

高等专科学校教材

高等数学

第二版

吉林工学院数学教研室编

华中理工大学出版社

高等专科学校教材

高等数学

(第二版)

吉林工学院数学教研室编

华中理工大学出版社

鄂)新登字第 10 号

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/吉林工学院数学教研室 编. —2 版

武汉:华中理工大学出版社,1996 年 4 月

ISBN 7-5609-1224-9

I. 高…

II. 吉…

III. 高等数学-线性代数-概率与数理统计初步

IV. O13

高等数学

(第二版)

吉林工学院数学教研室 编

责任编辑:龙纯曼 周怡

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山 邮编:430074)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社照排室排版

中科院武汉分院科技印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:19.125 字数:480 000

1996 年 4 月第 2 版 1997 年 4 月第 11 次印刷

印数:58 001-65 000

ISBN 7-5609-1224-9/O · 143

定价:14.80 元

(本节若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

本书为高等专科学校高等数学、线性代数和概率论教材. 全书包括微积分、微分方程、级数、行列式、矩阵、线性方程组、随机事件及其概率、随机变量及其分布、数理统计初步等内容. 书中各章节附有习题和复习题, 书后附有习题答案, 便于教学和自学.

本书可供二、三年不同学制的工程类和经济类的专科选用. 全书教学时数约为 160~180 小时.

第一版前言

本书是根据我院专科班教材《高等数学讲义》修改而成的,可供高等工科院校专科班使用.内容包括一元函数微积分、空间解析几何与向量代数、多元函数微积分、级数、微分方程和线性代数.本书内容深入浅出,并配备较多的例题,便于教学和自学.书中对超出基本要求的内容加了“*”号,供选用.全书教学可以用140学时完成.

本书由杜文思任主编、王承中任副主编,高等数学部分由吴子陵、王承中和杜文思执笔,线性代数部分由吴绪英执笔,刘正一、李玉亚任原稿的主审,刘俊英、陈义元参加了审稿,彭天华为习题核对了答案,范琦、解治明等参加修改工作.

本书出版前,由华中理工大学出版社委托程亚昆同志审阅了原稿,提出了许多宝贵的建设性意见,谨致衷心感谢.

由于编者水平有限,一定有许多不妥之处,诚恳地希望广大读者批评指正.

编者

1986年8月

第二版前言

这次修改,目的是使内容更适应当前教学改革的要求,使本书的适用面更广.为此,我们一方面参照《高等学校工程专科数学课程教学基本要求》,对第一版中一些超“要求”的内容,进行删减或精简,为了便于函授学生使用,加强了例题和习题,特别增加了一些经济方面的例题和习题,以适应经济类专业的需求;另一方面,为了和第一版的线性代数内容配套,增编了概率论和数理统计的最基本知识,供有关专业选学。

本书第二版由周凤树副教授任主编,杜文思教授任主审。周凤树增写了数理统计初步一章,戚兆德副教授增写了随机事件及其概率、随机变量及其分布两章,参加第一版各章修改工作的有王承中教授和吴绪英副教授等。

本书再版得到华中理工大学出版社的大力支持,特致衷心感谢。

编者

1995年8月

目 录

第一章 函数、极限、连续	(1)
§ 1 变量与函数	(1)
习题 1	(6)
§ 2 函数的几种特性	(7)
习题 2	(10)
§ 3 初等函数	(11)
习题 3	(16)
§ 4 极限概念	(17)
习题 4	(20)
§ 5 极限运算	(21)
习题 5	(23)
§ 6 极限存在准则 两个重要极限	(24)
习题 6	(28)
§ 7 无穷小和无穷大	(28)
习题 7	(33)
§ 8 函数的连续性	(33)
习题 8	(39)
复习题一	(40)
第二章 导数与微分	(42)
§ 1 导数概念	(42)
习题 1	(48)
§ 2 导数的基本公式与运算法则	(49)
习题 2	(61)
§ 3 高阶导数	(63)
习题 3	(66)
§ 4 隐函数的导数 由参数方程所确定的函数的导数	(66)

