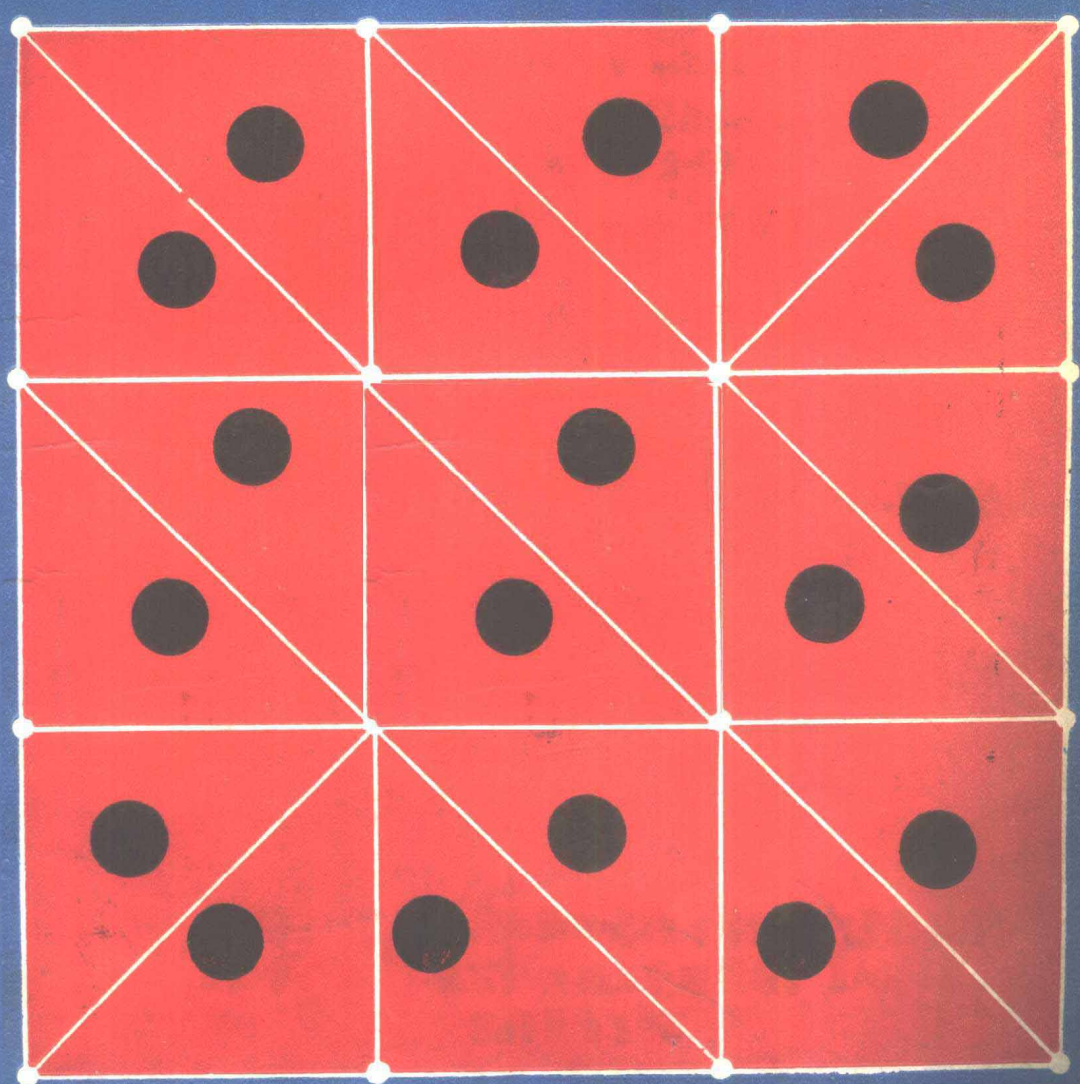


# 怎样编写 有限元法程序

张允真 编



中国铁道出版社

# 怎样编写有限元法程序

张 允 真 编

中 国 铁 道 出 版 社

1990年·北京

## 内 容 简 介

本书利用有限元法原理和杆系结构矩阵分析原理专述怎样编写有限元法的源程序,以及怎样使用所编写的源程序解决实际工程问题。

本书共分五章,主要包括四个源程序:简单的平面桁架程序;弹性平面问题三角形单元程序;平面刚架与平板架程序;广义平面问题程序(包括三角形单元、杆单元和轴对称单元)。

本书源程序的语言是FORTRAN 77,适合在微型计算机上应用。

本书可供从事土建、水利、机械、造船、桥梁等专业的工程技术人员,以及高等院校师生学习参考。

## 怎样编写有限元法程序

张允真 编

\*

中国铁道出版社出版

(北京市东单三条14号)

