

ZONGHE YUESHU XIANNING YUBAO MOXING

综合约束线性 预报模型

王厥谋 著



黄河水利出版社

综合约束线性预报模型

王厥谋 著

黄河水利出版社

内 容 提 要

综合约束线性预报模型是中国和意大利“汉江洪水预报和调度运用”合作项目的成果之一,在我国很多河流上应用,均取得较好的成果。本书主要介绍汇流计算、产流计算、综合约束线性预报模型和综合约束线性预报系统,可供水文工作者等人员参考使用,也可作大专院校师生参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

综合约束线性预报模型/王厥谋著. — 郑州:黄河水利出版社,2001.3

ISBN 7-80621-390-2

I.综… II.王… III.①洪水—水文预报—研究
②数学模型—研究 IV.P338

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 74059 号

责任编辑:张思敬 武会先
责任校对 杨秀英

封面设计:谢 萍
责任印制:常红昕

出版发行·黄河水利出版社

地址 河南省郑州市金水路 11 号 邮编:450003

发行部电话:(0371)6302620 传真:6302219

E mail yrcp@public2.zz.ha.cn

印 刷:黄河水利委员会印刷厂

开	本·850mm×1168mm 1/32	印	张:4.375
版	次·2001 年 3 月 第 1 版	印	数:1—3 100
印	次:2001 年 3 月 郑州第 1 次印刷	字	数:108 千字

定 价:10.00 元

前 言

综合约束线性预报系统是中国和意大利“汉江洪水预报和调度运用”双边合作项目的成果之一,由中、意专家于 1982 年在罗马开始研制的。首先在意大利的约束线性系统(CLS)基础上进行,后来中方专家为使该系统更适合中国的实际情况和完善产流的计算,引进了我国比较成熟的蓄满产流计算方法,并与 CLS 相结合,形成了综合约束线性预报系统。参加该系统研制的中方人员有王厥谋、徐贯午、张瑞芳、陈朝辉(水利部水文水利调度中心)和季学武(长江水利委员会水文局);意方人员有卡巴斯和加斯佩里(洛蒂公司),托迪尼(巴洛尼亚大学教授)为顾问。该系统于 1983 年初步完成,并在汉江上实际应用取得成功。为使系统进一步完善,中方专家再次去罗马进行开发并作了较大的改进,于 1986 年初建立在 VAX 小型机上的系统已基本完成,随后编制了该系统各部分的操作使用手册,举办了多次研习班,并在我国较多河流上应用,均取得了较好的成果。该研究成果曾获国务院电子振兴领导小组举办的“计算机应用展览会”一等奖。1986 年该系统被纳入世界气象组织(WMO)HOMS(水文综合业务子系统)的分件,向世界各国推荐。

水利部科教司于 1994 年对该系统进行了部级鉴定。鉴定的结论意见是:“该系统是防汛现代化的重要组成部分”,“是全国最早投入生产性运行的洪水预报系统,其功能齐全,具有预报模型先进、软件设计合理、通用性好、自动化程度高、运行可靠、使用简便等特点。鉴定委员会一致认为该项成果达到了国际先进水平”。

为适应当前计算机发展形势,从 1995 年开始由程益联、刘志雨(水利部水利信息中心)和聂秀敏(陕西省水文水资源勘测局)等

着手将该系统移植到微机 Windows 操作系统上应用,并扩充了图形显示等功能,在外包装上更为完善,目前已移植完成,经反复检查,与 VAX 系统上的计算成果完全一致。由程益联、刘志雨、章四龙三人组成的水利信息中心一队,用这个系统参加了 1997 年全国水文预报技术竞赛,在预报技术竞赛中,综合约束线性预报模型(SCLS)获得一等奖,在系统演示竞赛和作业竞赛中均获二等奖。

