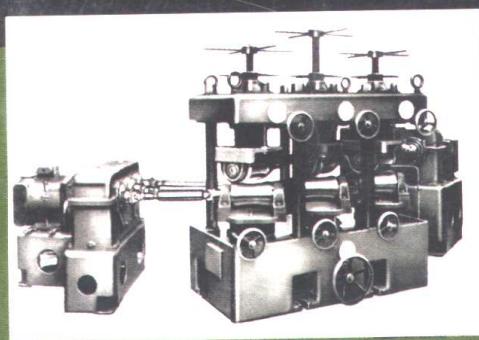
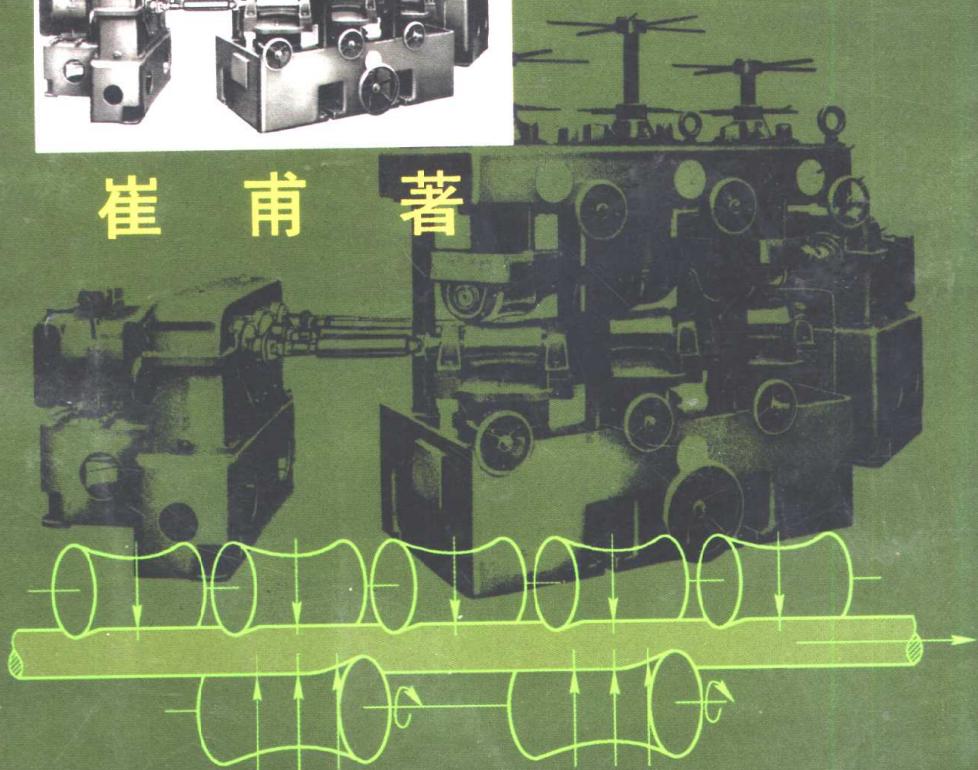


# 矫直原理 与矫直机械



崔甫著



冶金工业出版社

TG333.2  
2002589

# 矫直原理与矫直机械

崔 甫 著

北 京

冶金工业出版社

2002

## 图书在版编目(CIP)数据

矫直原理与矫直机械/崔甫著 .—北京:冶金工业出版社,2002.7

ISBN 7-5024-2993-X

I . 矫… II . 崔… III . ①矫直—理论②矫直机  
IV . TG333.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 019879 号

出版人 曹胜利 (北京沙滩嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009)

