全国高等农业院校教材

全国高等农业院校教材指导委员会审定

模糊数学及其应用

杨崇瑞 主编

环保、农经、作物

农业出版社

全国高等农业院校教材

模糊数学及其应用

杨崇瑞　主编

环保、农经、作物类各专业用

农　业　出　版　社

（京）新登字060号

全国高等农业院校教材
模糊数学及其应用
杨崇瑞 主编
* * *
责任编辑 柯文武

农业出版社出版（北京市朝阳区农展馆北路2号）
新华书店北京发行所发行 农业出版社印刷厂印

850×1168mm32开本 10.75印张 268千字
1994年5月第1版 1994年5月北京第1次印刷
印数 1—2,000册 定价 6.10 元
ISBN 7-109-02713-9/O·67

序

模糊数学是近年迅速发展起来的一门新的数学分支，从1965年查德（L.A.Zadeh）第一次发表“Fuzzy Sets”论文至今只有二十余年的历史，但该学科在这一时期里从理论到方法都有了很大发展，并在自然科学和社会科学的各领域广泛地得到了应用并取得了很多成果。这一事实说明，模糊数学的产生和发展不是偶然的，它是客观事物中模糊现象的规律性的反映，是用数学方法研究和处理具有模糊现象的规律性的科学，因此它也是精确数学的一个补充和发展。

我国开展模糊数学研究是从70年代中期开始的，至今虽然只有十余年历史，但研究内容的深度和广度都有很大进展，发表了一批具有一定水平的论文和著作，并在工业、农业、林业、医学、气象、环保以及社会科学等各领域都开展了广泛的应用探索，显示了这一科学的生命力。为了进一步促进模糊数学在农业科学领域的应用和适应全国高等农业院校数学教学的发展需要，编写一本较为系统地介绍模糊数学基本原理和方法以及它在农业科学中的应用的教材是十分必要的。由杨崇瑞教授主编、袁志发、朱士光副教授合作编写的《模糊数学及其应用》一书正是根据这种需要按全国高等农业院校教材指导委员会规划要求而编写的。希望通过出版这本教材进一步促进高等农业院校数学教学的发展和模糊数学在农业科学中的应用研究。

全书系统地介绍模糊数学基本原理和方法，整个内容重点突出，针对性强。

在编写方法上，作者注意了由浅入深，循序渐进，简明易

懂，理论联系实际的原则，各章都给出了较多的应用实例，它们都有其实际背景，因此本书应用性较强。

由于模糊数学本身还很年轻，许多内容正在发展，在农业上的应用探索更是近年的事，因此要编好一本适应上述需要的教材或教学参考书是有一定难度的，作者在总结多年的模糊数学教学和科研经验的基础上，广泛参考了国内外大量著作和文献，经过共同努力编写完成这部著作并奉献给读者，这是值得称赞的。

在生命科学和现代农业科学领域中，近代应用数学分支有广阔用武之地，为发展和繁荣我国社会主义现代农业科学事业，让我们共同奋斗使它在这个璀璨的园地里结出丰硕的果实。

裴鑫德

于北京农业大学

1991年12月20日

编 者 的 话

自美国California大学的L. A. Zadeh教授于1965年发表“Fuzzy Sets”一文后，模糊数学便作为一门新的数学学科而诞生，发展非常迅速，应用十分广泛，尤在农业科技的各个领域作出了不少成绩，引起了广大科技工作者的浓厚兴趣。

然而，到目前为止，以农业院校学生及农业科技人员为主要对象，结合农业院校和农业生产为特点，有针对性，系统地介绍模糊数学的理论、方法及其应用的教科书，在国内还为数甚少。本书正是为适应这种需要，作为高等农业院校本科生的基本教学参考书，并兼顾广大农业科技工作者的需要而编著的。

编写中，我们根据多年的教学与科研体会，在广泛收集文献资料和成果的基础上，对内容的取舍，既考虑理论的系统性、科学性和先进性，又注意其实用性，因此在典范例题的选择上，力求结合专业。在后四章中增加了实际应用一节，较为广泛的介绍了当前国内各学科领域在模糊数学上的最新应用和动态。所列举的实例都具有其实际背景。因此本书的实践性较强，便于普及和推广。