该系统的核心部分是综合约束线性预报模型。为使这个系统更进一步地推广应用,我们特编制了“综合约束线性预报模型”这本小册子,以便大家在实际应用中不断改进使其日臻完善。本小册子也可作为综合约束线性预报系统的技术手册。在本书的编写过程中,张瑞芳、张建云、程益联、刘志雨等同志给予了很多帮助,并提出了许多宝贵意见,在此表示由衷的感谢。

作 者

2000 年 10 月

目 录

前言

第一章 绪论	(1)
第二章 汇流计算	(3)
第一节 汇流计算的发展阶段	(3)
第二节 汇流计算的基本原理	(9)
第三节 约束线性系统	(14)
第四节 自回归方法	(22)
第五节 非线性汇流问题	(25)
第三章 产流计算	(32)
第一节 产流计算的发展阶段	(32)
第二节 产流机制	(33)
第三节 蒸散发计算	(43)
第四节 蓄满产流计算	(46)
第五节 超渗产流计算	(52)
第四章 综合约束线性预报模型	(54)
第一节 模型结构	(54)
第二节 模型参数	(59)
第三节 模型的比较与评价	(63)
第五章 综合约束线性预报系统	(75)
第一节 系统结构及功能	(75)
第二节 模型率定和实时预报子系统	(79)
附录一 二次规划方法原理	(89)
附录二 SCLS中的二次规划算法及计算程序	(113)
参考文献	(130)

第一章 绪 论

综合约束线性预报系统由七个部分组成,即资料处理、模型率定、实时检索、预报调度、辅助决策、系统管理和联机帮助,系统功能如图 1-1。该系统是一个通用的水文预报系统。系统特点是:功能齐全,自动快速,开放型模块化设计,通用性好,多种预报模型选择,参数自动率定组装,支持多种数据源,输出形式多样、齐全、统一,便于对比分析,界面友好,操作方便,安全管理有效,易于移植推广。

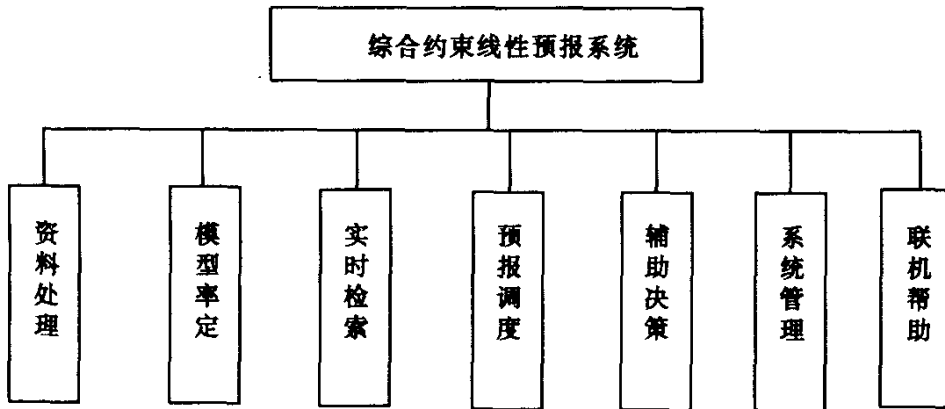


图 1-1 系统功能框图

本系统是因采用了综合约束线性预报模型(SCLS)而得名。该模型也是本系统中的核心部分,由两部分组成,用约束线性系统(CLS)解决汇流(流域、河网、河道)问题;应用国内外一些行之有效、适合中国自然特点的产流模型,解决产流计算问题,并将两者合理有机地结合起来,形成了多种子模型,总称之为综合约束线性预报模型(SCLS),其结构如图 1-2。