责任编辑 葛志祺 美术编辑 王耀忠 责任校对 朱翔 责任印制 李玉山

北京鑫正大印刷有限公司印刷;冶金工业出版社发行;各地新华书店经销

2002 年 7 月第 1 版,2002 年 7 月第 1 次印刷

850mm×1168mm 1/32; 14 印张; 373 千字; 437 页; 1-2000 册

30.00 元

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100711) 电话:(010)65289081

(本社图书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

# 序　　言

矫直技术多用于金属条材加工的后部工序,在很大程度上决定着产、成品的质量水平。矫直技术同其他金属加工技术一样在20世纪取得了长足的进展,相应的矫直理论比取得了很大的进步。不过理论滞后于实践的现象比较明显。例如矫直辊负转矩的破坏作用在20世纪下半叶才得以解决(改集体驱动为单辊驱动,改刚性连接为超越离合连接等),但其破坏作用的机理直到20世纪80年代末才被阐明。另外,就矫直理论的总体来看,仍然处于粗糙阶段,首先就是其基本参数的确定还要依靠许多经验算法和经验数据,如辊数、辊距、辊径、压弯量及矫直速度等;其次は许多技术现象如螺旋弯废品、矫直缩尺、矫直噪声、斜辊矫直特性、斜辊辊形特性、拉弯变形匹配特性等都缺乏理论阐述;再次是理论的概括性不够,一套公式不仅不能包括各种断面型材,甚至不能包括同类断面而尺寸和材质不同的工件,如弯矩和矫直曲率等都缺少通用表达式。20世纪70年代以来,矫直技术与矫直理论的发展明显加快,如拉弯矫直技术很快走向成熟;开发成功平动(万能)矫直技术、行星矫直技术、全长矫直技术、程序控制矫直技术、变凸度及变辊距矫直技术,以及双向旋转矫直技术等;完善了等距双曲线辊形设计法;创立了等曲率递减反弯辊形设计法、矫直耗能计算法、主要工艺参数计算法、两种拉弯制度的定性与定量分析法以及负转矩和超前接触分析法;尤其在利用相对值概念对各种矫直过程进行定量分析工作中取得了系统化的成果,为矫直技术数字化处理打下了基础。作者与同行们一起经历了这个过程,值此世纪之交颇感有必要作些总结,献给新世纪。经两年多时间,于2001年初完成了《矫直原理与矫直机械》书稿。这份书稿从动手准备到写作完成一直得到冶金工业出版社葛志祺编审的关心和支持。这本

书的写作和出版还得到北京科技大学施东成教授及邹家祥教授、重庆大学陈如欣教授、鞍山钢铁学院刘培锷教授、西安重型机械研究所张荣高级工程师、燕山大学徐守国教授、东北大学徐灏教授及杨会林副教授等的鼓励和支持，在此一并表示感谢。

本书共分 6 章。第 1 章为绪论，主要介绍矫直技术和基本概念及基础理论、矫直机械的发展过程及分类方法。第 2 章为压力矫直机。第 3 章为平行辊矫直机，即过去的辊式矫直机。第 4 章为斜辊矫直机。第 5 章为旋转反弯矫直机，其中包括转毂式矫直机及平动式矫直机。后者亦称振动式矫直机。由于工件在平动头内弯曲的相位是旋转的，类似转毂的转动，故统称为旋转反弯矫直机。第 6 章为拉伸与拉弯矫直机。在这 6 章中没有包括连铸拉坯矫直机，其原因是这种矫直机已有大量文献发表，并自成体系，本书不作重复讨论。本书在追求系统化的基础上把作者第一本专著《矫直理论与参数计算》出版后所发表的论文，所获得的国家专利及受到有关市、省(部)和国家级奖励的技术成果等主要内容穿插到有关章节，同时也力求把国内外的新成果吸收到书中。崔立彦参与多数数理方程式的建立和复核，几乎全部曲线的制作，以及全部例题的计算。衷心希望有识之士在发现书中差错之后能及时批评指正、不吝赐教。

崔甫

2001 年 12 月

# 目 录

1 绪论 .....	1
1.1 金属条材的弯曲与矫直 .....	1
1.1.1 定义 .....	1
1.1.2 分类 .....	3
1.2 金属条材弹塑性弯曲的几何与力学特性 .....	7
1.2.1 弯曲变形与应力 .....	7
1.2.2 弯曲变形与曲率 .....	13
1.2.3 弯曲变形与弯矩 .....	21
1.2.4 弯曲变形与能耗 .....	60
1.2.5 曲率方程与挠度 .....	83
1.3 金属条材的矫直设备 .....	107
1.3.1 矫直设备的发展概况 .....	107
1.3.2 矫直设备的分类 .....	109
2 压力矫直机 .....	113
2.1 压力矫直机的工作原理与参数计算 .....	113
2.1.1 压力矫直机的工作原理 .....	113
2.1.2 压力矫直机的参数计算 .....	113
2.2 压力矫直机的分类与实例介绍 .....	138
2.2.1 压力矫直机的分类 .....	138
2.2.2 压力矫直机的实例介绍 .....	141
3 平行辊矫直机 .....	157
3.1 平行辊矫直机的工作原理 .....	157

