單元操作 輸送現象 問題詳解

C. O. 贝内特　J. E. 迈尔斯　原著

曉園出版社

世界图书出版公司

单元操作与输送现象问题详解 第3版

〔美〕C.O. 贝内特　J.E. 迈尔斯 原著

蔡启祥　黄灯辉 译著

*

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝阳门内大街137号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

*

1993年1月第一版　开本：850×1168 1/32

1993年1月第一次印刷　印张：19.5

印数：0001－700　字数：46.8万字

ISBN：7－5062－1470－9/Z·56

定价：13.30元 (W_B9206/13)

前言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與舖路的工作。

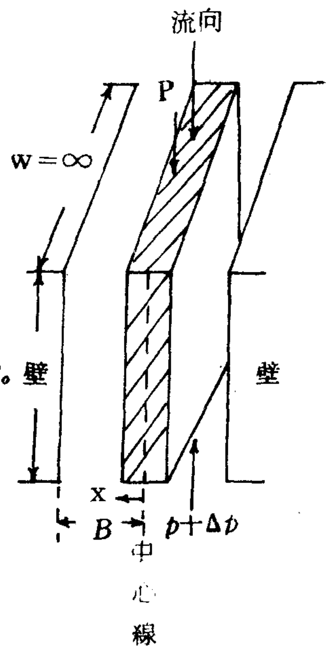
一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

單元操作 輸送現象 問題詳解

（目　錄）

第二章　流體行爲緒論

2-1　試導出牛頓流體層流流經高 y_o ，無限寬的狹縫時，其與方程式（ 2-14 ）和（ 2-15 ）類比的速度分佈和壓力降落的方程式爲何？



解：取距離中心線左右各爲x之基體（如圖示斜線體，厚爲$2x$，寬度 $\omega=\infty$．高爲 y_0 ）作力的平衡：

(1)壓力作用在上下兩面，即

$$P(2x\cdot w)-(P+\Delta P)(2x\cdot w)$$

(2)重力爲

$$(2x\cdot w\cdot y_o)\rho g/g_c$$

(3)基體兩面之切壓（shear stress）

$$-2(w\cdot y_o)\cdot\tau$$

在穩流（steady flow）下三者合力爲零

$$\therefore(-\Delta p)(2x\cdot w)+(2x\cdot w\cdot y_o)\rho g/g_c-2(w\cdot y_o)\tau=0$$

所以切壓爲：

$$\tau=\frac{(2x\cdot w)(-\Delta p)+(2x\cdot w\cdot y_o)\rho g/g_c}{2w\cdot y_o}$$

$$=\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]x \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

對牛頓流體爲：

$$\tau=\frac{\mu}{g_c}\left[-\frac{du}{dx}\right]=\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]x$$

移項整理：

$$\int_{u\max}^{u}du=\int_0^x-\frac{g_c}{\mu}\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]x\,dx$$

上式已用到〃中心線之速度最大〃之邊界條件。

$$\therefore u=u_{max}-\frac{g_c}{2\mu}\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]x^2 \cdots\cdots\cdots(2)$$

假設在兩壁無滑動（no slip）則 $x=B$ 時，$u=0$

代入(2)式得：

$$u_{max}=\frac{g_c}{2\mu}\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]B^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

此式與（2-14）同類。將(2)(3)相除得

$$u=u_{max}\left[1-\left(\frac{x}{B}\right)^2\right]$$

此式與（2-15）同類。

2-2 重複問題 2-1，但流體爲擬塑性流體，遵守方程式（2-5），但 $n=0.5$。

解：上題（2-1）題導至公式(1)，皆適用於本題，所以

$$\tau=\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]x \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

流體適用冪律（power low）且 $n=0.5$

$$\therefore \tau=\frac{K}{g_c}\left(\frac{du}{dx}\right)^{0.5}=\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]x$$

化簡：

$$\frac{du}{dx}=\left(\frac{g_c}{K}\right)^2\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]^2 x^2$$