本小册子主要论述 SCLS 的原理、方法、特点以及在实际应用中的经验。

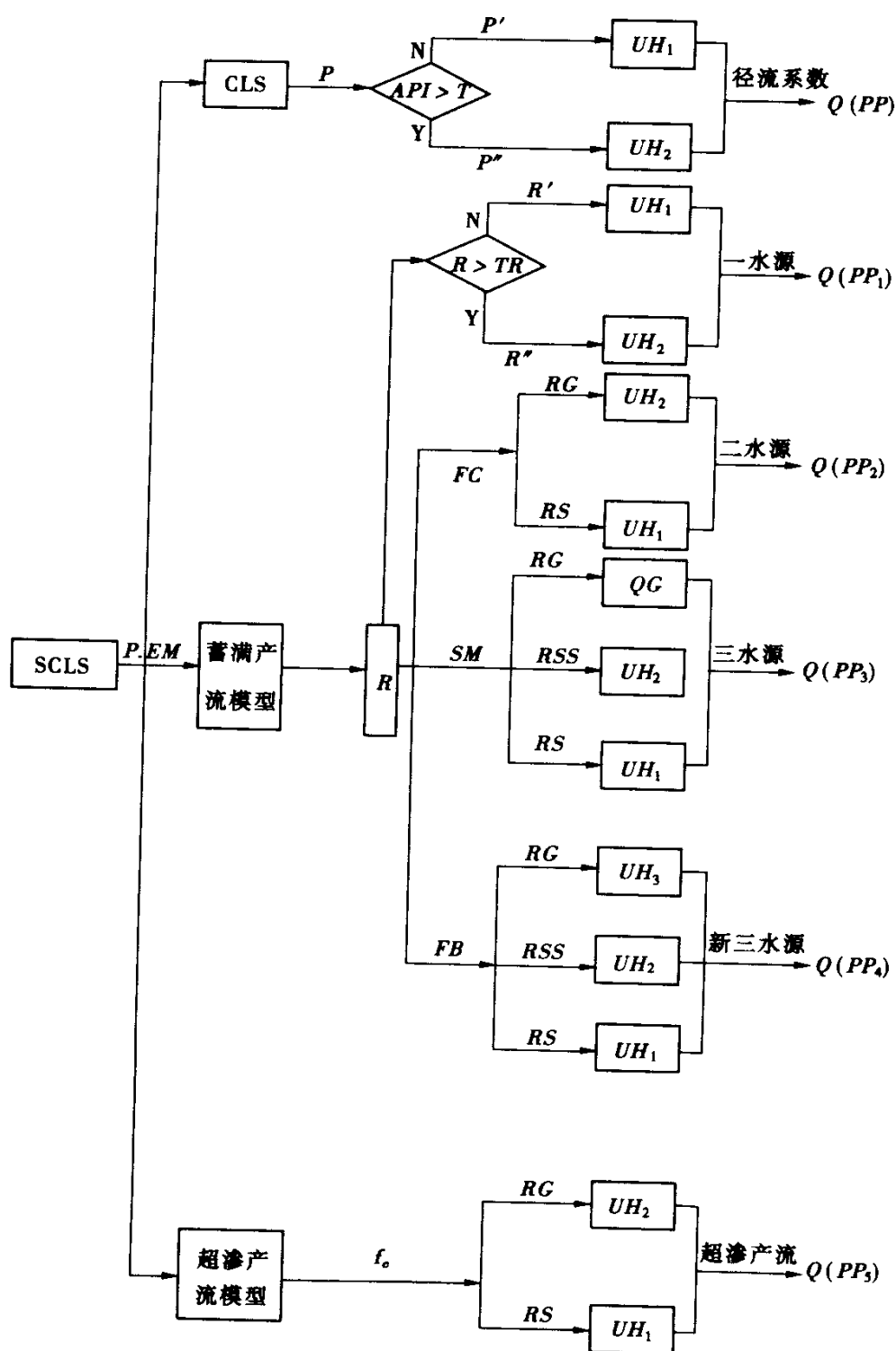


图 1-2 SCLS 结构图

第二章 汇流计算

汇流计算分为河道汇流、河网汇流和流域汇流三个部分。河道汇流是以上游流量作为输入,河网汇流是以河网总入流作为输入,流域汇流是以净雨作为输入来推算下游出口断面流量的分配过程,通常将河道汇流称为流量演算,流域汇流称为单位线。汇流计算是水文模型中最敏感的部分,SCLS 中各子模型的汇流计算均采用约束线性系统(CLS)方法,因此,我们首先论述汇流计算部分。

