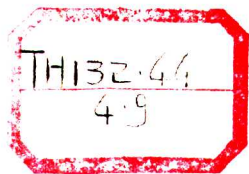


# 圆柱蜗杆传动啮合原理

YUANZHUWOGAN  
CHUANDONG  
NI HEYUANLI

天津科学技术出版社



封面设计：李纪来

统一书号：15212·55

定 价：0.45 元

# 圆柱蜗杆传动啮合原理

王树人 刘平娟 编著

天津科学技术出版社

# 期 限 表

请于下列日期前将书还回

## 圆柱蜗杆传动啮合原理

王树人 刘平娟 编著

\*

天津科学技术出版社出版

天津市赤峰道124号

天津新华印刷一厂印刷

天津市新华书店发行

\*

开本 787×1092毫米 1/32 印张 4 3/4 字数 97,000

一九八二年四月第一版

一九八二年四月第一次印刷

印数：1-8,100

统一书号：15212·55 定价：0.45元

285049

## 内 容 提 要

本书系统地阐述了车削的圆弧齿圆柱蜗杆传动和磨削的凹面齿圆柱蜗杆传动等两种新型圆柱蜗杆传动的啮合原理，也介绍了阿基米德蜗杆传动、渐开线蜗杆传动、延伸渐开线蜗杆传动和曲纹面蜗杆传动等四种普通圆柱蜗杆传动的啮合原理，为进行圆柱蜗杆传动设计和啮合质量分析提供了一整套计算公式。

本书可供从事机械制造的工程技术人员和大专院校有关专业的师生及研究生参考。

## 前 言

蜗杆传动是用于传递交错轴之间的运动和动力的空间啮合传动装置。两交错轴之间的夹角可为任意的，但通常取为 $90^\circ$ 。蜗杆传动的的基本元件是蜗杆和蜗轮。在多数情况下，蜗杆为主动，蜗轮为从动。

蜗杆传动的主要优点是：结构紧凑，工作平稳，噪音小，可实现大传动比（传递动力时， $i = 5 \sim 80$ ；传递运动时， $i_{\max} = 1,500$ ），能自锁，可用于高精度的分度机构等。其主要缺点是效率低，耗费有色金属。

随着先进的新型蜗杆传动的出现，效率低的弱点将逐渐得到改善。因而，蜗杆传动在国内外被广泛采用并达到了较高的水平。据不完全了解，其生产水平已达到：

1. 蜗杆传递输出扭矩（即蜗轮轴上的扭矩） $M_2 = 70,000$  公斤·米；
2. 蜗轮轮齿所承受的圆周力  $P = 80,000$  公斤；
3. 蜗杆传递的功率  $N = 14,000$  马力；
4. 蜗杆传动的中心距  $A = 2,000$  毫米以上；
5. 蜗杆转速  $n_1 = 40,000$  转/分；
6. 蜗杆圆周速度  $V_1 = 69$  米/秒；
7. 蜗杆传动效率  $\eta = 98\%$ ；

蜗杆蜗轮传动比  $i = 1 \sim 5$  范围的蜗杆传动，被采用的越来越多。

蜗杆传动中，蜗杆与蜗轮的啮合特性主要决定于蜗杆和蜗轮共轭齿面的形成。大多数蜗杆传动都是以蜗杆为第一曲面（刀具曲面），利用直接展成法（奥里费第二方法）来形成蜗轮齿面。所以，蜗轮副的啮合特性又决定于蜗杆齿面的性质。而蜗杆齿面的形成是用直线刃廓（或曲线刃廓）的车刀（或圆盘砂轮）相对蜗杆毛坯在给定螺旋运动参数的条件下，做螺旋运动而形成的。用不同的刀具（或刀具刃廓）及相对蜗杆毛坯不同的刀具安装位置，可形成不同的蜗杆螺旋面。蜗杆和蜗轮啮合时呈线接触。

蜗杆传动失效的主要形式是胶合和磨损。为了使蜗杆传动具有大的承载能力、高的效率和长的寿命，必须使蜗杆与蜗轮两共轭齿面间形成液体润滑油膜。能否实现这样的工作条件，关键决定于蜗杆传动的接触线形状与分布；接触线方向与相对速度方向的夹角、两共轭齿面间的诱导法曲率等指标。这些指标的优劣与蜗杆传动的参数有密切关系。只有选择最佳的参数组合，才能达到承载能力大、传动效率高及寿命长等要求。为了避免蜗轮齿面产生根切和判断蜗杆齿面参加啮合部分的大小，还应该确定出蜗杆传动时的根切界限曲线和啮合界限曲线。根据上述要求，我们对圆柱蜗杆传动进行了系统的分析研究，推导出六种圆柱蜗杆传动的方程式：蜗杆齿面方程式；啮合方程式；接触线方程式；一界曲线方程式；二界曲线方程式；诱导法曲率计算公式；接触线方向与相对速度方向之夹角的计算公式。从而，使圆柱蜗杆传动的啮合原理臻于完善。