3.2 平行辊矫直机的参数计算 .....	161
3.2.1 结构参数计算 .....	161
3.2.2 力能参数计算 .....	175
3.2.3 工艺参数计算 .....	187
3.3 平行辊矫直机的分类与实例 .....	198
3.3.1 中厚板矫直机 .....	199
3.3.2 中薄板矫直机 .....	204
3.3.3 薄板矫直机 .....	213
3.3.4 普通型材矫直机 .....	217
3.3.5 异辊距型材矫直机 .....	224
3.3.6 变辊距型材矫直机 .....	226
3.3.7 组合辊系型材矫直机 .....	228
3.3.8 特种平行辊矫直机 .....	229
4 斜辊矫直机 .....	233
4.1 斜辊矫直机的工作原理 .....	240
4.1.1 二(斜)辊矫直机 .....	240
4.1.2 多斜辊矫直机 .....	247
4.2 斜辊矫直机的参数计算 .....	252
4.2.1 结构参数计算 .....	252
4.2.2 力能参数计算 .....	271
4.2.3 工艺参数的确定 .....	294
4.3 斜辊矫直机的分类与实例介绍 .....	297
4.3.1 斜辊矫直机的分类 .....	297
4.3.2 2辊矫直机 .....	298
4.3.3 3斜辊矫直机 .....	308
4.3.4 多斜辊矫直机 .....	309
5 旋转反弯式矫直机 .....	325
5.1 旋转反弯式矫直机的工作原理 .....	325

5.1.1 转毂式矫直机的工作原理	325
5.1.2 平动式矫直机的工作原理	335
5.2 旋转反弯矫直机的参数计算	338
5.2.1 结构参数计算	338
5.2.2 力能参数计算	348
5.2.3 工艺参数的确定	356
5.3 旋转反弯矫直机的分类与实例介绍	359
5.3.1 旋转反弯矫直机的分类	359
5.3.2 滑动模转毂矫直机	361
5.3.3 滚动模转毂矫直机	365
5.3.4 斜辊转毂矫直机	368
5.3.5 复合转毂矫直机	371
5.3.6 平动矫直机	375
6 拉伸与拉弯矫直机	378
6.1 工作原理	378
6.1.1 拉伸矫直机的工作原理	378
6.1.2 拉弯矫直机的工作原理	382
6.2 参数计算	390
6.2.1 结构参数计算	390
6.2.2 力能参数计算	398
6.2.3 工艺参数的确定	418
6.3 实例介绍	421
6.3.1 钳式拉伸矫直机	422
6.3.2 连续拉伸矫直机	425
6.3.3 拉弯矫直机	428
参考文献	435

# 1 绪论

## 1.1 金属条材的弯曲与矫直

### 1.1.1 定义

金属条材在本书中定义为型、管、线、板、带等长条状的金属型材。这些材料在轧制、锻造、挤压、拉拔、运输、冷却及各种加工过程中常因外力作用，温度变化及内力消长而发生弯曲或扭曲变形。在长度远大于宽度或厚度的条材上，纵向纤维的变形十分明显；在宽度不太小的条材上如带材横向纤维的变形有时也显而易见。为了获得平直的成品条材必须使其纵向纤维或纵向截面由曲变直，横向纤维或横向截面也由曲变直。实现这一要求的工艺过程在本书中称为矫直。矫直与弯曲是两个相反的工艺过程，但它们的变形机理是相同的。为了说明其内涵，首先要了解金属的弹性特征。通常，不同金属都有大小不等的弹性极限，即使在塑性变形条件下仍然伴随着弹性变形。弹性变形意味着势能的贮存，表现为一种弹性返回的能力，完全能返回原状的变形称为纯弹性变形，否则都是弹塑性变形。而纯塑性变形是指在相当大的变形程度或在相当高的变形温度时，忽略不计其很小的弹复能力而假定的一种理想状态。古人从生产和生活实践中早已认识到弹性的存在，并得出“矫枉必须过正”的理性结论。今人对金属矫直理论的研究不仅从理论上验证了“矫枉必须过正”的基本规律，而且找到了计算“过正量”的科学方法，指出在“过正量”与金属弹复量相等时可达到矫直目的。现在以图 1-1 的简单条材  $ab$  为例，设其原始弯曲状态的曲率半径为  $\rho_0$ ，矫直所用的反弯半径为  $\rho_w$ ，反弯达到  $a'b'$  状态。此时解除外力，条材将自由弹复到  $a''b''$  状态。若  $a''b''$  为一直线，即达

