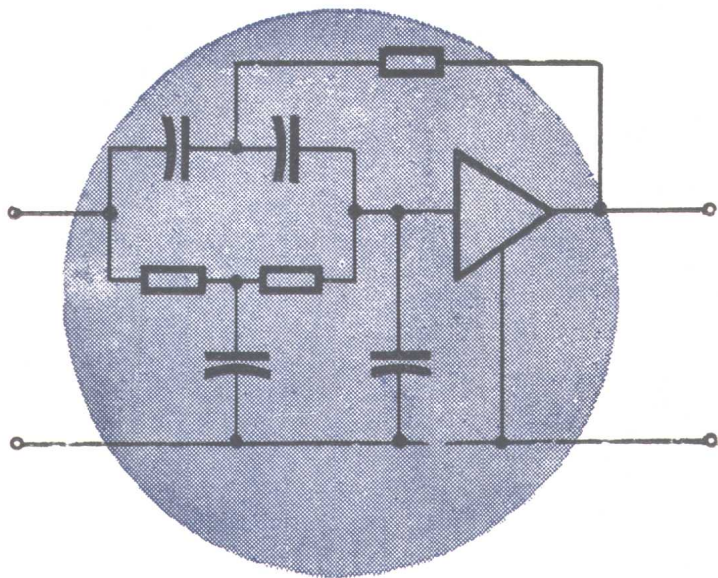


电路分析基础

# 学习指导与解题方法

下 册



余士本 侯自立 霍锡真 编

北京邮电学院出版社

## 内 容 简 介

本书主要讨论线性电路的基本理论和解题方法。全书分三部分，共十三章。前六章内容为电阻性电路的分析，第七和第八章内容为动态电路的分析，后五章内容为动态电路的正弦稳态分析。

本书力求简要总结各类基本概念、基本理论和基本分析方法，着重难于理解和易于混淆的问题；明确重点、难点和学习要求；举例中介绍解题思路和方法，注重推理过程。

本书可供高等院校本科和专科、电视大学、函授大学、职工大学等相关专业师生作教学参考书，也可供工程技术人员作自修读物。

## 电路分析基础学习指导与解题方法

(下 册)

编者 余士本 侯自立 霍锡真

责任编辑 时友芬 郑捷

北京邮电学院出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京市通县向阳印刷厂印刷

850×1168毫米 1/32印张 8字数 240千字

1989年6月第一版 1989年6月第一次印刷

印数：1—4330册

ISBN 7-5635-0014-6/TM·1 定价：1.40元

# 目 录

## (下 册)

第九章 电路的正弦稳态分析 .....	(415)
第十章 耦合电感和理想变压器 .....	(491)
第十一章 电路的频率特性 .....	(532)
第十二章 双口网络 .....	(595)
第十三章 均匀传输线 .....	(632)
<b>练习题答案</b> .....	<b>(655)</b>
<b>参考书目</b> .....	<b>(663)</b>

# 第九章 电路的正弦稳态分析

## 内 容 提 要

### 一、正弦信号

正弦信号是一种最基本、最简单的信号。它在数学上容易处理和运算，常采用相量运算作为工具，来简化在正弦信号作用下的电路的稳态分析。

正弦信号  $f(t)$  可用正弦函数或余弦函数表示，例如

$$f(t) = F_m \cos(\omega t + \psi) \quad (9-1)$$

其中， $f(t)$  称为瞬时式， $F_m$  称为振幅或最大值； $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$  称为角频率，单位是 rad/s； $(\omega t + \psi)$  称为相位角或相位； $\psi$  称为初相角或初相，在图 C9-1 中，若  $\psi > 0$ ，信号最靠近原点的正的最大值出现在纵轴的左侧；若  $\psi < 0$ ，则应出现在纵轴右侧。初相  $\psi$  与选定的时间起点有关，且  $-\pi < \psi < +\pi$ 。振幅、频率(角频率或周期)和初相称为正弦信号的三要素或三个特征量。

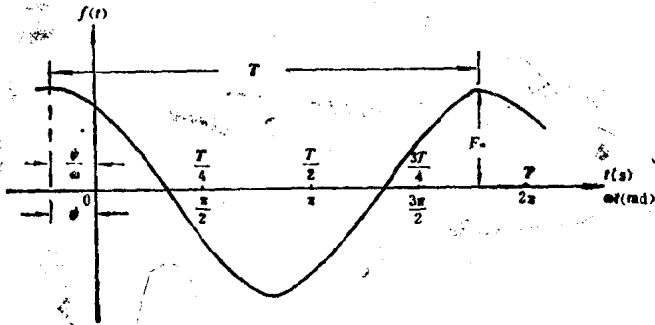


图 C9-1 正弦信号

正弦信号  $f(t) = F_m \cos(\omega t + \psi)$  的有效值

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt} = \frac{F_m}{\sqrt{2}} \quad (9-2)$$

