数学考研题典丛书

高等数学

考研题典

王学理　编著

NEUPRESS
东北大学出版社

高等数学考研题典

王学理　编著

东北大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学考研题典 / 王学理编著 .— 沈阳 ：东北大学出版社，2002.9

ISBN 7-81054-720-8

Ⅰ.高… Ⅱ.王… Ⅲ.高等数学—研究生—入学考试—试题 Ⅳ.O13－44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 054275 号

出 版 者：东北大学出版社
地址：沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号
邮编：110004
电话：024—83687331（市场部） 83680267（社务室）
传真：024—83680180（市场部） 83680265（社务室）
E-mail：neuph @ neupress.com
http：//www.neupress.com
印 刷 者：北宁市印刷厂
发 行 者：新华书店总店北京发行所
幅面尺寸：140mm×203mm
印 张：17.875
字 数：482 千字
出版时间：2002 年 9 月第 1 版
印刷时间：2002 年 9 月第 1 次印刷
责任编辑：刘宗玉 责任校对：张 力
封面设计：唐敏智 责任出版：杨华宁

定 价：22.00 元

前　　言

从2003年开始．考研科目中“数学”以满分150分记入总成绩，这一变动使数学成绩在总分中的比重由原来的20%提高到30%，“考研数学”的重要性由此可见一斑．正是出于这方面的考虑，加之数学本身概念抽象、计算繁复，我们从强化训练、提高应试能力出发，以帮助考生取得理想成绩为目的，编写出这套《数学考研题典丛书》．丛书共四册，具体为：

- ⊙ **高等数学考研题典**
- ● **线性代数考研题典**
- ● **概率论与数理统计考研题典**
- ● **数学考研题集**

题典（三本）均以试题为主要内容，题集（一本）全书为四十套“数学一”试题，四本书都有全部试题的详解．之所以如此安排，是考虑积蓄力量多年的考生，他们在基础知识、解题方法基本掌握的基础上，还必须做一定数量的典型题，才能达到质的飞跃，向上提高一个层次。

本书为“高等数学”分册，即《高等数学考研题典》．

高等数学作为“考研数学”的最主要组成部分(占60%以上)，其重要性是不言而喻的．如果高等数学考得不好，数学成绩肯定会大打折扣．因此，考生们都非常重视高等数学的学习．其办法大致是：参加考研辅导班，记大量的笔记，做大量的习题，但结果往往是搞得身心疲惫，考试成绩还不理想．

作者认为，在读的本科生读懂了教科书，做完老师留的作业，期末考试顺利通过，这只是有了一个高等数学的基础．以这种水平去“考研”肯定是不行的．那么，应该寻求一条什么样的途径、采用什么方法才能如愿以偿呢？

第一步是将教科书重新细读，做完课后全部习题，这个工作量并不太大，但水平已有提高．

第二步是请名师指点，也可以参加一个不是徒有虚名的考研辅导班，找一本好的辅导书，做一些归类性质的提高题，在解题方法和技巧上下功夫，加深对高等数学内容的理解，悟出其中的道理．

第三步是做一些综合性测试题，通过演练一定深度、一定数量试题的强化训练，由会向熟的方向发展．

但值得注意的是，现在很难找到一本适合考生们演练的“习题集”．市面上流行的各类“考研辅导”、“真题全解”等，往往是习题后紧接答案，读这样的书几乎是在看“习题解答”，读者得不到什么锻炼，因为考题中是不给答案的，实际上连提示也没有．参加考研辅导班是可以的，但找到适合于自己的水平、能切实提高应试能力的考研辅导班也绝非易事，其结果经常是不但没得到什么辅导，还浪费了宝贵的时间．

综上所述，加之对多年讲授高等数学、辅导考研数学的体会、经验的思考，作者认为：对于已经学完高等数学课的学生来说，能有一本囊括各种类型高等数学问题的试题集，并认真去做，定能有收获．对于这类试题集来说，书中试题数量、难易程度的选择，是十分困难的，既要有一定难度以达到提高能力的目的，又不能搞题海战术浪费十分宝贵的时间，同时书后还应附以详解以备考生在必要时参考．正是出于这些考虑，作者编写出这本《高等数学考研题典》，希望它能助广大考生一臂之力．

本书分十二讲，共精选各类测试题 1016 道，其中相当部分来自历年全国“考研”试题和各高校考研试题．每讲均有内容提要，意在用较少的篇幅，叙述重要定义、结论，予以宏观指导。之后是