书中的大部分定理都给出了详细证明，但类似证明过程留给读者完成。每章末选配了必要的习题并附有解答，供读者练习和参考。

本书共有七章：第一、第二及第三章由杨崇瑞同志编写；第四、第七两章由袁志发同志编写；第五、第六两章由朱士光同志编写，全书可供40学时讲授，各院校还可根据不同专业的具体情况和学时要求，选讲其中部分章节。

本书在编写过程中，得到北京农业大学裴鑫德教授的热情支持，并对本书初稿做了详尽的审阅，提出了许多宝贵的意见，同时还应邀为本书撰写序言，在此特表示诚挚的敬意和衷心的感谢。

我们向书中引用的国内外文献的作者表示诚挚的谢意。

限于编者的水平和经验，又加时间仓促，书中不足之处，恳请读者批评指正。

编　者

1991.12

主要运算符号

$\in$	属于	$\overset{+}{\varepsilon}$	爱因斯坦(Einstan)和算子
$\bar{\in}$	不属于	$\overset{\cdot}{\varepsilon}$	爱因斯坦 (Einstan)积算子
$\subseteq$	包含	$\sum\limits_{i=1}^{n}$	n 项和
$\subset$	真包含	A^c	集合A的补
$\not\subseteq$	不包含	$\underset{\sim}{A}^c$	Fuzzy集$\underset{\sim}{A}$的补
$\cup$	并	Sup	上确界
$\cap$	交	inf	下确界
$\forall$	对于任意的	$\mathscr{P}(X)$	普通幂集
$\exists$	总存在一个	$\mathscr{F}(U)$	模糊幂集
$\triangleq$	定义	$A\times B$	集A与集 B的笛卡尔积
$\wedge$	取小运算	$\Longleftrightarrow$	等价
$\vee$	取大运算	$\longrightarrow$	映射
$\hat{+}$	代数和算子		
$\hat{\cdot}$	代数积算子		
$\oplus$	有界和算子		
$\odot$	有界积算子		

目　录

绪　论

模糊数学是用数学方法研究和处理模糊性现象的科学。这里所谓的模糊性，主要是指客观事物的差异在中介过渡时所呈现的“亦此亦彼”性。例如，文昌鱼，无脊椎，无骨骼，但有脊索，就打破了脊椎动物与无脊椎动物的界限；总鳍鱼，有鳃，可在水中呼吸，又有肺，亦可在陆地生活，也打破了鱼类和两栖类的界限；病毒，有生命现象，属于生物范畴，但没有细胞核和组成细胞内含物的基本细胞器，具有非生物特性，它使生命与非生命的界限变得模糊起来。又如，小麦的“长芒与短芒”，“高秆与矮秆”等等，这样一些对立的概念之间，都没有绝对的明确的外延。这些没有明确外延的概念，就是模糊概念。

当今，随着科学技术的发展，越来越突出一个矛盾，“科学的深化要求研究工作数学化，定量化，但是科学的深化意味着研究对象的复杂化，而复杂的东西又难于精确化。”电子计算机的出现，在一定程度上在解决着这个矛盾。然而，正是由于电子计算机的出现，使得这个矛盾更加激化。一方面，严密的程序要求高度的精确，另一方面，机器所执行的日益繁难的任务，使它所面临的系统日益复杂。并且感受到一条不相容原理：“当一个系统的复杂性增大时，我们使它精确化的能力将减小，在达到一定的限阈时，复杂性与精确性相互排斥。”[1] 因而与复杂性相伴随的就是模糊性。在过去的科学发展中，人们能够回避模糊性而运用传统数学。那末，在今天的科学发展中，人们再也无法回避模糊性了。必须寻求一套研究和处理模糊性的数学方法，这就是模糊数学产生的历史必然性。

1965年美国加里福尼亚大学控制论专家查德(L.A. Zadeh)教授，首先提出了模糊集（Fuzzy, Sets）概念。给出了模糊性现象的定量描述和分析运算的方法，标志着模糊数学的诞生。

模糊数学的产生则把数学的应用范围从精确性现象扩大到模糊性现象的领域。把传统数学从二值逻辑的基础扩展到连续值逻辑上来，把绝对的“是与不是”变得更加灵活，在适当的限阈上去相对地划分“是与不是”，使得模糊性现象清晰化。