应该指出，做线接触的蜗杆传动对制造和安装误差很敏感，往往由此而降低了蜗杆传动的效率、承载能力和使用寿命。

命。为了解决这一课题，有效的方法之一就是対蜗杆和蜗轮齿面进行曲率修正，使做线接触的蜗杆传动变成有控点接触的蜗杆传动。因篇幅所限，关于有控点接触蜗杆传动的理论及实践本书未作介绍。

由于我们的水平所限，书中一定会有缺点和错误，热忱地希望读者批评指正。

在本书的写作过程中，曾得到南开大学严志达教授等同志的指导和帮助，特此致谢。

王树人 刘平娟

1979年11月于天津大学



# 目 录

<b>第一篇 新型圆柱蜗杆传动</b> .....	(1)
<b>第一章 车削的圆弧齿圆柱蜗杆传动</b> .....	(3)
一、坐标变换 .....	(3)
二、蜗杆齿面方程式 .....	(7)
三、啮合方程式 .....	(11)
四、接触线方程式 .....	(14)
五、啮合区 .....	(16)
六、轨迹曲面的法曲率和短程挠率 .....	(20)
七、蜗杆与蜗轮啮合时的诱导法曲率 .....	(33)
八、两类界限曲线 .....	(37)
九、相对速度方向和接触线方向的夹角 .....	(40)
<b>第二章 磨削的凹面齿圆柱蜗杆传动</b> .....	(43)
一、磨削方法及蜗杆齿面方程式 .....	(43)
二、蜗杆与蜗轮啮合时的瞬时接触线 .....	(51)
三、啮合区方程式 .....	(56)
四、蜗杆与蜗轮啮合时的诱导法曲率 .....	(58)
五、两类界限曲线 .....	(67)
六、瞬时接触线方向与相对速度方向的夹角 .....	(68)
<b>第二篇 普通圆柱蜗杆传动</b> .....	(70)
<b>第三章 阿基米德蜗杆传动</b> .....	(71)
一、蜗杆螺旋面方程式 .....	(71)
二、啮合方程式和接触线方程式 .....	(74)
三、蜗杆与蜗轮啮合时的诱导法曲率 .....	(76)

四、两类界限曲线 .....	(83)
五、相对速度方向与接触线方向的夹角 .....	(84)
<b>第四章 渐开线蜗杆传动 .....</b>	<b>(85)</b>
一、蜗杆螺旋面方程式 .....	(85)
二、啮合方程式和接触线方程式 .....	(88)
三、蜗杆与蜗轮啮合时的诱导法曲率 .....	(90)
四、两类界限曲线 .....	(97)
五、相对速度方向与接触线方向的夹角 .....	(98)
<b>第五章 延伸渐开线蜗杆传动 .....</b>	<b>(99)</b>
一、蜗杆螺旋面方程式 .....	(99)
二、啮合方程式和接触线方程式 .....	(104)
三、蜗杆与蜗轮啮合时的诱导法曲率 .....	(107)
四、两类界限曲线 .....	(113)
五、相对速度方向与接触线方向的夹角 .....	(115)
<b>第六章 曲纹面蜗杆传动 .....</b>	<b>(116)</b>
一、曲纹面蜗杆螺旋面方程式 .....	(117)
二、蜗杆与蜗轮啮合时的瞬时接触线 .....	(123)
三、蜗杆与蜗轮啮合时的诱导法曲率 .....	(129)
四、两类界限曲线 .....	(134)
五、瞬时接触线方向与相对速度方向的夹角 .....	(136)
<b>〔附录〕 .....</b>	<b>(137)</b>
I 诱导法曲率计算公式汇总 .....	(137)
II 诱导短程挠率计算公式汇总 .....	(142)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(143)</b>

## 第一篇 新型圆柱蜗杆传动

随着生产的发展，动力蜗杆传动在高速、重载、小速比条件下使用得越来越多。为了适应这种要求，人们不断地探索提高蜗杆传动质量的途径。这首先是寻找最佳的齿廓形状，其次是提高蜗杆齿面的硬度、蜗杆和蜗轮的光洁度、传动精度等指标，以期获得良好的使用性能和工艺性能。近几十年来，国内外在蜗杆传动的研制上取得了很大的进展，相继出现了很多种新型蜗杆传动，例如圆弧齿圆柱蜗杆传动，平面二次包络弧面蜗杆传动及锥蜗杆传动等等。