归类试题，即按内容分类，每类由若干道试题组成．精心选择的各类试题，突出了典型性，面广且不重复，既循序渐进、又重点突出，大部分题均有一定分量，最终目的是让学生在尽可能短的时间内巩固基本概念、掌握解题方法、提高应试能力．所有试题均给出详细解答，一部分给出解题思路和方法，指出易犯的错误并剖析原因．还向读者介绍了许多方便快捷的解题方法，有的还给出多种解法，这些方法是作者多年教学经验的总结，它会大大增进读者对高等数学的理解并有助于应试水平的提高．

相信通过本书的学习能使考生概念清楚、计算能力提高，从而对考试中出现的客观题也会应对自如．因此，本书没有选取客观题，一来节省篇幅，二来重点突出．

建议考生们**独立完成**至少三分之二试题的演练．实在做不出的时候再看试题详解．最后通读一遍试题详解，找出自己的不足之处．

最后再一次提醒读者，要靠自己看书、做题，悟出高等数学的真谛，解题能力才会有质的飞跃．

本书是作者从事几十年高等数学教学、研究心血的结晶．今天把它奉献给立志考研的学子们，希望它能成为你们打开成功之门的一把“金钥匙”．

王学理

2002 年 6 月

目　　录

第一部分　分类试题

第一章　一元函数的极限

一、内容提要

(一) 主要定义

1．$\forall \varepsilon>0$，$\exists N>0$，使得当 $n>N$ 时，恒有 $|x_n-a|<\varepsilon$，则称 a 为数列 $\{x_n\}$ 的极限(也称数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a)，记作 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$．

极限不存在时，说 $\{x_n\}$ 发散．

2．$\forall \varepsilon>0$，$\exists \delta>0$，使得当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，恒有 $|f(x)-A|<\varepsilon$，则称 A 为 $f(x)$ 的当 $x\to x_0$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$．

3．$\forall \varepsilon>0$，$\exists X>0$，当 $|x|>X$ 时，恒有 $|f(x)-A|<\varepsilon$，则称 A 为 $f(x)$ 的当 $x\to\infty$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$．

4．$\forall M>0$，$\exists \delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，恒有 $|f(x)|>M$，则称 $f(x)$ 是当 $x\to x_0$ 时的无穷大量，记作 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$．无穷大量简称为无穷大．

5．若 $\lim\alpha(x)=\lim\beta(x)=0$，且 $\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=0$，则称 $\alpha(x)$ 是 $\beta(x)$ 的高阶无穷小，记成 $\alpha(x)=o(\beta(x))$；若 $\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=\infty$，称

$\alpha(x)$是$\beta(x)$的低阶无穷小；若$\lim\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=C(C\neq0)$，则称$\alpha(x)$是$\beta(x)$的同阶无穷小，记作$\alpha(x)=O(\beta(x))$，当$C=1$时，称$\alpha(x)$是$\beta(x)$的等价无穷小，记成$\alpha(x)\sim\beta(x)$.

(二) 重要结论

1. 若$\lim f(x)=A$，$\lim g(x)=B$，则有

$\lim[f(x)+g(x)]=A+B$，$\lim[f(x)g(x)]=AB$

$$\lim\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{A}{B}\quad(B\neq0)$$

2. 极限存在准则

Ⅰ. 单调有界数列必有极限.

Ⅱ. 若$x_n\leqslant y_n\leqslant z_n$，且$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\lim\limits_{n\to\infty}z_n=a$，则$\lim\limits_{n\to\infty}y_n=a$.

3. 在同一过程中的有界变量与无穷小的乘积是无穷小；有限个无穷小的和是无穷小.

4. $\lim f(x)=A$的充分必要条件是$f(x)=A+\alpha(x)$，此处$\lim\alpha(x)=0$.

5. 洛比达(L'Hospital)法则

$\lim f(x)=\lim g(x)=0$(或∞)，$\lim\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$存在或为∞，则

$$\lim\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

6. 两个重要极限

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$$

7. 若在$\cup(\hat{x},\delta)$内$f(x)\geqslant0(f(x)\leqslant0)$，且$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，那么$A\geqslant0(A\leqslant0)$.

8. 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，且$A>0(A<0)$，则必有$\cup(\hat{x},\delta)$使在此邻域中$f(x)>0(f(x)<0)$.