习题 4	(71)
§ 5 微分	(72)
习题 5	(79)
复习题二	(80)
第三章 中值定理与导数的应用	(82)
§ 1 中值定理	(82)
习题 1	(86)
§ 2 罗必塔(L'Hospital)法则	(87)
习题 2	(90)
§ 3 函数的增减性与极值	(91)
习题 3	(96)
§ 4 最大值、最小值问题	(97)
习题 4	(100)
§ 5 曲线的凹向与拐点 函数图像的描绘	(102)
习题 5	(106)
· § 6 曲线的曲率	(106)
习题 6	(112)
复习题三	(112)
第四章 不定积分	(114)
§ 1 不定积分的概念与性质	(114)
习题 1	(117)
§ 2 换元积分法	(118)
习题 2	(125)
§ 3 分部积分法	(127)
习题 3	(130)
§ 4 有理函数的积分举例	(130)
习题 4	(133)
§ 5 积分表的用法	(134)
习题 5	(136)
复习题四	(136)
第五章 定积分及其应用	(138)

§ 1 定积分的概念及性质	(138)
习题 1	(143)
§ 2 微积分基本公式	(144)
习题 2	(148)
§ 3 定积分的换元法与分部积分法	(148)
习题 3	(153)
§ 4 广义积分	(153)
习题 4	(157)
§ 5 定积分的应用	(157)
习题 5	(170)
复习题五	(172)
第六章 向量代数与空间解析几何简介	(174)
§ 1 空间直角坐标系	(174)
习题 1	(177)
§ 2 向量及其线性运算	(177)
习题 2	(181)
§ 3 向量的坐标	(181)
习题 3	(185)
§ 4 向量的数量积	(186)
习题 4	(188)
§ 5 向量的向量积	(189)
习题 5	(192)
§ 6 曲面	(192)
习题 6	(202)
§ 7 空间曲线	(203)
习题 7	(208)
复习题六	(209)
第七章 多元函数微分法	(211)
§ 1 多元函数的基本概念	(211)
习题 1	(216)
§ 2 偏导数	(217)
习题 2	(221)

§ 3 全微分	(221)
习题 3	(224)
§ 4 多元复合函数的求导法则	(224)
习题 4	(229)
§ 5 多元函数的极值、最大值、最小值问题	(229)
习题 5	(235)
复习题七	(236)
第八章 重积分	(238)
§ 1 二重积分的概念与性质	(238)
习题 1	(243)
§ 2 利用直角坐标计算二重积分	(244)
习题 2	(253)
§ 3 利用极坐标计算二重积分	(254)
习题 3	(258)
§ 4 三重积分的概念及其算法	(259)
习题 4	(263)
§ 5 利用柱面坐标及球面坐标计算三重积分	(264)
习题 5	(266)
复习题八	(267)
第九章 曲线积分与曲面积分	(270)
§ 1 对弧长的曲线积分	(270)
习题 1	(273)
§ 2 对坐标的曲线积分	(273)
习题 2	(280)
§ 3 格林公式	(281)
习题 3	(287)
§ 4 曲面的面积 有向曲面	(287)
§ 5 对面积的曲面积分	(290)
习题 5	(293)
§ 6 对坐标的曲面积分	(294)
习题 6	(299)
§ 7 高斯公式	(299)

习题 7	(300)
复习题九	(300)
第十章 级数	(303)
§ 1 常数项级数的基本概念 幂级数及其收敛性	(303)
习题 1	(309)
§ 2 函数展开成幂级数	(310)
习题 2	(316)
§ 3 傅立叶级数	(316)
习题 3	(324)
复习题十	(325)
第十一章 常微分方程	(327)
§ 1 微分方程的一般概念	(327)
习题 1	(329)
§ 2 可分离变量的微分方程 齐次方程	(330)
习题 2	(334)
§ 3 一阶线性微分方程及可降阶的高阶方程	(335)
习题 3	(339)
§ 4 二阶常系数齐次线性微分方程	(340)
习题 4	(344)
§ 5 二阶常系数非齐次线性微分方程	(345)
习题 5	(348)
复习题十一	(349)
第十二章 行列式	(351)
§ 1 二、三阶行列式	(351)
习题 1	(355)
§ 2 三阶行列式的性质	(356)
习题 2	(361)
§ 3 n 阶行列式	(362)
习题 3	(370)
§ 4 克莱姆法则	(371)
习题 4	(374)