责任编辑 郭 宇 封面设计 翟 达

中国铁道出版社发行 各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

---

开本: 787×1092mm 1/16 印张: 11 字数: 272千

1990年8月 第1版 第1次印刷

印数: 1—2500册

---

ISBN 7-113-00857-7/TP·85 定价: 5.30 元

# 前 言

本书利用有限元法原理和杆系结构矩阵分析原理专述怎样编写有限元法的源程序，怎样使用所编写的源程序计算有关的课题以及怎样画网格、分析计算结果的正确性和评论误差。编者期望，用此书来缩短有限元法与实际应用之间的距离。

本书的内容、程序及其编写手法，从简单到复杂，前后连贯，难点分散，重点突出，特别注重实际应用，使读者既能学习到程序设计要领、手法及技巧，又能应用书中的源程序直接计算若干常见的工程力学课题。

本书共五章，包括四个源程序：简单的平面桁架程序；弹性平面问题三角形单元程序；平面刚架与平板架程序；广义平面问题程序（包括三角形单元、杆单元和轴对称单元）。

书中不仅给出了源程序，还详细介绍了程序设计的基本方法、步骤、技巧和要领。为了便于读者学习使用本书的程序，书中列举了足够的手算例题及实际工程问题。

书中源程序的语言是FORTRAN77，适合在微型计算机上应用。

限于编者水平，书中存在的错误和不当之处，请读者批评指正。

编 者

EA536/06

# 目 录

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| 第一章 平面桁架程序                        | 1  |
| 第一节 引 言                           | 1  |
| 第二节 单元公式和计算过程                     | 1  |
| 第三节 程序框图                          | 3  |
| 第四节 手算例题                          | 3  |
| 第五节 程序设计的数据                       | 8  |
| 第六节 平面桁架程序及其注解                    | 9  |
| 第七节 使用程序的例题                       | 13 |
| 第二章 总刚度矩阵的存储及其方程组的解法              | 18 |
| 第一节 总刚度矩阵的特点                      | 18 |
| 第二节 半等带宽存储和形成总刚度矩阵                | 19 |
| 第三节 变带宽存储和形成总刚度矩阵                 | 22 |
| 第四节 变带宽紧缩存储和形成总刚度矩阵               | 26 |
| 第五节 按方阵、带状阵存储的高斯消元法               | 29 |
| 第六节 按方阵、带状阵存储的 $[L]^T[L_0][L]$ 解法 | 37 |
| 第七节 按变带宽存储的 $[L]^T[L_0][L]$ 解法    | 44 |
| 第三章 弹性平面问题有限元法的三角形单元              | 50 |
| 第一节 引 言                           | 50 |
| 第二节 单元公式和计算例题                     | 50 |
| 第三节 主控数据和程序框图                     | 54 |
| 第四节 单元及其材料, 支承条件和单元荷载的定义          | 56 |
| 第五节 单元刚度矩阵的程序设计                   | 61 |
| 第六节 总刚度矩阵的形成                      | 63 |
| 第七节 方程组右端项的形成                     | 65 |
| 第八节 支承条件的引进                       | 67 |
| 第九节 单元应力的计算                       | 68 |
| 第十节 源程序及其简单注解                     | 71 |
| 第十一节 源程序应用举例                      | 79 |
| 第十二节 网 格 图                        | 82 |
| 第十三节 考核程序和分析计算结果                  | 84 |

|                     |     |
|---------------------|-----|
| <b>第四章 平面刚架和平板架</b> | 86  |
| 第一节 引言              | 86  |
| 第二节 杆系结构的有限元法 (摘要)  | 86  |
| 第三节 手算例题            | 91  |
| 第四节 平面刚架、板架的程序规定    | 96  |
| 第五节 源程序及其设计说明       | 99  |
| 第六节 源程序应用举例         | 115 |
| 第七节 源程序的实际应用        | 122 |
| 第八节 温度应力            | 125 |
| 第九节 装配应力            | 129 |
| <b>第五章 广义弹性平面问题</b> | 131 |
| 第一节 引言              | 131 |
| 第二节 广义弹性平面问题有限元法的特点 | 131 |
| 第三节 单元公式            | 132 |
| 第四节 手算例题            | 135 |
| 第五节 杆和轴对称单元的数据和信息   | 139 |
| 第六节 源程序和注解          | 140 |
| 第七节 源程序应用举例         | 154 |
| 第八节 离散误差和收敛速度       | 164 |
| 第九节 计算误差和病态方程       | 166 |
| 第十节 残差和迭代改进         | 169 |

# 第一章 平面桁架程序

## 第一节 引言

平面桁架杆单元是有限元法最简单的单元，它的力学概念很容易搞清楚，单元公式最简单，以此编写平面桁架程序，对有限元法的程序设计可以起到引导作用。因此，我们首先介绍平面桁架程序。

平面桁架程序虽然简单，但它概括了用有限元法进行计算的全过程。例如，关于已知数据的编排和输入，单元刚度矩阵的计算，结构总刚度矩阵的集成，支承条件的引进，代数方程组的求解以及内力或应力的计算与输出。

然而，这毕竟不是一个高质量高水平程序，因为在编写该程序中所采用的手法或称技巧是低水平的，程序是直来直去的，目的是为读者读起来简单易懂，为以后读较高级的程序打下良好的基础。

