} = \frac{\partial \Delta V_p^2}{\partial f_j} = \frac{\partial}{\partial f_j} [(e_i^2 + f_i^2) - (V_p^s)^2] = 0 \\ S_{ij} = \frac{\partial \Delta V_p^2}{\partial e_i} = 0 \end{array} \right\} \quad (1-1-23)$$

2)  $i = j$  的情况:

由式(1-1-9)的第一式和式(1-1-7), 并计及  $p_i^s = \text{常数}$ , 可得:

$$H_{ii} = \frac{\partial}{\partial f_i} \left[ e_i \sum_{s=1}^n (G_{is} e_s - B_{is} f_s) + f_i \sum_{s=1}^n (G_{is} f_s + B_{is} e_s) \right]$$



$$= \frac{\partial}{\partial f_i} \left[ e_i \sum_{j \in \omega_i} (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + e_i(G_{ii}e_i - B_{ii}f_i) + f_i \sum_{j \in \omega_i} (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) + f_i(G_{ii}f_i + B_{ii}e_i) \right]$$

$$\text{即 } H_{ii} = -B_{ii}e_i + \sum_{j \in \omega_i} (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) + 2G_{ii}f_i + B_{ii}e_i \quad (1-1-24)$$

其中,  $\sum_{j \in \omega_i} \triangleq \sum_{\substack{j \in \omega_i \\ j \neq i}}$ .

再利用式(1-1-7)的第二式, 上式变为

$$H_{ii} = b_i - B_{ii}e_i + G_{ii}f_i \quad (1-1-25)$$

$$\text{同样 } N_{ii} = \sum_{j \in \omega_i} (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + (2G_{ii}e_i - B_{ii}f_i) + B_{ii}f_i$$

再利用式(1-1-7)的第一式, 就得到:

$$N_{ii} = a_i + G_{ii}e_i + B_{ii}f_i \quad (1-1-26)$$

对于PQ型节点, 由式(1-1-9)的第二式和式(1-1-7), 并计及 $Q_i^s = \text{常数}$ 后, 有:

$$M_{ii} = \sum_{j \in \omega_i} (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + (G_{ii}e_i - 2B_{ii}f_i) - G_{ii}e_i$$

$$\text{或 } M_{ii} = a_i - B_{ii}f_i - G_{ii}e_i \quad (1-1-27)$$

同样

$$L_{ii} = G_{ii}f_i - \sum_{j \in \omega_i} (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) - G_{ii}f_i - 2B_{ii}e_i \quad (1-1-28)$$

$$\text{或 } L_{ii} = -b_i - B_{ii}e_i + G_{ii}f_i \quad (1-1-29)$$

对于PV型节点, 其 $H_{ii}$ 和 $N_{ii}$ 的值与式(1-1-25)、(1-1-26)相同, 而其 $R_{ii}$ 和 $S_{ii}$ , 在计及 $p=i$ 和 $V_i^s = \text{常数}$ 之后, 可推导如下:

$$\left. \begin{aligned} R_{ii} &= \frac{\partial}{\partial f_i} \Delta V_i^s = \frac{\partial}{\partial f_i} [(e_i^2 + f_i^2) - (V_i^s)^2] = 2f_i \\ S_{ii} &= \frac{\partial}{\partial e_i} \Delta V_i^s = 2e_i \end{aligned} \right\} \quad (1-1-30)$$

由式(1-1-17)、(1-1-18)、(1-1-20)、(1-1-21)和式(1-1-23)可见, 当 $\dot{Y}_{ii} = G_{ii} + jB_{ii} = 0$ 时, 雅可比阵中的下列非对角 $2 \times 2$ 子矩阵将分别为

$$\begin{bmatrix} H_{ij} & N_{ij} \\ M_{ij} & L_{ij} \end{bmatrix} = \mathbf{0}; \quad \begin{bmatrix} H_{ij} & N_{ij} \\ R_{ij} & S_{ij} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (1-1-31)$$

这就是说, 雅可比阵与导纳阵具有相同的结构, 但是从元素的数值来说, 显然它不是一个对称阵。

最后, 在图1-1-2中给出了利用本方法计算潮流的原理框图, 以说明其解算步骤。其中需要说明的是初值估算问题(第5框)。我们知道: 为了获得非线性方程组的可行解, 初值的选取非常重要。如果选取不当, 就可能出现不收敛或收敛到不可行解的情况。一般说来, 当电力系统正常运行时, 各节点电压通常运行在电网额定电压附近, 而各相邻节点间的电压相位角也相差不大。这时, 可对各节点的电压标么值采用一组统一电压(或称平直电压), 即取:

$$e_i^{(0)} = 1.0, \quad f_i^{(0)} = 0.0 \quad (i=1, 2, \dots, n; i \neq s)$$