到矫直目的。可见反弯的“过正量” $a'a''$ 及 $b'b''$ 恰好与金属的弹复量相等。将反弯的“过正量”用曲率半径 $\rho_J$ 表示时, $\rho_J$ 称为矫直曲率半径,只有 $\rho_w = \rho_J$ 时才能矫直。若金属的弹复量也用曲率半径来表示,即用 $\rho_f$ 表示时,自然有 $\rho_J = \rho_f$ 。故又可以说,只有 $\rho_w = \rho_f$ 时才能矫直。从直观上可以看出,条材的原始曲率半径 $\rho_0$ 越小,即原始弯曲越严重,矫直所需之 $\rho_J$ 也越小,即所用之反弯量越大。不过反弯量与原始弯曲之间只有非线性关系,而且与条材的断面形状不同,其非线性关系的表现形式也不同。当原始弯曲十分严重,矫直时所需达到的反弯曲率半径由于非线性关系的存在不必很小,但此时的反弯变形的总量却已经很大。当这种变形量大到足够使条材断面形状发生畸变,仍然达不到矫直目的时,这种条材在矫前或矫后都属于废品。因此,能够进行矫直的条材其反弯变形总量是有限的,不能太大,而且断面高度越大,断面形状越复杂,这种限制越严格。由于反弯矫直时条材纵向纤维的塑性变形先从表层纤维开始,随着反弯量的增大塑性变形向内层深入,越深入,外层纤维的变形越增大。当增大到使断面形状产生畸变时,其工艺过程发生质的变化,矫直反而失败。因此在矫直理论的研究中允许采用平截面、小塑性变形及单一纵向变形阻力等理想原则的原因就在于此。由此还可看出,矫直与弯曲这两个反义词又不宜简单地理解为两个相反的工艺过程和两个相反的工艺目的,后者在变形量方面要比前者

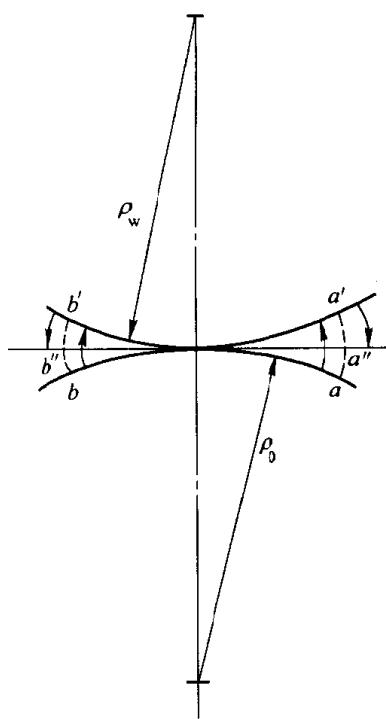


图 1-1 反弯矫直过程

大得多，在断面形状的限制方面也比前者宽得多。

本书对矫直与矫正两个概念加以区别使用，矫直用于条状金属由曲变直的加工；矫正用于加工件、铸件、锻件、铆接件、焊接件及热处理件的整形加工。

### 1.1.2 分类

矫直的对象是各种弯曲的条材。由于条材种类不同、其加工方法不同、加工设备也不同，在条材上所产生的弯曲形态也不同。常见的线材、棒材、管材、矩形材及异型材等纵轴对称的和宽厚相差不大的条材，它们的弯曲多为纵向纤维的弯曲。如图 1-2 所示，若条材纵轴为  $x$  轴，则沿  $x$  轴的弯曲可能呈现出多种形式的波浪弯。如水平面( $x-y$  面)内波浪弯、垂直面( $x-z$  面)内波浪弯，以及倾斜面( $x-yz$  面)内波浪弯等。如果把一个平面内的波浪弯称为一维弯曲，则同时在两个平面内都有的波浪弯称为二维弯曲。至于斜面内的波浪弯在没有其他弯曲存在条件下也属于一维弯曲。在有其他弯曲条件下可以将倾斜面内波浪弯分解为水平与垂直两面的弯曲，仍属二维弯曲。扁材及窄带材的二维弯曲常表现为垂直面内的波浪弯及水平面内的镰刀弯。薄板及宽带材的二维弯曲常表现为纵向波浪弯与横向波浪弯同时共存，如图 1-3 所示。水平放置的薄板沿  $x$  轴在  $x-z$  面内及沿  $y$  轴在  $y-z$  面内都存在弯曲。