评价一个程序编写的好坏，是属高水平的还是低水平的程序，通常以下列标准进行考核：

- (1) 编写程序的手法高低，技巧性如何；
- (2) 程序是否通顺，可读性如何；
- (3) 程序是否便于调试、修改，可开发性如何；
- (4) 在程序功能和题目大小一定的条件下，程序长短和算题所占用的机时多少，经济效益如何。

诚然，编写本章的平面桁架程序，是有意突出上列第二条要求，目的在于使此书的内容由浅到深，循序渐近，在此强调可读性。当然，本书后续各章的编写是力求作到上列每一条要求，至于编写程序的技巧或手法，将有目的地分散在各章或各程序之中，便于读者学习。

书中的各程序均属固体力学的专题程序，它们特别适于微型计算机上使用，用本书所述的程序在微型机上计算力学专题显得特别方便和经济。

## 第二节 单元公式和计算过程

在《杆系结构矩阵分析》一书中，已详细推导出桁架单元的全部公式。在此，为编写平面桁架的计算机程序，特作简单小结，重点给出与程序设计有关的公式。

计算平面桁架的全过程应小结为：确定桁架的节点数和单元数以及它们各自的编号；按单元的编号顺序依次建立单元刚度矩阵，并顺便累积到结构的总刚度矩阵之中；组集代数方程组的荷载右端项；考虑支承条件并把它反映在总刚度矩阵和右端项之中；求解代数方程组，以求得各节点的位移分量；计算各单元的内力或应力。

在这里，所称的单元公式，主要指单元刚度矩阵和单元的应力公式。



若平面桁架杆单元的轴线取为  $x$  坐标轴, 如图 1-1(a) 所示, 则其刚度矩阵是

$$[k] = \frac{Et}{l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1-1)$$

为得到单元在任意位置的刚度矩阵, 需作如下坐标变换

$$[\bar{k}] = [\lambda]^T [k] [\lambda] \quad (1-2)$$

其中,  $[\lambda]$  是坐标变换矩阵, 它的表达式是

$$[\lambda] = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (1-3)$$

$[\bar{k}]$  是对应图 1-1(b) 所示单元的刚度矩阵。

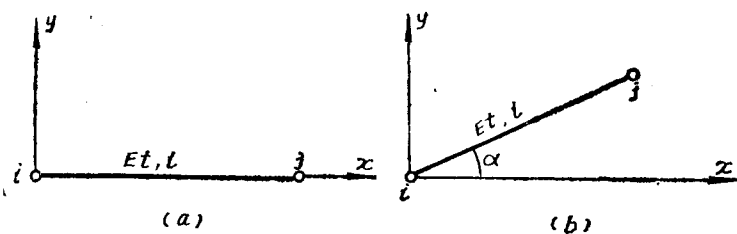


图 1-1

利用式 (1-3)、(1-1) 和 (1-2), 由矩阵相乘得到

$$[\bar{k}] = \frac{Et}{l} \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha & -\cos^2 \alpha & -\cos \alpha \sin \alpha \\ \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha & -\cos \alpha \sin \alpha & -\sin^2 \alpha \\ -\cos^2 \alpha & -\cos \alpha \sin \alpha & \cos^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha \\ -\cos \alpha \sin \alpha & -\sin^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix} \quad (1-4)$$

对应图 1-1(b) 所示单元的内力和应力公式分别是

$$N = \frac{Et}{l} [-\cos \alpha \quad -\sin \alpha \quad \cos \alpha \quad \sin \alpha] \{d\}$$

$$\sigma = N/t \quad (1-5)$$

$$\{d\} = [u_i, v_i, u_j, v_j]^T$$

$\{d\}$  是单元的节点位移分量列阵。

在编写程序时, 可以用式 (1-4) 直接计算出单元刚度矩阵  $[\bar{k}]$ , 也可以间接地先形成矩阵  $[k]$  和  $[\lambda]$ , 然后让计算机按式 (1-2) 自动地生成  $[\bar{k}]$ 。但是, 在此用后者的办法生成  $[\bar{k}]$  就显得浪费机时, 也增加程序的长度。然而, 后者的办法在某些较复杂的程序设计, 却是很有用的。



### 第三节 程序框图

程序框图是由箭头、方框、二端尖框、二端圆框、菱形框和平行四边形框组合成的用以说明计算内容和计算方法以及计算步骤的示意图。各种框形及其相应的含意如图1—2所示。框内的说明指出了一台独立的计算内容或计算方法，一框如同一个数字加工器。各框既彼此衔接又相互独立，从一框到另一框表示计算过程从这一步骤到另一步骤，前一框的计算结果可能成为后一框或几框计算用的初始数据。框图中的箭头示出了计算流程。

能够反映一个课题的整个计算过程和内容的框图，称之为总框图；只能原则性的指出计算过程的几个大步骤及其大致的内容的框图，称之为粗框；单独反映某一步骤的具体计算内容和过程的框图，称之为细框。当然，用有限元法计算在本书中的各课题的粗框图，大致是一样的。