積分：

$$\int_{u_{max}}^{u} du=\left(\frac{g_c}{K}\right)^2\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]^2\int_0^x x^2dx$$

$$\therefore u=u_{max}-\left(\frac{g_c}{K}\right)^2\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]^2\cdot\frac{x^3}{3} \cdots(2)$$

假設在兩壁無滑動現象，則 $x=B$ 時，$u=0$

代入(2)式得：

$$u_{max}=\left(\frac{g_c}{K}\right)^2\left[\frac{(-\Delta p)}{y_o}+\frac{\rho g}{g_c}\right]^2\cdot\frac{B^3}{3} \cdots\cdots(3)$$

此式與（2－14）同類。將(2)(3)相除得：

$$u=u_{max}\left[1-\left(\frac{x}{B}\right)^{3}\right]$$

此式與（2－15）同類。

2－3　牛頓流體層流流下一無限寬的平面，試求在液體層內的速度分佈和在自由表面的速度爲何？

解：取距自由表面爲 x 之基體（如圖示斜線體，其厚爲 x，長爲 L，寬爲∞）作力的平衡：

(1)壓力上下相同，皆爲大氣壓力，故淨壓力爲零。

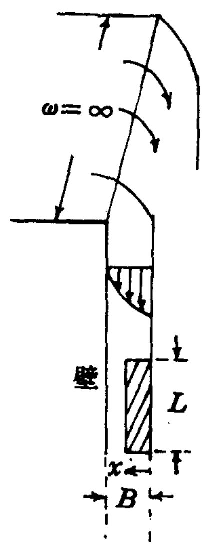
(2)重力爲：$(x, L, w)\,\rho g/g_c$

(3)切壓只有一面（另一面與空氣接觸，切壓很小，可省略）：

$-(w\cdot L)\,\tau$

在穩流下，合力爲零，所以

$(x\cdot L\cdot w)\,\rho g/g_c-(w\cdot L)\tau=0$



整理得切壓爲：

$$\tau=\frac{(x\cdot L\cdot w)\rho g/g_c}{w\cdot L}$$

$$=\left(\frac{\rho g}{g_c}\right)x \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

流體爲牛頓流體：

$$\tau=\frac{\mu}{g_c}\left[-\frac{du}{dx}\right]=\left(\frac{\rho g}{g_c}\right)x$$

積分：$\displaystyle\int_{u_{max}}^{u} du=-\left(\frac{\rho g}{\mu}\right)\int_0^x x\,dx$

$$\therefore u=u_{max}-\frac{\rho g}{\mu}\cdot\frac{x^2}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

假設與壁接觸表面無滑動現象，即 $x=B$ 時，$u=0$

代入上式得自由表面流速：

$$u_{max}=\frac{\rho g}{\mu}\cdot\frac{B^2}{2}\quad\cdots\cdots(3)$$

(2) (3) 相除得速度與液層位置之關係式：

$$u=u_{max}\left[1-\left(\frac{x}{B}\right)^2\right]$$

2-4　溫度 20℃的水流經 3m 長，10 mm- I D的管子，中央線的速度爲0.07m/sec，試求所需要的壓力降落？

解：水可視爲牛頓流體，查表 A-9 或 A-10 得到20℃時之粘度 $\mu=1.005\,CP$，密度 $\rho=1000\,kg/m^3$（查表 A-7）