模糊数学从1965年发展到现在，虽然年代不长，但发展迅速，其理论方法日臻完善，并已广泛地渗透到自然科学和社会科学的各个领域。

（一）农业方面 作物引种；物种分类；土壤限制因子分析；农业区划；农业产量预测；土壤类型划分；病虫害的预测与控制；农产品的品质评价；农业系统的模糊诊断等等。

（二）气象方面 天气过程划分；中长期天气预报；天气灾害预测；农业气候区划；气象因子分析；气象预报评价；气象识别等等。

（三）林业方面 树种识别；森林区划与分类；树种引种；森林优化；森林病虫害预报等等。

（四）环境方面 环境质量评价；污染区域划分与治理决策；环境污染主因子分析；确定环境单元质量的相似性等等。

（五）地质地理方面 岩石识别与划分；岩石硬度分析；古生物化石分析；矿产预测；地理位置分析与聚类；地震预测；地震、旱、涝异常的判别分析等等。

（六）医学、化学方面 生物医学工程；医学模糊信息的处理，职业病，常见病的模拟诊断；化学物质的识别；化学反应过程的控制；物质结构分析等等。

（七）经济管理方面 经济决策分析；经济、技术的可行性研究；管理系统的障碍分析与诊断；经济区域划分；市场状态预测等等。

（八）信息方面　信息压缩；条码识别；图象识别；信息价值分析；情报预测与效果评价；文献检索；文献区域分析；数字仿真；信息加工处理等等。

此外模糊数学的实际应用还遍及教育、心理、语言、体育等诸多方面。由此可以预见，模糊数学的应用前景是广泛而深入的。它必将在今后的科学发展中，越来越大地发挥其作用。

第一章 模糊集及其运算

第一节 普通集(Cantor Sets)概念及运算

集合是现代数学中一个十分重要的概念，这不仅由于集合论已经发展成为内容极其丰富的一个数学分支，而更重要的是它已经渗透到数学的各个领域，并为现代数学所广泛应用。

一、集合的基本概念

（一）集合的概念 集合是现代数学中一个最基本的概念，乃是“具有某种特性的一些现象（或事物）的全体”，通常用大写字母 A,B,C,…X,Y,Z 等表示，而构成集合的对象叫做集合的元素或元，用小写字母 a,b,c,…x，y 表示。在讨论具体问题时，总是把讨论的对象局限在某一个范围内，这种范围称之为论域，记为U，如我们讨论病虫发生程度时，其对象离不开小发生、中等偏轻、中发生、中等偏重、大发生等，这样就构成病虫发生程度的一个论域。

当对象 a 是某集合A的元素时，就说“元素 a 属于集合 A”，记为 $a \in A$，若 a 不是集合A的元素时，则说“元素 a 不属于集合A”，记为 $a \notin A$ 或 $a \bar{\in} A$。

假如一个集合所包含的元素为有限个，则称该集合为“有限集”，否则就称“无限集”。

（二）集合的表示法 普通集合的表示法有以下几种：

1.列举法 如果集合中的元素是有限的，且可以一一列举出来，则将集合中的元素，逐一写在花括号｛ ｝里，表示一个集

合。

例如：当病虫主要测报对象取：小麦赤霉病(a)，粘虫(b)，棉蛉虫(c)，棉蚜(d)，玉米螟(e)，二化螟(f)，麦蚜(g) 等时，则它们所组成的集合，可记为

$$U=\{a,b,c,d,e,f,g\}$$

2.描述法　把所有满足给定性质 p 的元素汇集在一起，那么存在一个集合 S，记为

$$S=\{x\,|\,p(x)\}$$

其中 p(x)是“x 具有性质 p” 的一个缩写。例如：所有大于 0 并且小于或等于 2 的实数可表示为

$$A=\{x\,|\,0<x\leqslant 2\}$$

例1：设 $X=\{x\,|\,x^2-1=0\}$它是满足方程 $x^2-1=0$ 的一切x组成的集合，即

$$X=\{x\,|\,x^2-1=0\}=\{-1,1\}$$

它的元素只有两个，－1和1，所以它是一个有限集。

例2：设 E 是偶数集，则

$$E=\{x\,|\,x=2n\quad n\in N\}$$ (N为自然数集)