一个计算课题的程序设计，是在一定的数学加工和计算方法基础上进行的，一般包括框图设计和编写程序两个部分工作。框图是为编制程序服务的，为了编写的思路清晰，步骤准

确，有时在粗框的基础上再具体地设计几个细框。借助粗、细框图，把整个的计算过程和內容按一定的算法语言编制成程序，此程序称之为源程序。当然，对计算过程和內容以及计算方法，并对所使用的算法语言都很熟悉的人，不具体地划出框图而直接编写程序也是可行的。

例如，反映平面桁架计算内容和计算步骤的总框图，如图1—3(a)所示。当然，这是一个粗框图。

图1—3(a)是用6个框形组成的程序总框图。为便于编写程序，还需反映出某些框的具体计算内容和计算过程。因此，在本章的第六节还用到了粗框2和粗框6的细框图，它们分别如图1—3(b)和图1—3(c)所示，其中图框的含意如图1—2所示。

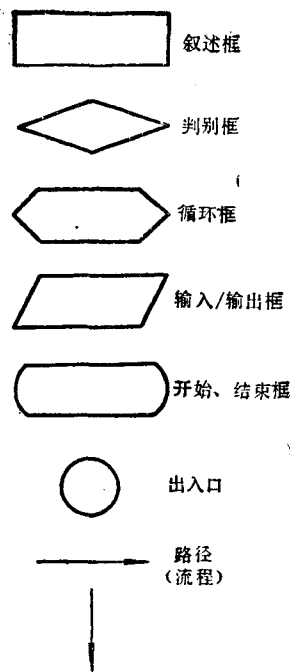


图 1—2

### 第四节 手算例题

在此，按总框图的流程和各框内说明的计算内容，计算平面桁架的一个例题。在解题中，除了遵守有限元法的手算规律以外，在此尽力模仿计算机按计算机程序作计算，目的是向计算机程序方面过渡，从而为下一节编写或阅读计算机程序打下基础。