9. 若极限存在，则其值必然惟一．

10. 任何有界数列都有收敛的子数列．

11. 若 $\lim\varphi(x)=0$，则 $\lim\dfrac{\sin\varphi(x)}{\varphi(x)}=1$.

12. 若 $\lim\varphi(x)=\infty$，则 $\lim\left[1+\dfrac{1}{\varphi(x)}\right]^{\varphi(x)}=\mathrm{e}$.

13. 若 $\lim\varphi(x)=0$，则 $\lim[1+\varphi(x)]^{\frac{1}{\varphi(x)}}=\mathrm{e}$.

注 以上三条中的 $\varphi(x)$ 不等于 0.

14. $a>0$ 时，$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1$.

15. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$.

16. 当 $x\to0$ 时，$x\sim\sin x\sim\tan x\sim\arcsin x\sim\arctan x\sim\mathrm{e}^x-1\sim\ln(1+x)\sim\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$，$1-\cos x\sim\dfrac{1}{2}x^2$，$\sqrt[n]{1+x}-1\sim\dfrac{1}{n}x$，$x-\sin x\sim\dfrac{1}{6}x^3$，$a^x-1\sim x\ln a(a>0,\ a\neq1)$.

注 由 $x\to0$ 时，$\sqrt[n]{1+x}-1\sim\dfrac{1}{n}x$ 立刻得到

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[n]{1+x}-1}{x}=\frac{1}{n}$$

17. 若 $\lim\alpha(x)=\lim\beta(x)=\lim A(x)=\lim B(x)=0$，且 $\alpha(x)\sim A(x)$，$\beta(x)\sim B(x)$，则有

$$\lim\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}=\lim\frac{A(x)}{B(x)}$$

和
$$\lim[1+\alpha(x)]^{\frac{1}{\beta(x)}}=\lim[1+A(x)]^{\frac{1}{B(x)}}=\mathrm{e}^{\lim\frac{A(x)}{B(x)}}$$

注 分母 $\beta(x)$，$B(x)$ 不能取 0.

18. 不为零的无穷小的倒数为无穷大，无穷大的倒数为无穷小．

19. 若 $a_0b_0\neq0$，则

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_0x^m+a_1x^{m-1}+a_2x^{m-2}+\cdots+a_m}{b_0x^n+b_1x^{n-1}+b_2x^{n-2}+\cdots+b_n}=\begin{cases}\dfrac{a_0}{b_0}, & n=m\\ 0, & n>m\\ \infty, & n<m\end{cases}$$

20. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{ax+b}{ax+c}\right)^{hx+k}=\mathrm{e}^{\frac{(b-c)h}{a}}$.

21. 设 $\lim\varphi(x)=1$, $\lim\psi(x)=0$, $\varphi(x)$与 $\psi(x)$可导，且 $\lim\dfrac{\varphi'(x)}{\varphi(x)\psi'(x)}$存在，则

$$\lim\varphi(x)^{\frac{1}{\psi(x)}}=\exp\lim\frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)\psi'(x)}$$

22. 设 $x\to x_0$ 时，$\alpha=o(\beta)$且 $\beta\sim\tilde{\beta}$，则 $\alpha+\beta\sim\tilde{\beta}$.

23. 设 α，$\tilde{\alpha}$，β，$\tilde{\beta}$ 均为$x\to x_0$ 的无穷小，且 $\alpha\sim\tilde{\alpha}$，$\beta\sim\tilde{\beta}$，又 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\beta}{\alpha}=C\quad(C\neq-1)$，则

$$\alpha+\beta\sim\tilde{\alpha}+\tilde{\beta}$$

注 $C\neq1$ 时，$\alpha-\beta\sim\tilde{\alpha}-\tilde{\beta}$.