第一节 汇流计算的发展阶段

用水文学方法研究汇流计算,大致经历了三个阶段。

一、经验方法阶段

主要发展是在 20 世纪的 30~50 年代,其中有代表性的方法是:1932 年谢尔曼(L. K. Sherman)提出了单位线方法,以解决流域汇流问题;1938 年麦卡锡(G. T. Macarthy)创建了马斯京根方法(简称马氏法),以解决河道汇流问题。50 年代初我国引进了这些方法,而且沿用至今,在实际的水文预报中发挥了很大作用,并在实践中作了不少改进,如:单位线按雨强和暴雨中心分型,提出了产流区单位线概念和综合单位线方法等,以及对马氏法按洪水大小、涨落水分别确定其参数 K 、 x 值等^[1]。这类方法均为集中式的单输入—单输出的经验方法,根据其基本假定,从实际水文资料中用图解分析或试错法求得经验单位线和汇流参数。

二、推理分析阶段

主要发展是在五六十年代,其中有代表性的方法是:1957年加里宁—米留柯夫(Калинин—Милуков)提出了特征河长概念和计算公式(2-1)以及汇流曲线公式(2-2);1959年纳须(J. E. Nash)推导了瞬时单位线的公式(2-3)并提出了用矩法求参数的方法。特征河长概念把水力学表达成为水文易用的形式,使河道汇流具有明确的物理概念;纳须瞬时单位线使经验单位线有了一个函数形式及推求汇流参数的矩法公式。这些对以后水文学的发展有很大的影响,大大推动了汇流理论的研究。

$$l = \frac{Q_0}{i_0} \left(\frac{\partial H}{\partial Q} \right)_0 \approx \frac{\bar{H}}{i_0} \quad (2-1)$$

式中 l ——特征河长;

$Q_0, i_0, \left(\frac{\partial H}{\partial Q} \right)_0$ ——恒定流状态下的流量、比降、水位 ~ 流量关系的坡度;

$\bar{H}$ ——平均水深。

$$P_{\Delta t} = \frac{\Delta t}{\tau \Gamma(n)} \left(\frac{t}{\tau} \right)^{n-1} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2-2)$$

式中 $P_{\Delta t}$ ——时段汇流系数;

Δt ——时段长;

τ ——特征河长的传播时间;

n ——特征河长数, $n = \frac{L}{l}$;

L ——河段长。

$$U(t) = \frac{1}{k \Gamma(n)} \left(\frac{t}{k} \right)^{n-1} e^{-\frac{t}{k}} \quad (2-3)$$

式中 $U(t)$ ——瞬时单位线系数;

k ——线性水库传播时间;

n ——线性水库数。

赵人俊在特征河长概念的启发下,提出了马氏法物理概念与其参数的数学物理方程式(2-4),并对方法的使用条件作了明确的论证^[2],发展了马氏法多段连续演算法(有限差解)式(2-5)和流域汇流的计算方法^[3,4];提出了马氏法的非线性解,填补了马氏法非线性问题的空白^[5];与笔者合作论述了滞后演算法^[6],澄清了认为马氏法和纳须方法只考虑坦化,没有考虑推移作用的观点,指出了滞后演算法仅是处理非线性和大流域问题的简易经验方法。

$$\left. \begin{aligned} x &= 0.5 - \frac{l}{2L} \\ K &= L/C \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

式中 x 、 K ——马氏法的两个参数;

l ——特征河长;

L ——河段长;

C ——恒定流下的波速。

$$\left. \begin{aligned} P_{0n} &= C_0^n \quad (m = 0) \\ P_{mn} &= \sum_{i=1}^n B_i C_0^{n-i} C_2^{m-i} A^i \quad (m > 0, m - i \geq 0) \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