两个同频率正弦量的相位差等于它们的初相之差。

## 二、正弦量的相量表示法

由欧拉公式得出

$$F_m e^{j(\omega t + \psi)} = F_m \cos(\omega t + \psi) + j F_m \sin(\omega t + \psi)$$

因此，式(9-1)的正弦信号  $f(t)$ ，可用下式表示

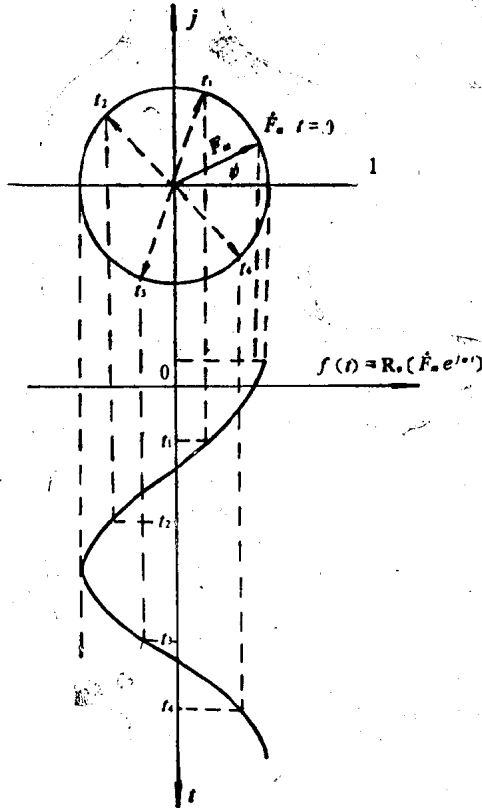


图 C9-2 旋转相量  $F_m e^{j\omega t}$  与  $f(t) = F_m \cos(\omega t + \psi)$  间的关系

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \operatorname{Re}[F_m e^{j(\omega t + \varphi)}] = \operatorname{Re}[F_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}] \\
 &= \operatorname{Re}[\dot{F}_m e^{j\omega t}].
 \end{aligned}
 \tag{9-3}$$

式(9-3)中,  $\dot{F}_m$  对应于复平面上的一个相量。  $e^{j\omega t}$  称为旋转因子, 所以  $\dot{F}_m e^{j\omega t}$  是旋转相量, 它以角速度  $\omega$  绕原点逆时针旋转。在不同的时间  $t$ , 旋转相量在实轴上的投影值, 按照式(9-1)的余弦函数式变化。(如图 C9-2 中所示)而式(9-3)就是表示取旋转相量的实部。  $\dot{F}_m = F_m e^{j\varphi}$  本身也是一个复数, 其模数是正弦信号  $f(t)$  的振幅, 幅角是正弦信号  $f(t)$  的初相。所以  $\dot{F}_m$  称为  $f(t)$  的复数振幅或振幅相量, 采用正弦量的复数有效值  $\dot{F} = \frac{\dot{F}_m}{\sqrt{2}}$  (也称为有效值相量)后, 旋转相量与  $f(t)$  间的关系可写成

$$f(t) = \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{F} e^{j\omega t}]$$

成

在正弦稳态电路中, 激励和响应都是同频率的正弦量, 它们的振幅和初相则各不相同。由于这些同频率正弦量的旋转相量在

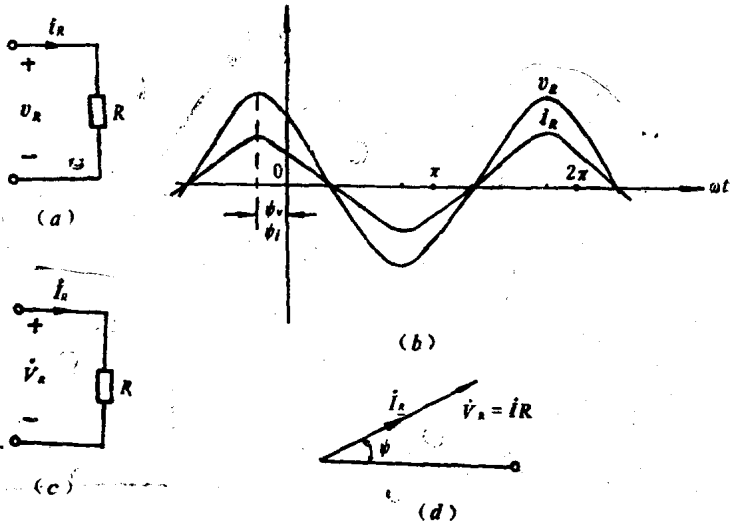


图 C9-3 电阻模型

复平面上的旋转角速度相同，各相量间的相互关系不变，因此，可用它们各自的起始相量  $\dot{F}_m = F_m e^{j\psi}$  或  $\dot{F} = F e^{j\psi}$  表示相应的正弦量。