复习题十二	(375)
第十三章 矩阵及其运算	(377)
§1 线性变换与矩阵的概念	(377)
习题 1	(380)
§2 矩阵的运算	(380)
习题 2	(391)
§3 几个特殊形式的矩阵	(392)
习题 3	(397)
§4 逆矩阵及其求法	(398)
习题 4	(408)
复习题十三	(409)
第十四章 矩阵的秩和线性方程组	(412)
§1 矩阵的秩	(412)
习题 1	(416)
§2 用矩阵的初等行变换解非齐次线性方程组	(417)
习题 2	(421)
§3 用矩阵的初等行变换解齐次线性方程组	(422)
习题 3	(425)
复习题十四	(426)
第十五章 随机事件及其概率	(428)
§1 随机事件 样本空间	(428)
习题 1	(431)
§2 古典概型 概率的统计定义	(432)
习题 2	(440)
§3 条件概率 乘法定理 独立性	(440)
习题 3	(445)
§4 全概率公式 二项概率公式	(446)
习题 4	(449)
复习题十五	(450)
第十六章 随机变量及其分布 数字特征	(452)
§1 随机变量及其分布函数	(452)

习题 1	(455)
§ 2 离散型随机变量	(455)
习题 2	(461)
§ 3 连续型随机变量	(462)
习题 3	(468)
§ 4 随机变量函数的分布	(469)
习题 4	(472)
§ 5 期望及其简单性质	(472)
习题 5	(479)
§ 6 方差及其简单性质	(481)
习题 6	(486)
复习题十六	(486)
* 第十七章 数理统计初步	(488)
§ 1 抽样及其分布	(488)
习题 1	(499)
§ 2 参数估计	(501)
习题 2	(510)
§ 3 假设检验	(511)
习题 3	(517)
§ 4 一元线性回归	(517)
习题 4	(527)
复习题十七	(527)
附录	(529)
附表	(551)
习题答案	(561)

第一章 函数、极限、连续

§ 1 变量与函数

一、常量与变量

在观察某种自然现象或技术过程时,常常会遇到各种不同的量,其中有的量在过程中不起变化,也就是保持固定的数值,这种量叫做常量;还有一些量在过程中是变化着的,也就是可以取不同的数值,这种量叫做变量.例如,自由落体在下落过程中,它们所经过的路程 S 和速度 v 都随着时间 t 而变化,这里的路程 S 速度 v 和时间 t 都是变量,而它的重力加速度 g 不变,是个常量.

一个量是常量还是变量,要根据具体情况作出具体分析,例如,重力加速度 g ,就小范围区域来说,可以认为是常量,就大范围区域来说,则是变量.

常量通常用字母 a, b, c 等表示,变量用 x, y, z 等表示.

任何一个变量,总有一定的变化范围,例如,某天的最高温度是 8°C ,最低温度是 -6°C ,那么,这一天的气温 T 的变化范围就是 -6°C 到 8°C ,或者说 -6°C 到 8°C 是变量 T 的取值范围.

如果变量的变化是连续的,常用区间来表示变量的变化范围.关于区间的名称和记号,在中学数学中已经学过,这里不再重复.

以后,时常会遇到被称做邻域的一种开区间,其规定如下:

设 a 与 δ 是两个实数,且 $\delta > 0$, 满足不等式

$$|x - a| < \delta$$

的实数 x 的全体叫作点 a 的 δ 邻域,点 a 叫作这邻域的中心, δ 叫作这邻域的半径.

易知

$$\begin{aligned}|x - a| &< \delta \\ \iff -\delta &< x - a < \delta \\ \iff a - \delta &< x < a + \delta,\end{aligned}$$

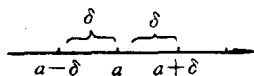


图 1-1

因此,以点 a 为中心的 δ 邻域就是开区间 $(a - \delta, a + \delta)$, 如图 1-1.

二、函数概念

先看两个例子

例 1 自由落体下落的距离 S 和时间 t 的关系是

$$S = \frac{1}{2}gt^2.$$

当 t 在其变化范围内变化时, S 也随之变化; t 有一确定值时, S 的值随之确定.