式中 $A = C_1 + C_0 C_2$

$$B_i = \frac{n! (m-1)!}{i! (i-1)! (n-i)! (m-i)!}$$

P ——汇流系数;

C_0 、 C_1 、 C_2 ——马氏法系数;

n ——单元河段个数;

m ——时段数。

长江流域规划办公室(现为长江水利委员会)针对加里宁—米留柯夫汇流曲线存在有限差算法的计算误差,于1964年提出了将时段分得很小的长办汇流曲线^[7]式(2-6)。1977年钱学伟等人提

出了马氏法积分解的汇流曲线式(2-7)和求参数的矩法公式^[8],但
该解存在有负响应。同时,我国还提出了一些滞时演算的汇流曲
线^[9]式(2-8),该式是有人用一个线性水库和一个线性河道推导出
来的,有的人利用滞后蓄泄方程经大量推导得来的,但其实质是将
上游流量过程平移一个 $L_{AG} = n\tau$ 后再按式(2-3)演算,是一个时
间坐标转换问题,即令 $T = t - n\tau$ 代入式(2-3)中即可求得。

$$u(\Delta t) = \begin{cases} 1 - e^{-m} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{m^i}{i!} & (0 \leq m < m_k) \\ \sum_{i=0}^{n-1} \frac{M^i}{i!} (1 - e^{-m_k} \sum_{i=0}^{n-i-1} \frac{m_k^i}{i!}) e^{-m} & (m_k \leq m) \end{cases} \quad (2-6)$$

式中 $m = \frac{t}{\tau}$; $m_k = \Delta t / \tau$; $M = m - m_k$ 。

$$\left. \begin{aligned} \text{单河段: } u(0, t) &= \frac{1}{K(1-x)^2} e^{-t/K(1-x)} - \frac{x}{1-x} \delta(t) \\ \text{分段连续演算: } u(0, t) &= \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(-1)^i C_N^i}{K^{N-i} (1-x)^{2(N-i)} \Gamma(N-i)} \\ &\cdot t^{N-i-1} \cdot e^{-t/K(1-x)} \cdot \left(\frac{x}{1-x} \right)^i + (-1)^N \left(\frac{x}{1-x} \right)^N \delta(t) \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

式中 $C_N^i = \frac{N!}{i! (N-i)!}$;

N ——河段数目。

$$U(t) = \frac{1}{k\Gamma(n)} \left(\frac{t - n\tau}{k} \right)^{n-1} e^{-\frac{t-n\tau}{k}} \quad (2-8)$$

式中 n ——单元河段数;

τ ——单元河段滞后时间。

笔者于1963年学习研究了纳须瞬时单位线后,也作了三项工
作:

(1)认为纳须推导的公式(2-3)不是瞬时流域单位线,如将 n 视作特征河长数目, k 作为特征河长内的汇流时间,它就是一个有坚实理论基础、经过严格推导的连续演算的河道瞬时汇流曲线公式。它能克服加里宁—米留柯夫公式的计算误差,也不像马氏法积分解会出现负响应;它可用水力学方法分析得到 $n = L/l$ (特征河长数)和 k (特征河长内平均汇流时间)两个参数,也可根据上、下游实际流量过程线用矩法计算出 n 、 k 两个参数。这是在理论依据和客观参数计算方面的一项突破性进展,但纳须在推导此公式时还没有看到这一点。笔者率先用此法进行河道汇流计算,取得了满意的成果^[10]。

(2)将纳须河道汇流曲线与马氏法进行了比较,推导出了当马氏法中的时段长取 $\Delta t = (0.5 + x)K$ 时,可保证流量随时间或沿河长变化的线性条件,避免出现负响应,也避免漏掉洪峰。两方法计算的结果是等效的,可以互相转换使用。