图1—4为一平面桁架的计算简图。

该例题的节点编号、单元编号、材料的弹性模量 $E_0$ 、截面面积 $t$ 、几何尺寸、外荷载 $P$

和支承条件等均示于图上, 不计单元自重 $W$ 。

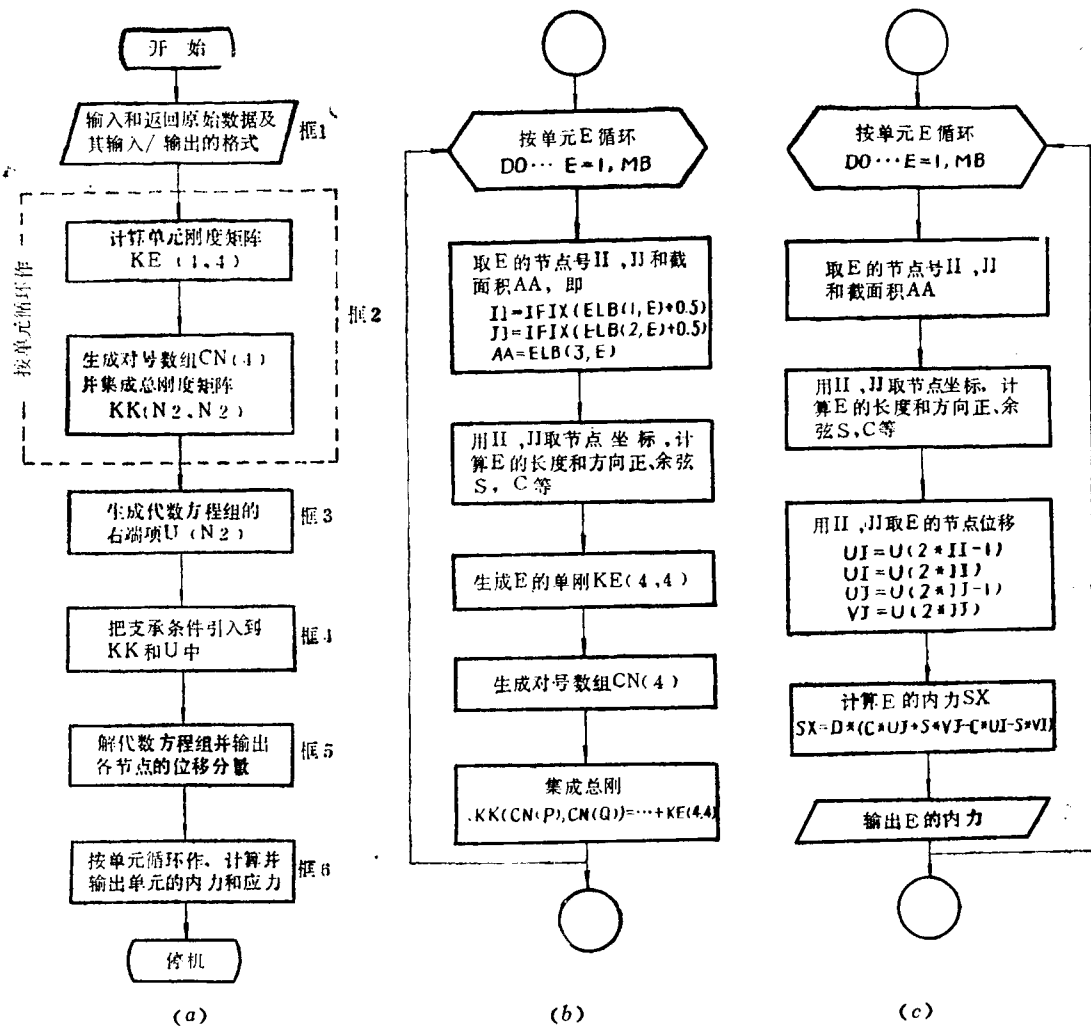


图 1-3

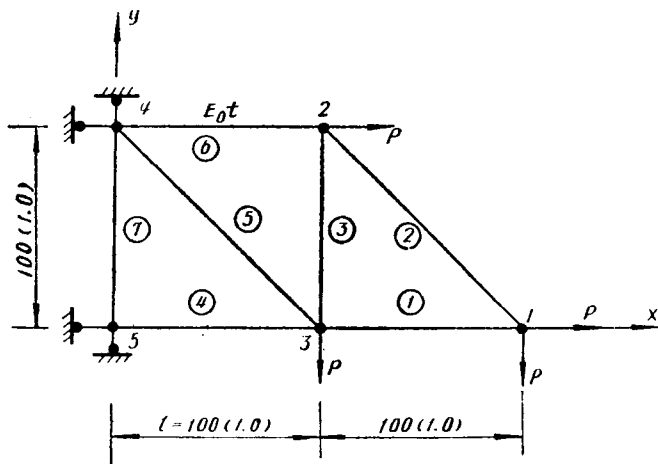


图 1-4

按解题步骤叙述和计算如下:

1. 准备数据 (与总框图框 1 相对应)

节点数  $N=5$ , 单元数  $MB=7$ , 已知支承位移条件数  $LR=4$ , 节点上外荷载分量数  $LPQ=4$ ,  $E_0=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ,  $W=0$ ,  $N_2=2 \times N_0$ .

$XY(2,N)$  是节点坐标  $x, y$  的数组。本题的节点坐标是

| 节 点 号 | 1   | 2   | 3   | 4   | 5 |
|-------|-----|-----|-----|-----|---|
| $x$   | 200 | 100 | 100 | 0   | 0 |
| $y$   | 0   | 100 | 0   | 100 | 0 |

$ELB(3,MB)$  是单元的节点号  $II, JJ$  及其单元的横截面积  $AA$  的数组。本题的  $II, JJ$  和  $AA$  编排如下:

| 单 元 号 | ①   | ②   | ③   | ④   | ⑤   | ⑥   | ⑦   |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $II$  | 1   | 1   | 2   | 3   | 3   | 2   | 4   |
| $JJ$  | 3   | 2   | 3   | 5   | 4   | 4   | 5   |
| $AA$  | $t$ | $t$ | $t$ | $t$ | $t$ | $t$ | $t$ |

$SU(2,LR)$  是方程顺序号及其相应的已知位移的数组。本题的  $SU$  是

| 方程顺序号  | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------|---|---|---|----|
| 已知位移数值 | 0 | 0 | 0 | 0  |

$ELPQ(2,LPQ)$  是方程顺序号及其相应的已知外荷载分量的数组。本题的  $ELPQ$  是

| 方程顺序号  | 1   | 2    | 3   | 6    |
|--------|-----|------|-----|------|
| 已知荷载分量 | $P$ | $-P$ | $P$ | $-P$ |

2. 计算单元刚度矩阵 (与框 2 的第一框相对应) 的各元素

根据各单元的节点号 ( $II, JJ$ ) 和坐标 ( $x, y$ ), 可以计算出各单元的长度 ( $DL$ ), 方向的正、余弦 ( $S, C$ ) 以及它们的乘积 ( $S^2, C^2, S \cdot C$ )。用  $E_0$ 、 $DL$  和  $AA$  来计算  $\beta = E_0 \cdot AA/DL$ 。利用  $\beta, S^2, C^2$  和  $S \cdot C$ , 按式 (1—4) 建立单元刚度矩阵  $KE(4,4)$ 。单元①至⑦的刚度矩阵如下:

单元①, ④, ⑥的刚度矩阵是

$$[KE] = \frac{E_0 \cdot t}{l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

单元③, ⑦的刚度矩阵是

$$[KE] = \frac{E_0 \cdot t}{l} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

单元②, ⑤的刚度矩阵是

$$[KE] = 0.35355 \frac{E_0 \cdot t}{l} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

### 3. 集成结构的总刚度矩阵 (与框 2 的第二框相对应)

根据单元的节点号II和JJ, 来生成对号数组CN(4), 其CN(1)=2·II-1, CN(2)=2·II, CN(3)=2·JJ-1, CN(4)=2·JJ。