圆弧齿圆柱蜗杆传动，首先出现在西德，继而出现在苏联、日本等国。我国从六十年代初也开始了这种新型蜗杆传动的研制。十多年来，我国在研制和生产方面都取得了很大的成绩，仅天津蜗轮减速机厂就生产了6,000余对蜗轮副。实践证明，圆弧齿圆柱蜗杆比阿基米德蜗杆的承载能力高50~100%；传动效率约高10~15%；在相同条件下，使用寿命增加一倍至两倍。这就为广泛采用这种新型圆柱蜗杆传动创造了条件。随着对啮合理论的深入研究，必将使圆弧齿圆柱蜗杆传动的啮合原理更臻于完善。本篇主要介绍两种类型的圆弧齿圆柱蜗杆传动的啮合原理。一种是车削的圆弧齿圆柱蜗杆传动，即蜗杆轴截面的齿形为圆弧齿形的；另一种是磨削的凹面齿圆柱蜗杆传动，即蜗杆螺旋面是用圆盘砂轮磨削而成的。由于磨削蜗杆时所用砂轮的轴截面廓线是圆

弧的一部分，所以，在我国，目前把磨削的凹面齿圆柱蜗杆传动也称做圆弧齿圆柱蜗杆传动。这两种蜗杆传动的蜗轮齿面是采用直接展成法形成的。用这种方法加工蜗轮时，将滚刀的形状做成与蜗杆完全一样，并且滚刀和蜗轮毛坯之间的相对运动关系与蜗杆传动时完全相同。这样加工出来的蜗轮就能够与蜗杆正确啮合，实现所要求的运动关系，做线接触连续啮合传动。

# 第一章 车削的圆弧齿圆柱蜗杆传动

## 一、坐标变换

在研究蜗杆啮合时，需要多次写出反映坐标轴的回转及其原点平移的坐标变换公式。为了使坐标变换公式的写法条理化 and 校核所完成的变换，最好利用矩阵作为一种算子，把各个坐标系之间的变换表示为算符的形式。利用本书参考文献〔2〕中所介绍的方法，可推导出研究圆弧齿圆柱蜗杆传动时所需要的坐标变换公式。因篇幅所限，这里仅给出最终结果。

### 1. 车削蜗杆时的坐标变换公式

圆弧齿圆柱蜗杆的螺旋面是用车刀车削出来的，该车刀的切削刃是半径为 $\rho$ 的一段圆弧，车刀的切削刃所在的平面安装在蜗杆的轴截面内。先做一个假定：车削蜗杆时，蜗杆不动，让车刀绕 $\vec{k}_1$ 轴做螺旋运动（如图 1-1 所示）。我们选用两个坐标系：与蜗杆相固连的坐标系 $\Sigma_1 = [O_1; \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1]$ ；与车刀相固连的坐标系 $\Sigma_u = [O_u; \vec{i}_u, \vec{j}_u, \vec{k}_u]$ 。坐标系 $\Sigma_u$ 相对 $\Sigma_1$ 的运动是：当 $\Sigma_u$ 绕 $\vec{k}_1$ 轴回转过 $\varphi_u$ 角时，其坐标原点 $O_u$ 沿 $\vec{k}_1$ 方向移动一个距离 $p\varphi_u$ 。这里 $p$ 为螺旋运动参数。图 1-1 给出的蜗杆为右旋的情况。在本书各章节中，不再另做说明，均是讨论右旋蜗杆的情况。

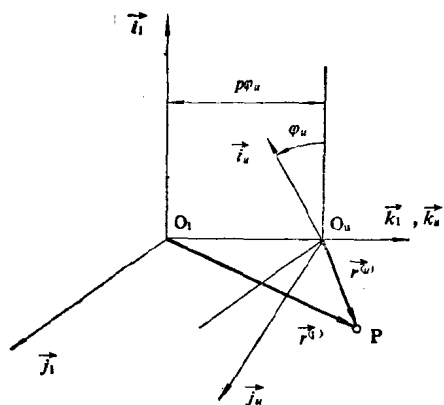


图1-1 车削蜗杆时的坐标系

从坐标系  $\Sigma_u$  变换到  $\Sigma_1$  的矩阵为：

$$M_{1u} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_u & -\sin\varphi_u & 0 & 0 \\ \sin\varphi_u & \cos\varphi_u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & p\varphi_u \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

从坐标系  $\Sigma_1$  变换到  $\Sigma_u$  的矩阵为：

$$M_{u1} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_u & \sin\varphi_u & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_u & \cos\varphi_u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -p\varphi_u \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