(3)作为瞬时流域单位线,式(2-3)仅是一个函数表达式,但有了这个函数表达式,便于用矩法推求瞬时流域单位线。利用流域的平均净雨过程和出口断面的流量过程,通过矩法求得的参数代入式(2-3)就是瞬时流域单位线了。这是一种推求单位线的客观方法,也是推求流域单位线参数方法的一项突破。但瞬时单位线的合理表达式,应是把流域按特征河长绘制等流时线如图 2-1,假定各特征河长的汇流时间 k_n 均相等,每块面积到出口断面的调蓄性能是不同的,其总和才是瞬时河网单位线的表示式式(2-9)。

$$U(t) = \sum_{i=1}^N \frac{\omega_i}{(i-1)!k_n} \left(\frac{t}{k_n}\right)^{N-1} e^{-\frac{t}{k_n}} \quad (2-9)$$

按式(2-9)可导得一阶原点矩 q'_1 和二阶中心矩 q_2 :

$$\left. \begin{aligned} q'_1 &= \omega'_1 + 0.5k_n \\ q_2 &= \omega'_2 - \omega'^2_1 + k_n\omega'_1 + 0.5k_n^2 \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

式中 ω'_1 、 ω'_2 ——流域面积分配曲线的一阶原点矩和二阶中心矩。

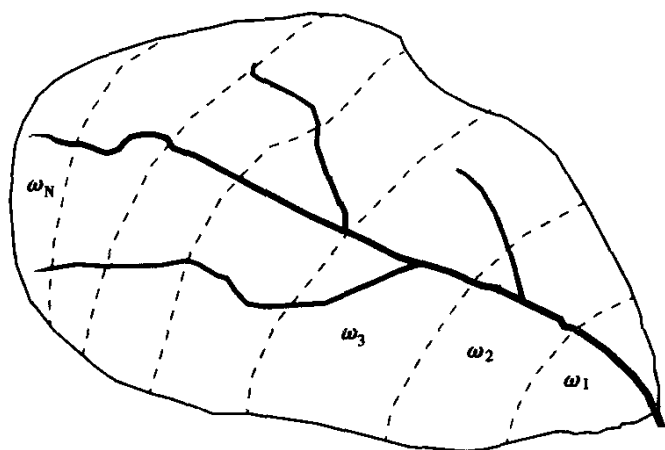


图 2-1 等流时线

q'_1 、 q_2 与流域的水力学和地貌特征联系起来了, 可以分析得到, 有了 q'_1 、 q_2 就可以得到类似式(2-3)中的 n 、 k 两个参数^[11]。这是一个单水源的情况, 但原则上也可以考虑多水源的问题^[12]。

这一阶段是原苏联与欧美的方法相互渗透、优势互补的阶段, 对汇流的推理分析做了大量工作, 原则上也可以考虑降雨不均匀等分布式计算的问题, 但从实际资料分析汇流曲线仍还是单输入—单输出阶段。

三、系统优化分析阶段

主要发展是在 70 年代以后, 其中有代表性的方法是杜格(Dooge)于 1973 年全面地提出了水文系统的线性理论^[13]和纳特尔(Natale)、托迪尼(Todini)于 1974 年提出的约束线性系统(CLS)^[14]。随后纳须(Nash)等人于 1983 年和 1988 年分别提出了线性扰动模型(LPM)^[15]和总径流响应模型(TRL)^[16]。这一阶段的发展主要借助于其他学科的发展成果特别是在控制论、规划论和优化论方面的研究成果, 而且随着计算机的发展和广泛使用, 水文学的汇流计算被推向了一个崭新阶段。这一阶段的特点是较好地解决了水文系统中的多输入—单输出、多输入—多输出的问

题,也就是说,可以从一个出口断面的流量过程线中优化出上游多个支流、多处产流区或多种水源的汇流曲线,这也同时能解决分布式模型的问题。下面各章节将详细论述这部分内容。