设总刚度矩阵数组为KK(N<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>)。根据对号数组CN(4), 把相应的单元刚度矩阵 KE (4,4)累积到最先被清过零的总刚度矩阵KK(N<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>)之中。如此按单元的编号循环作, 便可得总刚度矩阵[KK], 即

|                                   |          |          |          |          |          |          |          |          |    |    |
|-----------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----|----|
| [KK] =<br>$\frac{E_0 \cdot t}{l}$ | 1.35355  | -0.35355 | -0.35355 | 0.35355  | -1       |          |          |          |    |    |
|                                   | -0.35355 | 0.35355  | 0.35355  | -0.35355 |          |          |          |          |    |    |
|                                   | -0.35355 | 0.35355  | 1.35355  | -0.35355 |          |          | -1       |          |    |    |
|                                   | 0.35355  | -0.35355 | -0.35355 | 1.35355  |          | -1       |          |          |    |    |
|                                   | -1       |          |          |          | 2.35355  | -0.35355 | -0.35355 | 0.35355  | -1 |    |
|                                   |          |          |          | -1       | -0.35355 | 1.35355  | 0.35355  | -0.35355 |    |    |
|                                   |          |          | -1       |          | -0.35355 | 0.35355  | 1.35355  | -0.35355 |    |    |
|                                   |          |          |          |          | 0.35355  | -0.35355 | -0.35355 | 1.35355  |    | -1 |
|                                   |          |          |          |          | -1       |          |          |          | 1  |    |
|                                   |          |          |          |          |          |          |          | -1       |    | 1  |

### 4. 生成结构平衡方程组的右端项 (与框 3 相对应)

(1-6)

根据LPQ和ELPQ(2,LPQ), 可集成结构平衡方程组的右端项

$$\{P\} = [P \ -P \ P \ 0 \ 0 \ -P \ R_{4x} \ R_{4y} \ R_{5x} \ R_{5y}]^T$$

其中,  $R_{4x}$ ,  $R_{4y}$ ,  $R_{5x}$ ,  $R_{5y}$ 是支承反力, 暂时为未知量。

于是, 得到结构的平衡方程组

$$[KK] \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ -P \\ P \\ 0 \\ 0 \\ -P \\ R_{4x} \\ R_{4y} \\ R_{5x} \\ R_{5y} \end{Bmatrix} \quad (1-7)$$

### 5. 引入支承条件 (与框 4 相对应)

根据LR和SU(2,LR)得知 $u_4=v_4=u_5=v_5=0$ , 并知, 在式(1-7)中的后4式各自独立含有一个未知量, 于是式(1-7)可化为

$$\frac{E_0 \cdot t}{l} \begin{bmatrix} 1.35355 & -0.35355 & -0.35355 & 0.35355 & -1 & \\ -0.35355 & 0.35355 & 0.35355 & -0.35355 & & \\ -0.35355 & 0.35355 & 1.35355 & -0.35355 & & \\ 0.35355 & -0.35355 & -0.35355 & 1.35355 & & -1 \\ -1 & & & & 2.35355 & -0.35355 \\ & & & -1 & -0.35355 & 1.35355 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ -P \\ P \\ 0 \\ 0 \\ -P \end{Bmatrix} \quad (1-8)$$

另外, 利用大数法引入支承条件也是可行的。此时, 把式(1-7)的后4行对角线元素改为大数(例如 $10^{11}$ )即可。

### 6. 解结构代数方程组 (与框 5 相对应)

解线性代数方程组(1-8), 可得到

$$[u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3] = \frac{P \cdot l}{E_0 \cdot t} [-2 \ -15.485 \ 2 \ -8.657 \ -2 \ -7.657]$$

### 7. 求支承反力

利用式(1-7)的后4式, 可求得各支承反力

$$[R_{4x} \ R_{4y} \ R_{5x} \ R_{5y}] = P[-4 \ 2 \ 2 \ 0]$$

### 8. 计算各单元内力和应力 (与框 6 相对应)

利用各单元的节点位移分量及其单元的方向正、余弦(S,C), 按式(1-5)可求得各单元的内力和应力, 其计算结果是

| 单元号                 | ① | ②     | ③  | ④  | ⑤     | ⑥ | ⑦ |
|---------------------|---|-------|----|----|-------|---|---|
| 内力(P)               | 0 | 1.414 | -1 | -2 | 2.828 | 2 | 0 |
| 应力( $\frac{P}{t}$ ) | 0 | 1.414 | -1 | -2 | 2.828 | 2 | 0 |

## 第五节 程序设计的数据

一旦确定了计算简图，在图上标注节点的编号和单元的编号，以及节点数和单元数、材料性质、荷载和已知位移条件等数据，如图 1—4 所示。这些数据是程序设计和课题计算所必需的。

### 1. 主控数据

为了程序具有通用性，首先要确定对结构分析起控制作用的数据，即主控数据。为达到控制全部数据和控制计算的目的，在程序一开始就输入几张数据卡片，或利用键盘输入控制数据。