(1)判斷是否爲層流。

$$Re=\frac{D\,U_b\,\rho}{\mu}<\frac{D\,U_{max}\,\rho}{\mu}$$

$$=\frac{(0.010)(0.07)(1000)}{1.005\times10^{-3}}=696<2100$$

其中 U_{max} 即爲中心線速度。

顯然是層流，所以課本公式（2－14）適用於本題，在此已假設爲水平流動。

(2)求壓力降落：

$$U_{max}=\frac{(-\Delta P)\,g_c\,r_1^2}{4\mu L}\quad\cdots\cdots(2-14)$$

$$\therefore(-\Delta P)=\frac{4\mu L\,U_{max}}{g_c\,r_1^2}$$

$$=\frac{4(1.005\times10^{-3})(3)(0.07)}{(1)\times(½\times0.01)^2}$$

$$=33.77\ nt/m^2=33.77\ Pa$$

2-5　在溫度爲 68°C 和一大氣壓下，空氣以 3 in/sec 的速度流經問題 2-4 的管子，試求所須要的壓力降落？單位爲psi 。

解：空氣 68° F及 1 atm之性質，查表 $A-8$ 與 $A-2$ 得粘度 $\mu=0.018\,CP$；查表 $A-23$ 得密度 $\rho=\frac{1}{v_a}=\frac{1}{13.298}$

(lb/ft³)

(1)判斷是否為層流

$$R_e=\frac{Du_b\rho}{\mu}<\frac{Du_{max}\rho}{\mu}=\frac{(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12})(\frac{3}{12})(\frac{1}{13.298})}{(0.018\times6.72\times10^{-4})}$$

$$=65<2100$$

顯然是層流，又氣體屬於牛頓流體所以(2-14)適用於本題，在此已假設為水平流動。

$$(2)\ (-\Delta p)=\frac{4\mu Lu_{max}}{g_c r_i^2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (2\text{-}14)$$

$$=\frac{4(0.018\times6.72\times10^{-4})(10)(3/12)}{(32.174)(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{12})^2}$$

$$=8.7\times10^{-3}\ lb_f/ft^2$$

$$=6.0\times10^{-5}\ psi$$

或併用2-4題之計算

$$(-\Delta p)_{air}=(-\Delta p)_{H_2O}\cdot\frac{\mu_{air}}{\mu_{H_2O}}$$

$$=(3.36\times10^{-3})\cdot\left(\frac{0.018}{1.005}\right)$$

$$=6.0\times10^{-5}\ (psi)$$

2-6　10°C水層流流經1-cm-ID的管子，離管壁5 mm處的流速為10 cm/sec，試求沿著管子的壓力變化速率？單位為torr/cm。

解：水10°C時查表A－10得粘度$\mu=1.3077\,CP$；密度$\rho=1\ g/cm^3$；距管壁5 mm處之速度為10 cm/sec，此即為最大速度，因管內徑為1 cm=10 mm

(1)判斷是否為層流

$$R_e=\frac{Du_b\rho}{\mu}<\frac{Du_{max}\rho}{\mu}=\frac{(1)(10)(1)}{(1.3077\times10^{-2})}$$

$$=765 < 2100$$

所以是層流，假設爲水平流動，則課本（2-14）公式適用於本題：

$$u_{max}=\frac{-\Delta p\ g_c\ r_i^2}{4\mu L} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2\text{-}14)$$

$$\therefore\ \frac{(-\Delta p)}{L}=\frac{4\mu u_{max}}{g_c\ r_i^2}=\frac{(4)(1.3077\times10^{-2})(10)}{(1)(\frac{1}{2})^2}$$

$$=2.092\left(\frac{dynes/cm^2}{cm}\right)\times$$

$$\frac{0.9869\,atm}{10^6\,dynes/cm^2}\times\frac{760\ torr}{1\ atm}$$

$$=1.57\times10^{-3}\ torr/cm$$

2-7 乙醇在 68°F 下流經 $\frac{1}{8}$ in-ID的管子，經過 1 ft 長管子的壓力降落爲 0.25 in-Hg，試求水在稍子中央的速度爲多少？

解：乙醇 68°F時之粘度查表 A－9 及 A－3 得 $\mu=1.25\,CP$，查表 A－7 得密度 $\rho=49\ lb/ft^3$。

壓差：$(-\Delta p)=0.25\ in\ Hg\cdot\frac{14.7\times144lb_f/ft^2}{29.92\ in\,Hg}$

$$=17.69\ (lb_f/ft^2)$$

假設爲水平層流，則公式（2-14）適用之：

$$u_{max}=\frac{(-\Delta p)\cdot g_c\cdot r_i^2}{L\cdot4\mu}=\left(\frac{17.69}{1}\right)\cdot\frac{(32.174)(\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{12})^2}{4(1.25\times6.72\times10^{-4})}$$

$$=4.6\ (ft/sec)$$

檢驗是否爲層流：

$$u_b = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{r_i} u\, r\, dr\, d\theta}{\int_0^{2\pi}\int_0^{r_i} r\, dr\, d\theta} = \frac{1}{2} u_{max}$$