24. 设 $f(x)$在$[a, b]$上连续，则

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left[a+\frac{k}{n}(b-a)\right]\frac{b-a}{n}=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$$

25. $\lim u(x)^{v(x)}$呈 1^{∞}型，则

$$\lim u(x)^{v(x)}=\exp\lim[u(x)-1]v(x)$$

26. $\lim\varphi(x)=0$, $\lim\psi(x)=0$，则

$$\lim[1+\varphi(x)]^{\frac{1}{\psi(x)}}=\mathrm{e}^{\lim\frac{\varphi(x)}{\psi(x)}}$$

若 $\varphi(x)\sim\tilde{\varphi}(x)$，$\psi(x)\sim\tilde{\psi}(x)$，又有

$$\lim[1+\varphi(x)]^{\frac{1}{\psi(x)}}=\mathrm{e}^{\lim\frac{\tilde{\varphi}(x)}{\tilde{\psi}(x)}}$$

27. $\lim\varphi(x)=0$, $\lim\omega(x)=\infty$，则

$$\lim[1+\varphi(x)]^{\omega(x)}=e^{\lim\varphi(x)\omega(x)}$$

二、归类试题

（一）用代数方法求极限

0001 求$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{k^2+3k+1}{(k+2)!}$.

0002 求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}\right)}{(n+1)+2(n+2)+3(n+3)+\cdots+n(n+n)}$.

0003 求$\lim\limits_{x\to+\infty}(\cos\sqrt{x+1}-\cos\sqrt{x})$.

0004 设有$\{x_n\}$，$x_1=a$，$x_2=b$，$x_n=\dfrac{1}{2}(x_{n-1}+x_{n-2})$，$n=3,4,\cdots$，求$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

0005 求$\lim\limits_{n\to\infty}\sin^2\pi\sqrt{n^2+n}$.

0006 求$\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{1}{1\cdot2}+\dfrac{1}{2\cdot3}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)}\right]$.

0007 求$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\cdots\sqrt{3}}}}$(共有 n 个根号).

0008 求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2x-3)^{20}(3x+2)^{30}}{(5x+6)^{50}}$.

0009 求$\lim\limits_{x\to-8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$.

0010 设$|x|<1$，求$\lim\limits_{n\to\infty}[(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\cdots(1+x^{2^n})]$.

（二）利用定义与准则研讨极限

0011 利用定义证明$\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x-3}{x}=0$.

0012 求$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}$.

0013 求$\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{\sin\frac{\pi}{n}}{n+1}+\dfrac{\sin\frac{2\pi}{n}}{n+\frac{1}{2}}+\cdots+\dfrac{\sin\pi}{n+\frac{1}{n}}\right]$.

0014 设$x_1=\sqrt{a}$，$x_2=\sqrt{a+\sqrt{a}}$，…

$x_n=\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a+\cdots+\sqrt{a}}}}$（$n$ 个根号），求$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

0015 设 $x_1=10$，$x_{n+1}=\sqrt{6+x_n}$（$n=1, 2, \cdots$），求$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

0016 设$-1<x_0<0$，$x_{n+1}=x_n^2+2x_n$，$n=0, 1, 2, \cdots$，试求$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

0017 求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!}{n^n}$.

0018 设 $a>0$，求$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}$.

0019 求$\lim\limits_{n\to\infty}(a_1^n+a_2^n+\cdots+a_m^n)^{\frac{1}{n}}$，其中 $a_i>0$，$i=1, 2, \cdots, m$.

0020 设 $x_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(x_n+\dfrac{a}{x_n}\right)$，$n=0, 1, 2, \cdots$，$a>0$，$x_0>0$，求$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

0021 利用不等式 $\ln(1+n)<1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}<1+\ln n$，求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{k}}{\ln n}$.

0022 设 α，β 为正实数，求$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^\alpha}{e^{\beta x}}$的值.

0023 求$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{2^{\frac{k}{n}}}{n+\frac{1}{k}}$.

0024 设 $x_1=1$，$x_n=1+\dfrac{x_{n-1}}{1+x_{n-1}}$（$n=2, 3, \cdots$），求$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

（三）重要极限的使用（主要是第二个重要极限）

0025 求$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{3x+1}$.

0026 求$\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2x}{x+1}\right)^{\frac{4x}{x-1}}$.

0027 求$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\arcsin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

0028 求$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\tan^2 x}$.

0029 求$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}\right)^{2n}$.

0030 设$a>0$，$b>0$，$c>0$，$a\neq1$，$b\neq1$，$c\neq1$，求

$$\lim_{x\to0}\left(\frac{a^x+b^x+c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$$

0031 求$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-\sqrt{\cos x}}{x\tan x}$.

0032 设a，b，c，h，k为常数，a，c不全是零，试证$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{ax+b}{ax+c}\right)^{hx+k}=\mathrm{e}^{\frac{(b-c)h}{a}}$，并以此求$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+8}{3x+2}\right)^{5x+4}$.