## 2. 蜗杆与蜗轮啮合时的坐标变换公式

为了研究蜗杆与蜗轮啮合，采用三个坐标系（如图1-2所示）：与蜗杆相固连的动坐标系  $\Sigma_1 = [O_1; \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1]$ ；与蜗轮相固连的动坐标系  $\Sigma_2 = [O_2; \vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2]$ ；及固定坐

标系  $\Sigma = [O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}]$ 。相对这个固定坐标系，我们将给出动坐标系的位置。 $\vec{k}_1$ 和 $\vec{k}_2$ 分别表示蜗杆与蜗轮的回转轴，两轴的交错角为 $90^\circ$ ， $A_0$ 是两回转轴间的最短距离。坐标系 $\Sigma_p = [O_p; \vec{i}_p, \vec{j}_p, \vec{k}_p]$ 是为推导坐标变换公式所采用的一个辅助固定坐标系。

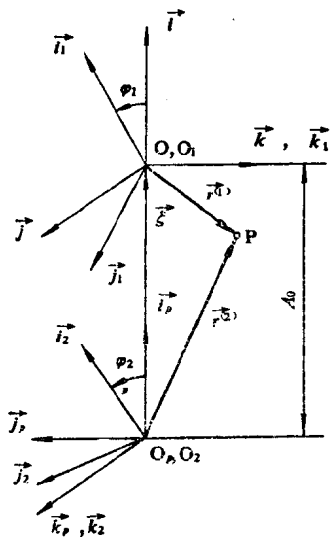


图1-2 蜗杆与蜗轮啮合时的坐标系

蜗杆与蜗轮做连续啮合传动时，蜗杆绕 $\vec{k}_1$ 轴回转过 $\varphi_1$ 角，对应的蜗轮绕 $\vec{k}_2$ 轴就回转过 $\varphi_2$ 角，则传动比为：

$$i_{12} = \frac{d\varphi_1}{dt} : \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{\omega^{(1)}}{\omega^{(2)}} \quad (1.3)$$

其中 $\omega^{(1)}$ 和 $\omega^{(2)}$ 分别为蜗杆和蜗轮的回转角速度。

从坐标系 $\Sigma_1$ 变换到 $\Sigma$ 的矩阵为：

$$M_{01} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

从坐标系 $\Sigma$ 变换到 $\Sigma_1$ 的矩阵为:

$$M_{10} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

从坐标系 $\Sigma_2$ 变换到 $\Sigma$ 的矩阵为:

$$M_{02} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_2 & -\sin\varphi_2 & 0 & -A_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi_2 & -\cos\varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

从坐标系 $\Sigma$ 变到 $\Sigma_2$ 的矩阵为:

$$M_{20} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_2 & 0 & -\sin\varphi_2 & A_0\cos\varphi_2 \\ -\sin\varphi_2 & 0 & -\cos\varphi_2 & -A_0\sin\varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

从坐标系 $\Sigma_1$ 变换到 $\Sigma_2$ 的矩阵为:

$$M_{21} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_1\cos\varphi_2 & -\sin\varphi_1\cos\varphi_2 & -\sin\varphi_2 \\ -\cos\varphi_1\sin\varphi_2 & \sin\varphi_1\sin\varphi_2 & -\cos\varphi_2 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\left. \begin{array}{c} A_0 \cos \varphi_2 \\ -A_0 \sin \varphi_2 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right\} \quad (1.8)$$

从坐标系  $\Sigma_2$  变换到  $\Sigma_1$  的矩阵为:

$$M_{12} = \left( \begin{array}{ccc} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 & -\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & \sin \varphi_1 \\ -\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 & \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & \cos \varphi_1 \\ -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -A_0 \cos \varphi_1 \\ A_0 \sin \varphi_1 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right) \quad (1.9)$$

## 二、蜗杆齿面方程式

车削蜗杆时, 车刀原始安装位置如图1-3所示, 该图是蜗杆的一个轴截面。

车刀刃口曲线  $I'$  上任意点  $P$  在  $\Sigma_u$  中的径矢  $\vec{r}^{(u)}$  的方程式为:

$$\vec{r}^{(u)} = x_u \vec{i}_u + y_u \vec{j}_u + z_u \vec{k}_u \quad (1.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_u = \rho \sin \theta' - b \\ y_u = 0 \\ z_u = \rho \cos \theta' - a \end{array} \right. \quad (1.11)$$

式中  $\rho$ ——齿廓圆弧半径;

$a$ 、 $b$ ——齿廓圆弧中心在  $\Sigma_u$  中的坐标值;