其中已用到（2-15）式，$u = u_{max}\left[1 - \left(\frac{r}{r_i}\right)^2\right]$

所以：

$$R_e = \frac{D u_b \rho}{\mu} = \frac{\left(\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{12}\right)\left(\frac{4.6}{2}\right)(49)}{1.25\times 6.72\times 10^{-4}}$$

$$=1400 < 2100$$

顯然層流之假設合理。

2-8 水在 30°C 時被壓經一 3-mm-ID的毛細管，中央線處的速度爲1 cm/sec，試求管壁處的切剪應力？單位爲 dynes/cm² 。

圖：水 30°C 查表 $A-10$ 得粘度 $\mu = 0.8007\ CP$；密度 $\rho = 1.0\ g/cm^3$ 。

層流判斷：

$$R_e = \frac{D u_b \rho}{\mu} < \frac{D u_{max} \rho}{\mu} = \frac{(3/10)(1)(1)}{0.8007\times 10^{-2}}$$

$$=37 < 2100$$

所以是層流，公式（2-14）適用之：

$$u_{max} = \frac{(-\Delta p) g_c r_i^2}{4\mu L} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2\text{-}14)$$

$$\therefore \left(\frac{-\Delta p}{L}\right) = \frac{4\mu u_{max}}{g_c\, r_i^2}$$

由（2-10）式知內壁切壓爲：

$$\tau_s = \frac{-\Delta p \cdot D}{4L} = \frac{D}{4}\left(\frac{-\Delta p}{L}\right) = \frac{D}{4}\cdot\frac{4\mu u_{max}}{g_c\, r_i^2}$$

$$= \frac{2\mu\, u_{max}}{g_c\, r_i}$$

$$= \frac{(2)(0.8007\times10^{-2})(1)}{(1)(\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{10})}$$

$$= 0.107\ (\text{dynes}/\text{cm}^2)$$

2-9 試做 u/u_{max} 對 r/r_i 的圖：

(*a*) 擬塑性流體，$n = 0.5$。

(*b*) 膨脹流體 $n = 2.5$。

解：由課本例 2-1，公式(5)知：

$$\frac{U}{U_{max}} = \left[1 - \left(\frac{r}{r_i}\right)^{(n+1)/n}\right]$$

∴ 當 $n = 0.5$ 時

$$\frac{U}{U_{max}} = 1 - \left(\frac{r}{r_i}\right)^{3} \quad —(1)$$

當 $n = 2.5$ 時

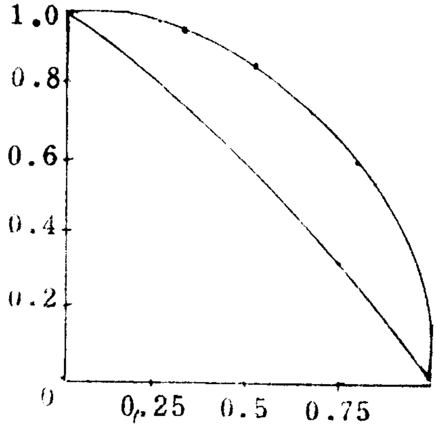
$$\frac{U}{U_{max}} = 1 - \left(\frac{r}{r_i}\right)^{1.4} \quad —(2)$$

取 $r/r_i = 0$，$1/4$，$2/4$，$3/4$，1

代入(1)(2)中求得 U/U_{max} 之值如下：

u/u_{max} \ r/r_i ; n	0	1/4	2/4	3/4	1
0.5	1	0.984	0.875	0.578	0
2.5	1	0.856	0.621	0.332	0