（四）等价替换的使用

0033 求$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

0034 求$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(\sqrt{1+\tan2x}-\sqrt{1-\tan2x})(1-\cos x^2)}{x^2(\mathrm{e}^x-1)\sin3x\cdot\ln(1+5x)}$.

0035 求$\lim\limits_{x\to0}[1+\tan^2 3x]^{1/\sin^2 x}$.

0036 求$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(\sin^2 x+\mathrm{e}^x)-x}{\ln(\mathrm{e}^{2x}-x^2)-2x}$.

0037 $a>0$，$a\neq1$，求$\lim\limits_{x\to+\infty}x^2\left(a^{\frac{1}{x}}-a^{\frac{1}{x+1}}\right)$.

0038 求 $\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\int_0^{x^2}\sin^{3/2}t\,\mathrm{d}t}{\int_0^x t(t-\sin t)\mathrm{d}t}$.

0039 已知当 $x\to0$ 时 $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}}-1$ 与 $\cos x-1$ 是等价无穷小，求 a 的值．

0040 求

$$\lim_{x\to0}[1+(e^{2x}-1)(\tan3x)(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})]^{1/[(2^{3x}-1)(1-\cos5x)]}$$

0041 求 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{\tan x}-e^{\sin x}}{\sqrt{4+x^3}-2}$.

0042 求 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-x^2-e^{-x^2}}{\sin^4 2x}$.

0043 求 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e-e^{\cos x}}{x\sin x}$.

0044 设 a，b 为常数，且 $a>0$，求

$$\lim_{x\to+\infty}\ln(1+e^{ax})\ln\left(1+\frac{b}{x}\right)$$

0045 求 $\lim\limits_{x\to0}\cot x\cdot\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)$.

0046 求 $\lim\limits_{x\to0}(1+3x)^{\frac{2}{\sin x}}$.

0047 求 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arctan x\cdot(e^{\arcsin3x}-1)(\sqrt{1+x}-1)}{(1-\cos x)\cdot\ln(1+\sin2x)}$.

0048 求 $\lim\limits_{x\to0}[1+(\arctan^3 3x)\cdot(\sqrt{x^2+1}-1)]^{1/[(e^{x^3}-1)(1-\cos x)]}$.

（五）极限式中常数的确定

0049 求 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$，求 a，b 的值．

0050 设 $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-ax^2-x+4}{x+1}=l$，求 a 和 l 的值．

0051 设 $\lim\limits_{x\to+\infty}(5x-\sqrt{ax^2+bx+1})=2$，求 a，b 的值．

0052 设$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{bx-\sin x}\int_0^x\dfrac{t^2}{\sqrt{a+t}}\mathrm{d}t=1$，求 a，b 的值$(a>0)$．

0053 试确定 a，b，c 的值，使$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{ax-\sin x}{\int_b^x\dfrac{\ln(1+t^3)}{t}\mathrm{d}t}=c$ $(c\neq0)$．

0054 试确定 a，b 的值，使 $f(x)=x-(a+b\cos x)\sin x$ 是当 $x\to0$ 时 x 的 5 阶无穷小，并求$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x^5}$．

0055 设$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+ax+b}{1-x}=5$，求 a，b 的值．

0056 求 c 值，使 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+c}{x-c}\right)^x=\int_{-\infty}^c te^{2t}\mathrm{d}t$．

0057 设 $f(x)=\dfrac{px^2-2}{x^2+1}+3qx+5$，当 $x\to\infty$时，p，q 取何值时，$f(x)$为无穷小？又 p，q 取何值时，$f(x)$为无穷大量？

0058 已知$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{f(x)}{\sin x}}-1}{x(e^x-1)}=A$ $(A\neq0)$，求 a 和 b，使 $f(x)\sim ax^b$．

0059 设 $\lim\limits_{x\to+\infty}[\sqrt{ax^2+bx+c}-kx-m]=0(a>0)$，求 k，m，并求 $\lim\limits_{x\to+\infty}x(\sqrt{ax^2+bx+c}-kx-m)$的值．

（六）洛比达(L'Hospital)法则

0060 求$\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$．

0061 求$\lim\limits_{x\to+0}\left[\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right]^{\frac{1}{x}}$．

0062 求$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}{2}\right)^n$$(a>0,\ b>0,\ a\neq1,\ b\neq1)$．