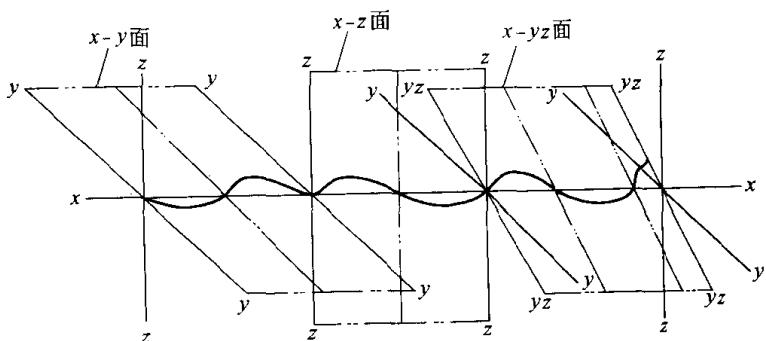


图 1-2 二维弯曲图

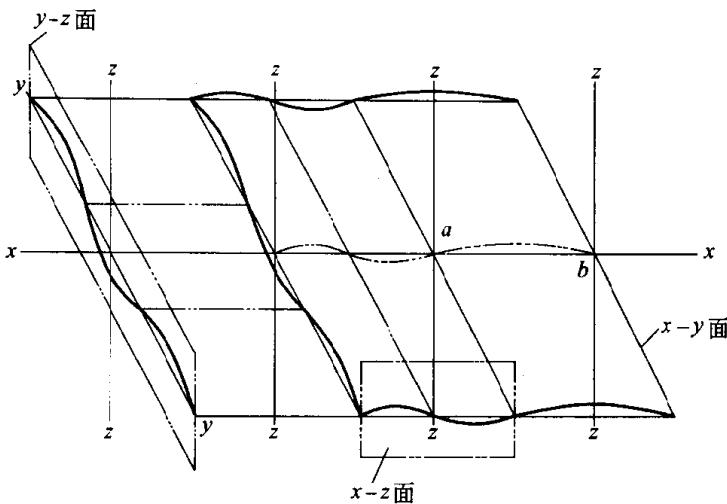


图 1-3 薄板的三维弯曲图

这种双向波浪弯使人看不清其波浪方向，只看到凸凹不平，人们常称之为瓢曲。可以看出瓢谷部位的纤维要比瓢缘部位的长，瓢曲严重部位要比平坦部位的纤维长。如果板边的波浪与瓢曲比中间部位严重，表明边部纤维比中部的长，可称之为边长形波浪弯；反之，中间部位的波浪与瓢曲比边部的严重，则称为中长形波浪弯。此外薄板也常出现三维弯曲，即在纵向波浪弯与横向波浪弯之外，从水平面即  $x-y$  面上看（俯视）也有弯曲。如图 1-3 中所示的薄板材纵轴  $ab$  与  $x$  坐标轴偏离时产生的镰刀弯，即第三维的弯曲。

一般型材的弯曲主要表现为在较小断面模数方向上的弯曲，有时因冷却不均，自重作用及外力冲撞等原因也可能在其他方向上产生弯曲。前者称为主弯曲；后者称为副弯曲，或称为侧弯曲。主弯曲是大量的、经常的、规律性较强的弯曲，侧弯曲是不太明显、不太一致的弯曲，但在矫直中不可忽略，所以型材矫直机都应具备二维矫直功能。一般型材沿纵轴产生扭曲现象也是难以避免的，但从实质看，扭曲也是由纵向纤维产生二维弯曲所形成。型材与板材不同，不存在三维弯曲。

由于条材种类不同,弯曲形态不同,各自所要求的矫直方法也不尽相同。工业上人们已经研制成功的矫直方法主要有压力矫直法、平行辊矫直法、斜辊矫直法、转轂矫直法、平动矫直法、拉伸矫直法、拉弯矫直法及其他一些特殊的矫直方法。