本章平面桁架程序的主控数据为如下 4 个变量：

$N$  —— 节点数，上节例题为 5；

$MB$  —— 单元数，上节例题为 7；

$LR$  —— 已知位移条件数，上节例题为 4；

$LPQ$  —— 节点上外荷载分量数，上节例题为 4。

另外，关于材料的弹性模量  $E_0$  和自重  $W$ ，可称之为基本变量，它们不起数据和控制程序的控制作用，但却是基本的。至于  $N_2$ ，可称为计算变量，它虽然起控制作用，但并非主控，因为  $N_2 = 2 \times N$ 。

### 2. 单元定义

变量  $MB$  控制着全部杆单元的几何尺寸和横截面积数组的输入。每个单元由两端节点号 ( $II, JJ$ ) 和横截面积 ( $AA$ ) 所定义，各单元的  $II, JJ, AA$  均存放于一个二维数组  $ELB(3, MB)$  中，它的定义是

| 单元号  | ① | ② | ③ | ... | $MB$ |
|------|---|---|---|-----|------|
| $II$ |   |   |   | ... |      |
| $JJ$ |   |   |   | ... |      |
| $AA$ |   |   |   | ... |      |

通过二端节点号  $II, JJ$ ，从节点坐标数组  $XY(2, N)$  中取得节点的坐标，由此可计算杆单元的长度及其方位角。

本程序规定，各单元均为同一的材料，因此统一给出弹性模量  $E_0$ 。

### 3. 节点坐标

变量  $N$  控制着所有节点坐标数据的输入。在一般情况下计算单元刚度，应力矩阵时需要用到节点的坐标。本程序的节点坐标数组  $XY(2, N)$  为

| 节点号 | 1 | 2 | 3 | ... | $N$ |
|-----|---|---|---|-----|-----|
| $x$ |   |   |   | ... |     |
| $y$ |   |   |   | ... |     |

### 4. 节点上荷载

在数据准备中必须确定作用在节点上的荷载。因为在许多问题中,多数节点上没有荷载作用,因此需用主控数据LPQ来指明有荷载分量作用的节点,或与位移分量相对应的方程式,以及与LPQ有关的荷载数组ELPQ(2,LPQ),关于该数组的编排如下:

| 顺 序 号   | 1 | 2 | 3 | ... | LPQ |
|---------|---|---|---|-----|-----|
| 方 程 序 号 |   |   |   | ... |     |
| 荷 载 分 量 |   |   |   | ... |     |

由于整个荷载数组事先赋于初值零,则将自动地对非受荷载作用的节点提供了零值。

$x$  和  $y$  方向上的荷载在这里是用手算的,在较高水平的程序中,只要指出作用在单元上的荷载数据和信息,计算机根据程序就能自动形成节点荷载分量。

#### 5. 节点上约束

为了消除整个结构的刚性运动状态,必须把已知的节点位移分量引到结构的总刚度矩阵及其右端项中。若平面桁架上的外荷载自成平衡力系,则必须人为地对结构加以约束,但只需加3个独立的约束,不能多也不可少;在任何荷载情况下,平面桁架至少存在3个独立的约束,以排除结构的刚性运动。

关于节点上的约束,需用主控数据LR来指明有已知位移分量的节点,或与该位移分量相对应的方程式,以及与LR有关的已知位移数组SU(2,LR)。SU(2,LR)的编排如下:

| 顺 序 号   | 1 | 2 | 3 | ... | LR |
|---------|---|---|---|-----|----|
| 方 程 序 号 |   |   |   | ... |    |
| 位 移 分 量 |   |   |   | ... |    |

节点上已知位移数据与节点上已知外荷载数据(包括零荷载分量)总是相互补充的。若在同一节点上某位移分量是已知的,则与此对应的荷载分量便是未知的,或与其相反。绝对不会有同时是已知的,或同时是未知的情况,这是普遍规律。

#### 6. 数据返回

在大多数有限元法程序中包含有数据返回的程序段,即把输入的数据打印出来,如此作法是一件理所当然的事情。虽然有时数据没有严格地返回,然而它们确实是所输入的数据,没有严格返回是由于输入和输出格式上某些微小误差所致,或计算时舍入误差所致。利用返回的数据可以迅速并容易地校核出输入数据中的错误,倘若计算成果被留作参考资料的话,那么返回的数据还可以作为识别计算成果正确性的一种依据。