第二节 汇流计算的基本原理

(1)汇流计算的实质是一个水力学的问题,是用一种简化的方法来求解圣维南方程组的问题。

无旁侧入流的圣维南方程组为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial X} + \frac{1}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial X} \right) &= S_0 - S_f \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

式中 Q ——流量;
 A ——断面面积;
 V ——流速;
 Y ——水深;
 g ——重力加速度;
 S_0 ——河底比降;
 S_f ——摩阻比降;
 X ——沿水流方向的距离;
 t ——时间坐标。

如在式(2-11)中忽略惯性项,则可写成:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial X} &= S_0 - S_f \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

一般河流,比降不很陡的情况下,在动量方程中忽略惯性项,影响不会很大,惯性项一般只有河道比降的千分之几。

按曼宁公式

$$S_f = \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{4/3}}$$

式中 n ——糙率;

R ——水力半径。

假设 S_0 和 n 为常数,将式(2-12)对 t 求导,可得:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial X \partial t} = - \left(\frac{2n^2 Q}{A^2 R^{4/3}} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{4n^2 Q^2}{3A^2 R^{7/3}} \frac{\partial R}{\partial t} - \frac{2n^2 Q^2}{A^3 R^{4/3}} \frac{\partial A}{\partial t} \right)$$

设河槽为宽浅矩形,则:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = - \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial X}$$

$$R \approx Y$$

式中 B ——河道水面宽。

经整理后得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} &= D_1 \frac{\partial^2 Q}{\partial X^2} - D_2 \frac{\partial Q}{\partial X} \\ D_1 &= \frac{A^2 Y^{4/3}}{2n^2 QB} \quad D_2 = \frac{5}{3} \frac{Q}{A} \end{aligned} \quad (2-13)$$

如式中的 A 、 V 、 Q 均以平均值表示,那么 D_1 、 D_2 为常数,式(2-13)就变为带有常数的线性偏微分方程,这就是忽略惯性项的扩散波的基本公式。在大多数情况下,这个假定带来的误差,不是很大。因此,在水文学方法中的很多汇流计算方法都以常微分方程来表达,通常可写成高阶线性微分方程 $Q(t) = L[D]I(t)$, $L[D]$ 代表微分算子,也可称传递函数。 $I(t)$ 、 $Q(t)$ 代表输入、输出过程。

(2)任何线性方程都是满足叠加原理的,因此,将输入过程分成若干项之和,则总的输入过程形成的输出过程必等于各分项输入过程形成的输出过程之和。因此,也可以从式(2-13)中解得水文学中常用的表示瞬时单位线的卷积方程:

$$q_t = \int_0^t U(t, \tau) H \tau d\tau \quad (2-14)$$

如系统是线性不变的,则简化为:

$$q_t = \int_0^t U(\tau) H(t - \tau) d\tau \quad (2-15)$$

式中 U ——瞬时单位线;

H ——净雨;

τ ——汇流时间;

q_t ——出流。

式(2-15)的离散矩阵表达式:

$$q = HU \quad (2-16)$$

式中 q ——出流向量;

H ——输入矩阵;

U ——单位线向量。

(3)式(2-13)可以对不同的边界条件得到解。如假设下游是自由边界情况,即不受下游回水、潮水顶托影响的情况。

$$Q(0, t) = I(t) \quad (t \geq 0)$$

$$Q(x, 0) = 0 \quad (x \geq 0)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} Q(x, t) = 0$$

式中 $I(t)$ ——输入过程。

应用拉普拉斯变换解法,可以求得线性系统脉冲响应的表达式^[17]:

$$U(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_1 t}} \frac{x}{t^{3/2}} \exp\left[-\frac{(D_2 t - x)^2}{4D_1 t}\right] \quad (2-17)$$

式中 π ——圆周率。

式(2-17)是汇流曲线的基本公式。目前水文学方法中的很多汇流曲线公式,也都是经一定假定简化而导出的,是圣维南方程组中忽略惯性项在不同边界条件下的解。尽管表达式各有不同,其