压力矫直法是将条材的弯曲部位放置在两个支点之间用压头对弯曲部位进行反向压弯。当压弯量选定合适时,压头抬起后条材弹复变直,完成一维弯曲的矫直任务。当条材有侧弯时再将其弯曲部位移至压头处进行反向压弯完成第二次的一维矫直任务。当一根条材具有多处的不同程度和不同方位的弯曲时,则需要进行多部位、多方向和多次的一维反弯矫直工作,即用一维反弯完成多部位二维弯曲的矫直任务。

平行辊矫直法是把间断的压力矫直法变成辊式连续矫直法,从入口到出口交错布置若干个互相平行的矫直辊,按递减压弯规律进行多次反复压弯以达到矫直目的。不仅显著提高工作效率,而且能获得很高的矫直质量。这种矫直法在板材及型材矫直中得到广泛应用,不仅能矫直型材的主弯曲,在增加轴向调节条件下也能矫直其侧弯曲;不仅能矫直板材的纵向波浪,在增加弯辊措施后,也能矫直其横向波浪,即矫直其瓢曲。利用两组平行辊将其辊系进行直角组合或称平立辊组合,即将一组水平辊与一组垂直辊组合起来形成复合辊系可以对二维弯曲严重的线材及小型材进行有效的矫直。

斜辊矫直法是专门用于圆断面条材的矫直法,辊子与圆材倾斜相交,辊子转动时圆材既旋转又前进,辊子对圆材的压弯轨迹呈螺旋线形,即压弯的方位是按螺旋形改变。而且螺旋线的导程越小,矫直效果越好。斜辊矫直法是一种全方位的矫直法。由于圆材的原始弯曲在任何方位都可能存在,所以特别适用斜辊矫直法。斜辊矫直法是工件在旋转状态下进行的矫直法,也称为旋转矫直法。斜辊矫直法中辊子斜度是可变的,以极限状态来讨论,平行辊矫直法也可称为斜度为 $90^{\circ}$ 的斜辊矫直法,其压弯轨迹为两条直线,而且导程无限大。

当圆材细而长,或者成盘条供货时,矫直工作便不能采用斜辊矫直法。此时如能使辊子自转之外还能绕圆材进行公转,则可达到同样旋转矫直的目的,这就是转辊矫直法产生的依据。矫直时细长圆材从转辊中平稳走过,没有甩摆,没有噪声,同样可以得到良好的矫直效果。转辊矫直法中的矫直辊为适应细圆材对减小辊距的要求,最早是被孔形模块所代替,后来为了减小磨损,进而被滚动孔模所代替。

由于旋转矫直是一种全方位的矫直,效果很好,但它只适用于圆材矫直。对于一些各方向断面模数差值较小,断面尺寸也较小的条材,其原始弯曲形态也是全方位的,如异形管、方管及异形断面盘条等不能采用转辊矫直法。为了对这类异形细条材实现全方位的反弯矫直,可采用一种平动矫直法,也称振动矫直法。采用与工件断面相同的孔型辊组将工件抱住,而整个辊组绕着一个固定轴线作高速的平移晃动而不是转动。同时用两个固定辊组在平动辊组前后也将工件抱住并推动工件前进。结果使工件从三个辊组中平稳走出后得到矫直。调节平动半径就是调节压弯量,提高平动频率就等于增加辊数。

对于薄壁异型材,在采用反弯矫直法时会因承受侧压力而引起断面形状的改变,必然造成废品。此时采用拉伸矫直法很容易使各条纵向纤维变直并取得良好矫直效果。拉伸矫直法在薄板矫直,复杂型材矫直,薄壁管材矫直中都得到应用。在拉伸矫直法中辅以扭转装置可以实现拉扭矫直工艺,使存在扭曲的异型材得到良好的矫直。拉伸矫直法也可使三维弯曲的板材得到有效的矫直。

在板材改用带卷形式进行连续生产以后,首先采用的矫直法是连续拉伸矫直法,这种方法使矫直效率大大提高。但拉伸矫直的缺点也很明显,如裂边、断带及耗能大等变成制约生产的主要矛盾。此时出现了拉弯矫直法,不仅克服了上述缺点而且进一步提高了质量,拉弯矫直法已成为带材生产中最好的矫直方法。