例3：在直角坐标 xoy 平面内，直线 $x+y=3$ 上的一切点所组成的集合为

$$S=\{(x,y)\,|\,x+y=3\}$$

（三）集合的包含和相等

（1）设A和B是任意两个集合，若集 A 中的每一元素都是集B的一个元素，则称集合B包含集合 A，记为

$$B\supseteq A$$

并称集合A是集合B的子集。

例4：$\{1,2,3\}\supseteq\{1,2\}$；

所以$\{1,2\}$是$\{1,2,3\}$的子集。

例5：区间 $[2,3)$，$[1,4]$，所以 $[2,3)$ 是 $[1,4]$ 的子集，用数轴表示这一包含关系就更加明显如图1—1。

（2）若集A的所有元素都属于集合B，同时集B的所有元素又都属于集A，即

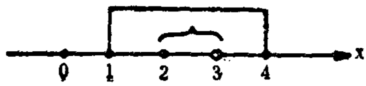

图 1—1

$$A \subseteq B \text{ 且 } B \subseteq A$$

则称集合A与集合B相等，记为

$$A = B$$

下面我们给出集合相等和不相等的一些例子：

$$\{1,2,3\} = \{1,2,2,3\}$$

$$\{1,3,2\} = \{2,3,1\}$$

$$\{\{1,2\},4\} \neq \{1,2,4\}$$

$$\{x \mid x(x-1)=0\} = \{0,1\}$$

（3）如果 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$，则称 A 是 B 的真子集，并记为

$$A \subset B$$

例如：$\{1,2\} \subset \{1,2,4,7\}$

（4）不含任何元素的集合称为空集，记为ϕ，即

$$\phi = \{x \mid p(x) \text{且} \neg p(x)\}$$

〔注：$\neg p(x)$表示不具有性质$p(x)$〕

例6：设R是实数集，那么集合

$$S = \{x \mid x^2 + 1 = 0,\ x \in R\}$$

就是一个空集，即 $S = \{x \mid x^2 + 1 = 0,\ x \in R\} = \phi$

注意 $\{x \mid x^2 = 0\} = \{0\}$，不是空集，因为它是由一个元素 0 所组成的集合，所以并不空。

（5）如果一个集合包含我们所讨论的每一个元素，则称该集合为全集，记为Ω，即$\forall x, x \in \Omega$

显然对于任意一个非空集合都有

$$\phi \subseteq A \subseteq \Omega$$

所以空集是任何集合的子集

（6）由集合A的所有子集所组成的集合称为A的幂集，记为 $P(A)$

例如：若 $A=\{a_1,a_2,a_3\}$，则

$$P(A)=\{\phi,\{a_1\},\{a_2\},\{a_3\},\{a_1,a_2\},\{a_1,a_3\},\{a_2,a_3\},\{a_1,a_2,a_3\}\}$$

如果A为有限集，且A中含有 n 个元素，则 $P(A)$ 有 2^n 个子集，因为由二项式公式则有

$$c_n^0+c_n^1+\cdots+c_n^n=2^n$$

由于平面上的图形都是点集，且任何非空集都是全集Ω的子集，因此如果用一个封闭的平面图形表示各个集合，用含于其中的点来表示这个集合的元素，则可以帮助我们直观地理解元素与集合之间的关系，如图 1—2 中 $a\in A$，而 $b\notin A$。又如图1—3中，集合 $A\subseteq B$。这种图形叫做文氏(Venn)图

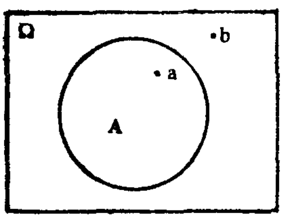

图 1—2

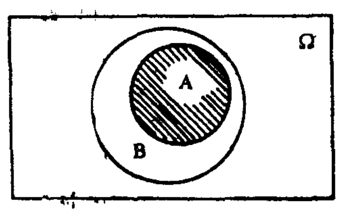

图 1—3

（四）包含关系的性质 若 A、B、C 为任意三个集合，那么

（1）$A\subseteq A$　　自反性

（2）若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$　　传递性

（3）若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则 $A=B$　　反对称性

（4）$\phi\subset A$

二、集合的运算和性质

（一）集合的运算

1．并集　设 A、B 是任意二个集合，由集 A 与集 B 中所有