## 第六节 平面桁架程序及其注解

根据单元公式和计算过程以及程序设计的数据编排和规定,并参照手算例题,而编制的源程序如下(为便于阅读,在程序段后加以注解,说明各程序段的功能和有关变量的意义):

```
0010C   THE PROGRAM FOR PLANE TRUSSES
0020C   MASTER NAHZ
```



```

0030    REAL KK,KE
0040    INTEGER P,Q,CN,E
0050    DIMENSION XY(2,200),ELB(3,400),SU(2,50),
0060    & ELPQ(2,400),CN(4),U(400),KK(200,200),KE(4,4)
0070    READ(16,11)N,MB, LR,LPQ,E0,W
0080    READ(16,12) ((XY(I,J),I=1,2),J=1,N)
0090    READ(16,13) ((ELB(I,J),I=1,3),J=1,MB)
0100    READ(16,14) ((SU(I,J),I=1,2),J=1,LR)
0110    READ((16,15) ((ELPQ(I,J),I=1,2),J=1,LPQ)
0120    WRITE(6,70)
0130    WRITE(6,50)
0140    WRITE(6,51) N,MB,LR,LPQ,E0,W
0150    WRITE(6,52) ((XY(I,J),I=1,2),J=1,N)
0160    WRITE(6,53) ((ELB(I,J),I=1,3),J=1,MB)
0170    WRITE(6,54) ((SU(I,J),I=1,2),J=1,LR)
0180    WRITE(6,55) ((ELPQ(I,J),I=1,2),J=1,LPQ)
0190    WRITE(6,60)

```

注解:

第10, 20句为英文注解;

第30~60句为实型、整型量和数组维数说明语句;

第70~110句为输入已知数据语句;

第120~190句为输入的已知数据进行返回语句及输出符号语句。

```

0200    70  FORMAT(1X/1X/1X,21X,37H THE ORIGINAL
0210    &  NUMBERS AND THE RESULTES/1X/1X,16X,47
0220    &  H#####/1X/1X/1X)
0230    50  FORMAT(25X,30H * * * * * THE ORIGINAL
0240    &  NUMBERS * * * * */1X/1X/1X)
0250    51  FORMAT(1X,2HN=,I3,3X, 3HMB=,I3,3X,3HLR=,I3,3X,
0260    &  4HLPQ=,I3,3X,3HE0=,F10.1,3X,2HW=,F6.4)
0270    52  FORMAT(1X/1X/4X,4(8HX-----,1X,8HY-----,2X)
0280    &  /1X/1X,3X,10(4(F8.3,1X,F8.3,2X)/4X))
0290    53  FORMAT(1X/1X/4X,2(8HELB(1)--,1X,8HELB(2)--,1X,
0300    &  8HELB(3)--,1X)/1X/1X,3X,10(2(F8.4,1X,F8.4,1X,F8.4,2X)/4X))
0310    54  FORMAT(1X/1X/4X,4(8HUS(1)---,1X,8HUS(2)---,2X)
0320    &  /1X/1X,3X,10(4(F8.3,1X,F8.3,2X)/4X))
0330    55  FORMAT(1X/1X/4X,4(8HELPQ(1)=, 1X,8HELPQ(2)=,2X)
0340    &  /1X/1X,3X,10(4(F8.3,1X, F8.3,2X)/4X))
0350    11  FORMAT(4I5,2F14.4)
0360    12  FORMAT(10F8.3)
0370    13  FORMAT(12F8.4)
0380    14  FORMAT(10F8.3)
0390    15  FORMAT(10F8.3)
0400    60  FORMAT(25X,23H***** THE RESULTES*****/1X/1X/1X)

```

注解:

此程序段为输入、输出格式语句。

```
0400      N2 = 2 * N
0410      DO 401 P = 1, N2
0420      U(P) = 0.0
0430      DO 401 Q = 1, N2
0440      KK(P, Q) = 0.0
0450      401 CONTINUE
```

注解:

N2是结构平衡方程组的阶数,它是节点总数N的二倍;此程序段还为方程组的右端项U(P)和方程组的系数矩阵KK(P,Q)(方阵)清零。

```
0460      DO 402 E = 1, MB
0470      II = IFIX(ELB(1, E) + 0.5)
0480      JJ = IFIX(ELB(2, E) + 0.5)
0490      AA = ELB(3, E)
0500      BM = XY(2, JJ) - XY(2, II)
0510      CM = XY(1, JJ) - XY(1, II)
0520      DL = SQRT(BM * BM + CM * CM)
0530      S = BM/DL
0540      C = CM/DL
0550      D = Eo * AA/DL
0560      S2 = D * S * S
0570      C2 = D * C * C
0580      SC = D * S * C
0590      KE(1, 1) = C2
0600      KE(3, 3) = C2
0610      KE(1, 3) = -C2
0620      KE(2, 2) = S2
0630      KE(4, 4) = S2
0640      KE(2, 4) = -S2
0650      KE(1, 2) = SC
0660      KE(1, 4) = -SC
0670      KE(2, 3) = -SC
0680      KE(3, 4) = SC
0690      DO 403 P = 2, 4
0700      DO 403 Q = 1, P - 1
0710      KE(P, Q) = KE(Q, P)
0720      403 CONTINUE
0730      CN(1) = 2 * II - 1
0740      CN(2) = 2 * II
0750      CN(3) = 2 * JJ - 1
0760      CN(4) = 2 * JJ
0770      DO 404 P = 1, 4
0780      DO 404 Q = 1, 4
0790      KK(CN(P), CN(Q)) = KK(CN(P), CN(Q)) + KE(P, Q)
```