连铸坯矫直属于高温矫直,与其他矫直法有着本质性区别。

它的反弯矫直是单向的而不是反复的，它的反弯量是逐渐加大的，而不是反复递减的，它的弹复影响是可以忽略不计的。它的变形完全按塑性变形来考虑，它的变形量主要受热裂纹限制，尤其在有液芯状态下要保证不漏钢。连铸坯矫直方法与连铸机组融为一体，自成体系而且文献很多，本书就不再重复。

## 1.2 金属条材弹塑性弯曲的几何与力学特性

### 1.2.1 弯曲变形与应力

金属条材发生弹塑性弯曲时应力与应变之间不再遵循全量虎克定律而呈现某种非线性关系，这已是弹塑性理论中的基本知识。我们所讨论的范围是金属从弹性弯曲到弹塑性弯曲转变过程中的应力与应变关系。弯曲中弹性变形是由零值到弹性极限值的全部变形内容；弯曲中的弹塑性变形是超过弹性极限后到工件边层最大变形值的全部变形内容。它们各占的比重都较大，既不能忽略弹性变形，也不应随便使边层最大变形达到强度极限变形，以免边层金属产生裂纹和断面形状发生畸变。鉴于金属的弹性极限状态是一种理论状态，即应力与应变之间由线性关系马上转变为非线性关系的转折点，在实际上这种转折也有由小到大的瞬间过程，有时还伴随着某种波动现象。所以工程上用屈服极限来称谓这种转折并用  $\sigma_s$  表示。本书在论述上采用弹性极限概念并用  $\sigma_t$  表示（在具体运算时仍用  $\sigma_s$  值代替  $\sigma_t$  值）。与上述两个应力相对应的应变值为  $\epsilon_t = \sigma_t/E = \sigma_s/E$ ，式中的  $E$  为弹性模量， $\epsilon_t$  为弹性极限应变。一般金属，如各种结构钢都有较明显的弹性极限点，即屈服的转变过程很短， $\sigma_t$  与  $\sigma_s$  的差值极小。而某些韧性小的金属，如高合金钢及某些有色合金都没有明确的弹性极限点，即使在应力与应变间失去线性关系之后，屈服现象也不明显。为了充分发挥这类金属的力学性能而把卸载后残留 0.2% 变形的强度值定为屈服极限，此时的  $\sigma_s$  值就是  $\sigma_{0.2}$ 。钢材的韧性大小主要决定于其化

学成分,就其韧性指标即延伸率(用  $\delta_s$  表示)而言,其变化范围一般为  $\delta_s = 10\% \sim 40\%$ 。在弹性模量  $E$  值相同情况下,其弹性极限应变为  $\epsilon_t = 0.001 \sim 0.0043$ , 或  $\epsilon_t = 0.1\% \sim 0.43\%$ , 可见弹性变形是一种微小变形。而弹塑性变形即上述的  $\delta_s$  减掉  $\epsilon_t$  之后的剩余部分要比弹性变形大百倍。在相对漫长的弹塑性变形过程中,应力与应变的非线性关系也很不一致。下面按 3 种韧性不同的材料来分析,韧性大材料在开始屈服之后,产生一段较长的波动过程,由于幅值小而呈现为一段近似平坦的屈服现象,俗称为屈服平台。随着韧性减小,此平台相应缩短,中等韧性的材料仍有屈服平台,但是不大。韧性小材料则没有屈服平台。在变形超过屈服平台之后,进入金属强化阶段,变形阻力又随变形程度的增加而增大,直到出现缩径。名义应力达到极限值即强度极限,然后很快断裂。参看图 1-4 中  $a$ 、 $b$  及  $c$  分别代表大中小 3 种韧性应力应变特性图。在屈服平台阶段应力  $\sigma_t$  基本不变,其应变  $\epsilon_t$  单独增大到  $\epsilon'_t$ ,  $\epsilon'_t$  可称之为平台极限应变。韧性越大  $\epsilon'_t$  越大,最小的  $\epsilon'_t = \epsilon_t$ 。进入强化阶段,应力增加速度随韧性减小而加快,达到强度极限  $\sigma_b$  后,应力不再增大,而应变却迅速增大并超过强度极限应变  $\epsilon_b$  值形成断前的拖延应变。上述 3 种韧性金属代表了可以进行矫直加工的金属,对于  $\epsilon_b$  与  $\epsilon_t$  值很接近的脆性金属,即用常规方法不