作圖如下：



2-10 在某一實驗中，須將 20℃的水流經內徑爲 1－mm之毛細管。現在吾人想用等長而內徑較大之毛細管，以使水在管中之流速變爲3倍，而壓降維持固定，上述兩種狀況之流動皆爲層流。問：應使用內徑爲多少之毛細管？新管中之質量流量和舊管中之質量流量之比值爲若干？

解：圓管中之層狀流動，其速度分佈爲：

$$U = U_{max}\left[1 - \left(\frac{r}{r_i}\right)^2\right] \quad \cdots\cdots(1)$$

平均流速爲：
$$\overline{U} = \frac{1}{\int_0^r \int_0^{2\pi} r\,dr} \int_0^r \int_0^{2\pi} U\,r\,d\theta\,dr$$
$$= \frac{1}{2} U_{max} \quad \cdots\cdots(2)$$

其中
$$U_{max} = \frac{(-\Delta P)\,g_c\,r_i^2}{4\mu L} \quad \cdots\cdots(3)$$

依題意：

$(\overline{U})_{new} = 3\,(\overline{U})_{old}$

而 $(-\Delta p)$，g_c，L 爲定値。

因此由式(2)，(3)：可得

$(r_i)^2_{new} = 3\,(r_i)^2_{old}$

而 $(r_i)_{old} = 1\text{mm}$，得 $(r_i)_{new} = \sqrt{3}\ \text{mm}$ ……… ans

質量流量爲：$Q = \pi r_i^2\,\rho\overline{U}$

$$= \frac{(-\Delta p)\,g_c\,\rho\pi r_i^4}{8\mu L} \quad \cdots\cdots(4)$$

因此：

$$\frac{(Q)_{new}}{(Q)_{old}} = \frac{(r_1)^4_{new}}{(r_1)^4_{old}} = 9$$

2-11 35℃的水在內徑爲10-mm之管中流動，用皮托管量得在距離管中心3mm處之流速爲0.1m/s，計算壓力降，以p_a/m爲單位；管中之流動爲層流。

解：圓管中之層狀流動，其速度分佈爲：

$$U = \frac{(-\Delta p)\, g_c\, r_1^2}{4\mu L}\left[1-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right]$$

水在35℃之μ值可由Table A－10查得爲：0.7225 cp。

$U = 0.1\,m/s$

$r_1 = 10\,mm$

$r = 3\,mm$

代入上式可得

$$\frac{(-\Delta p)}{L} = 3.176\times10^{-1}\,\frac{dyne}{cm^2\cdot cm}$$

$$= 3.176\,pa/m$$

2-12 空氣以層狀流動流經內徑爲0.5mm之毛細管，其流量爲10 cm^3/min。如以等長而內徑爲0.2mm之毛細管取代之，則流量變爲多少？兩者沿管之壓力梯度不變。

解：由Problem 2-10，式(4)可得，圓管中之層狀流動，其體積流量爲：

$$F = \frac{(-\Delta p)\, g_c\, \pi r_1^4}{8\mu L}$$

$$\frac{(F)_{new}}{(F)_{old}} = \frac{(r_1^4)_{new}}{(r_1^4)_{old}} = \frac{(0.2)^4}{(0.5)^4} = 0.0256$$

$(F)_{old} = 10\,cm^3/min$

因此：

$(F)_{new} = 0.256\,cm^3/min$ ………………………… ans

第三章 總質量平衡

3-1 每小時有一百磅的混合物連續地進入蒸餾程序內，此混合物含有 0.35 mole 分率的甲苯和 0.65 mole 分率的苯，此程序可得到兩種產品流體，其中之一含有 0.99 mole 分率的苯，而另外一種含有進入程序內苯的 5 %，試求兩種產品流體的流動速率（單位爲 lb mole/hr）和甲苯濃厚流體的組成？假設在此系統內是沒有累積的。