例 2 金属圆板的面积 A 与半径 r 的关系是

$$A = \pi r^2.$$

当圆板受热膨胀时, 半径 r 发生变化, 面积 A 也随之变化, 当 r 在其变化范围内有一确定值时, 面积 A 的值也就确定.

上述二例具有共同的本质, 那就是: 在某一变化过程中有两个变量, 其中一个发生变化, 另一个就跟着变化, 而且当其中一个取定了某个确定的值时, 另一个按着一定的法则总有确定的值和它对应. 这时我们说两个变量之间具有函数关系.

一般地, 函数的定义如下:

定义 设在某一变化过程中有两个变量 x 和 y , 如果当变量 x 在其变化范围内任意取定一个数值时, 变量 y 按照一定的法则总有确定的数值和它对应, 则称 y 是 x 的函数. 记作

$$y = f(x),$$

其中 x 叫自变量, y 叫因变量.

函数的定义包括三个内容:

1. 函数的定义域

自变量 x 的变化范围叫做函数的定义域.

如果自变量取某一数值 x_0 时, 函数有确定的值和它对应, 那就说函数在 x_0 处有定义. 这时的函数值记作 $f(x_0)$. 因此函数的定义域可以说成是使函数有定义的实数的全体.

定义域不同, 函数就不同, 例如

$$y = 2\log_a x \quad \text{与} \quad y = \log_a x^2,$$

前者的定义域是 $(0, +\infty)$, 后者的定义域是 $(-\infty, 0)$ 与 $(0, +\infty)$.

2. 对应关系

定义中“变量 y 按照一定的法则总有确定的数值和它对应”一语, 表明了 y 与 x 之间的关系是按照一定的法则联系起来的. 这个“一定的法则”就是 x 与 y 之间的对应关系, 即函数关系. 因此, 对应关系不同就是不同的函数; 给出 y 与 x 间的对应关系就是给出了函数.

函数记号 $y=f(x)$ 中的字母 f 是表示 x 与 y 之间对应关系的, 也就是定义中的“一定的法则”. 因此, 当同时考察几个不同函数时, 为了避免混淆, 就要用不同的字母来表示. 例如

$$y = x \quad \text{与} \quad y = \sqrt{x^2},$$

虽然定义域相同, 但对应关系不同, 仍是两个不同的函数. 如果同时讨论它们, 应当记作

$$y = f(x) = x \quad \text{与} \quad y = F(x) = \sqrt{x^2}.$$

3. 函数的值域

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 I , 那么对于 I 中的每一个 x 值, 函数 y 就有确定的值 $f(x)$ 和它对应, 所有函数值的全体叫做函数的值域.

例如, $y=x$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $(-\infty, +\infty)$;

$y=\sqrt{x^2}$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $[0, +\infty)$;

$y=\sin x$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $[-1, 1]$.

此外,对于函数的定义域还应注意的是:自变量在定义域内任意取定一个数值时,“变量 y ……总有确定的数值和它对应”,至于函数 y 有几个数值和自变量取定的那个数值相对应,由概念的内涵可知,至少一个,多则不限.如果对于自变量的每一个值,函数都只有一个确定的值和它对应,这种函数叫**单值函数**,否则叫**多值函数**.例如, $y^2=x$,函数 y 在 $(0, +\infty)$ 内是 x 的双值函数,即对于 x 的每一个数值, y 有两个数值和它对应.

在函数定义中,并不要求在自变量变化时函数一定要变,只要求有确定的函数值和它对应即可.因此在此种意义下,常量可以当作函数来看待,即常量是这样一个函数,它对于自变量的一切值来说,函数恒取相同的数值,其图像是平行于 x 轴的一条直线.

三、函数的表示法

常用来表示函数的方法有三种:

1. 公式法

这是用数学式子表示自变量和因变量之间对应关系的方法.有些函数在其定义域内用一个式子就可完全表示,有些函数在其定义域内要用几个式子才能完全表示.后者称为**分段函数**,例如,

$$y = \sqrt{x^2} = \begin{cases} x, & x \geq 0; \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

又如,

$$y = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x < 0. \end{cases}$$

其图形如图 1-2,图 1-3.

2. 表格法

将一系列的自变量值与对应的函数值列成表,如平方表、对数表、三角函数表等等,这种表示函数的方法叫做**表格法**.

3. 图示法