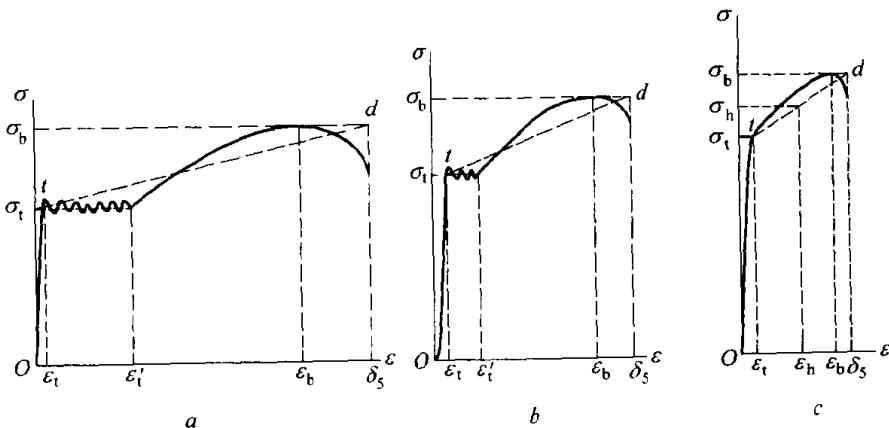


图 1-4 3 种韧性不同金属的应力应变模型

能矫直的金属,这里不作讨论。从矫直原理来考虑,当弯曲条材的弹塑性变形深度达到全断面高度的 80% 后不产生裂纹时,任何金属条材都可以得到矫直,因此本书确定用比值: $\epsilon_b : \epsilon_t \geq 5$  作为判断金属可矫性的依据。

现代矫直技术面临着大量高强度金属的矫直任务,而高强度金属的屈服平台较短或没有屈服平台,且强化特性明显,所以要考虑强化影响。强化影响的定量计算尚有待强化弹性模量的规范化。为了推进矫直理论发展,本书从现实条件、矫直特点及计算的可能性出发,在没有实测的  $\epsilon'$  及  $\epsilon_b$  值条件下,推荐用断后延伸率  $\delta_s$  与  $\sigma_b$  两坐标的定位点  $d$ (参看图 1-4)及  $\sigma_t$  与  $\epsilon_t$  的定位点  $t$  间连线  $td$  的斜率  $E'$  作为强化模量的平均值,并用它与弹性模量  $E$  的比值作为强化系数  $\lambda$ ,即  $\lambda = E'/E$ 。由于  $td$  线斜率为

$$E' = \frac{\sigma_b - \sigma_t}{\delta_s - \epsilon_t} = \frac{\sigma_b - \sigma_t}{\delta_s E - \sigma_t/E} \quad (1-1)$$

故 
$$\lambda = \frac{E'}{E} = \frac{\sigma_b - \sigma_t}{\delta_s E - \sigma_t} \quad (1-2)$$

从矫直条件看,金属条材边层纤维的变形不需超过  $5\epsilon_t$ ,而  $5\epsilon_t$  值比起  $\delta_s$  的应变值小得很多,一般  $\delta_s = (20 \sim 400)\epsilon_t$ 。由于中低强度高韧性金属常有大小不同的屈服平台,其弯曲变形的应力也常在平台区内而不超过  $\sigma_t$ 。当金属条材断面高度为  $H$  时,在  $H$  的边界处应力用  $\sigma_h$  表示,则  $\sigma_h = \sigma_t$ 。当金属具有高强度低韧性时,屈服平台消失,或者很小。此时必须考虑强化影响,参照图 1-4c 及图 1-5,设与  $\sigma_h$  对应的边界应变为  $\epsilon_h$ ,则

$$\sigma_h = \sigma_t + E'(\epsilon_h - \epsilon_t) = \sigma_t + \lambda(\epsilon_h E - \sigma_t) \quad (1-3)$$

式中的  $\epsilon_h$  可按平截面确定的变形(线性)关系来计算。即各层纵向纤维的变形与该层到中性层的距离成正比,参看图 1-5,并假设在距中性层  $H_t/2$  处达到弹性极限变形时,可写出

$$\epsilon_h = \frac{\epsilon_t}{H_t} H \quad (1-4)$$