解：在生成物 $\widetilde{\omega}_2$ 中，含有苯之量爲：

$(0.05)(100)(0.65)$

$=3.25(\text{mole/hr})$

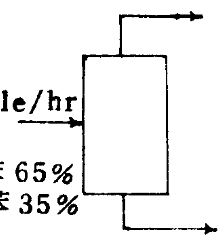
作苯的質量均衡：

$(100)(0.65)=\widetilde{\omega}_1(0.99)+3.25$

$\therefore \widetilde{\omega}_1=62.37(\text{moles/hr})$

於是：$\widetilde{\omega}_2=100-\widetilde{\omega}_1$

$=37.63(\text{moles/hr})$



$\widetilde{\omega}_2$ 所含之成分：

苯所佔分率 $x_b=\dfrac{3.25}{\widetilde{\omega}_2}=\dfrac{3.25}{37.63}$

$=8.64$ mole %

甲苯分率 $x_t=100-8.64=91.36$ mole %

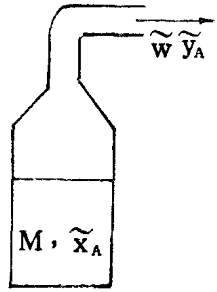
3-2 一分批蒸餾塔內裝入了150 kg moles 的混合物，此混合物含有 60mole % 的苯和 40mole% 的甲苯，離開蒸餾塔汽相的組成和塔內液相的組成間的關係是 $\widetilde{y}_A=\alpha\widetilde{x}_A/[1+(\alpha-1)\widetilde{x}_A]$ 其中 $\widetilde{y}_A$ 和 $\widetilde{x}_A$ 分別代表苯在汽相和液相內的mole分率，α 爲相對揮發度，其爲常數而等於 2.57，假若此蒸餾程序繼續進行至蒸餾塔內僅存有 30kg moles 的液體時，則所收集蒸餾物的組成如何？

解：裝置內原有 $M_\circ = 150$ kg moles

苯的莫耳分率 $x_{A\circ} = 0.4$，令分餾出來之蒸汽流量爲 $\tilde{w}$ (kg moles / hr)，$\tilde{w}$ 中苯佔 $\tilde{y}_A$

已知 $y_A = \alpha \tilde{x}_A / (1 + (\alpha - 1) \tilde{x}_A)$，

其中 $\alpha = 2.57$



$$\therefore \quad y_A = \frac{2.57 \tilde{x}_A}{1 + 1.57 \tilde{x}_A} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

總質量不滅式爲：

$$\tilde{w} + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

$$\therefore \quad \tilde{w} = -\frac{dM}{d\theta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

苯的質量不滅式爲：

$$\tilde{w}\ \tilde{y}_A + \frac{d (M \tilde{x}_A)}{d\theta} = 0$$

$$即\ \tilde{w}\ \tilde{y}_A + M \frac{d\tilde{x}_A}{d\theta} + \tilde{x}_A \frac{dM}{d\theta} = 0 \quad \cdots\cdots (3)$$

(2)式代入(3)式整理得：

$$M \frac{d\tilde{x}_A}{d\theta} = (\tilde{y}_A - \tilde{x}_A) \frac{dM}{d\theta}$$

$$\frac{d x_A}{\tilde{y}_A - \tilde{x}_A} = \frac{dM}{M}$$

(1)式代入上式，消去 $\tilde{y}_A$，得到：

$$\left(\frac{1.57 \tilde{x}_A + 1}{1.57 \tilde{x}_A (1 - \tilde{x}_A)} \right) d\tilde{x}_A = \frac{dM}{M}$$

左邊以部份分式表示並積分：

$$\int^{\tilde{x}_A} \left[\left(1 + \frac{1}{1.57} \right) \frac{1}{1 - \tilde{x}_A} + \frac{1}{1.57} \cdot \frac{1}{\tilde{x}_A} \right] d\tilde{x}_A$$

$$= \int_{150}^{30} \frac{dM}{M}$$

$$\left[-1.637 \ln (1 - \tilde{x}_A) + 0.637 \ln \tilde{x}_A \right]_{0.4}^{\tilde{x}_A}$$

$$= \left[\ln M \right]_{150}^{30}$$