### 三、R、L、C元件上的正弦电特性

#### 1. 电阻

在图 C9-3(a) 中，设  $i_R = \sqrt{2} I_R \cos(\omega t + \psi_i)$ ，在结合参考方向下，有  $v_R = R i_R = R \sqrt{2} I_R \cos(\omega t + \psi_i) = \sqrt{2} V_R \cos(\omega t + \psi_v)$ 。可见：(1)  $i_R, v_R$  的有效值关系为  $V_R = R I_R$ ；(2)  $i_R, v_R$  的相位关系为  $\psi_v = \psi_i$ 。以上两个关系式，可用一相量关系式表示成

$$\dot{V}_R = R \dot{I}_R \quad (9-4)$$

图 C9-3(a) 电阻的相量模型如图(c)，将  $\dot{V}_R, \dot{I}_R$  画在复平面上如图(d)，该图称为相量图。为简便起见，在图(d) 中没有画出标志复平面的坐标系，只画出了一条水平基准线。

电阻吸收的瞬时功率  $p_R = v_R i_R = V_R I_R (1 + \cos 2\omega t)$ ，电阻吸收的平均功率  $P_R = \frac{1}{T} \int_0^T p_R dt = V_R I_R$ 。

#### 2. 电容

在图 C9-4(a) 中设  $v_c = \sqrt{2} V_c \cos(\omega t + \psi_v)$ ，在结合参考方向下，有  $i_c = C \frac{dv_c}{dt} = \omega C \sqrt{2} V_c \cos\left(\omega t + \psi_v + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} I_c \cos(\omega t + \psi_i)$ 。 $v_c$  和  $i_c$  的波形如同图(b) 所示。

可知：(1) 有效值关系是  $I_c = \omega C V_c = \frac{V_c}{1/\omega C} = \frac{V_c}{X_c}$ ，即  $V_c = X_c I_c$ 。其中  $X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ ，单位为欧姆( $\Omega$ )，称为容抗，它随着频率  $f$  的增大按反比规律减小，频率越高，容抗越小，频率越低，容抗越大。当  $\omega = 0$  时，容抗为无限大，此时电容相当开路。所以电容具有隔直流通交流特性。

(2) 相位关系是  $\psi_i = \psi_v + \frac{\pi}{2}$ , 即  $i_c$  在相位上超前  $v_c$   $\frac{\pi}{2}$  弧度。

以上两关系可用相量关系式

$$\dot{V}_c = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_c = -jX_c \dot{I}_c \quad (9-5)$$

来表示。

电容吸收的瞬时功率  $p_c = v_c i_c = V_c I_c \sin(2\omega t + \pi)$

电容吸收的平均功率  $P_c = \frac{1}{T} \int_0^T p_c dt = 0$

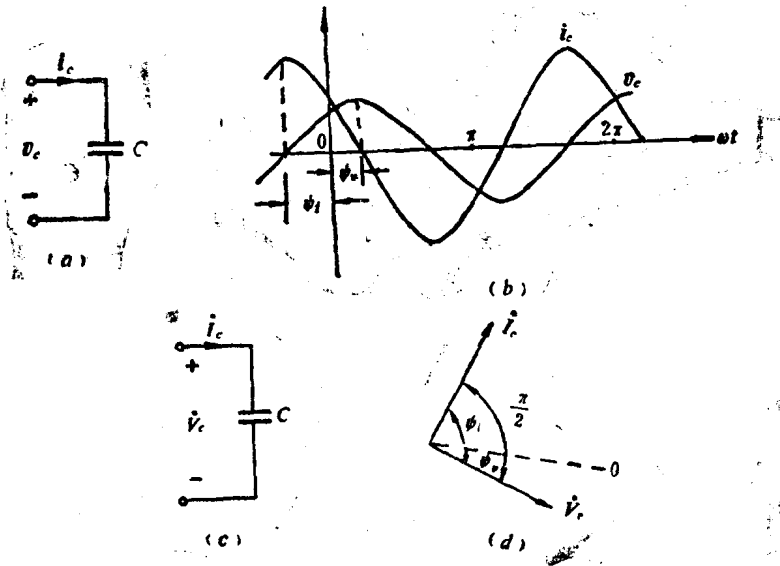


图 C9-4

图(a)电容的相量模型如图(c), 与式(9-5)对应的相量图如(d)

### 3. 电感

在图 C9-5(a)中, 设  $i_L = \sqrt{2} I_L \cos(\omega t + \psi_i)$ , 在结合参考方向下有  $v_L = L \frac{di_L}{dt} = \omega L \sqrt{2} I_L \cos(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2})$



$=\sqrt{2}V_L\cos(\omega t+\psi_v)$ 。两者的波形如图(b)所示。

可知：(1) 有效值关系是  $V_L=\omega LI_L=X_L I_L$ 。其中， $X_L=\omega L=2\pi fL$ ，单位为欧姆( $\Omega$ )，称为感抗，它随着频率的增大正比增加。频率越高，感抗越大。频率越低，感抗越小。当  $\omega=0$  时，感抗为零，所以直流稳态下，电感相当短接。

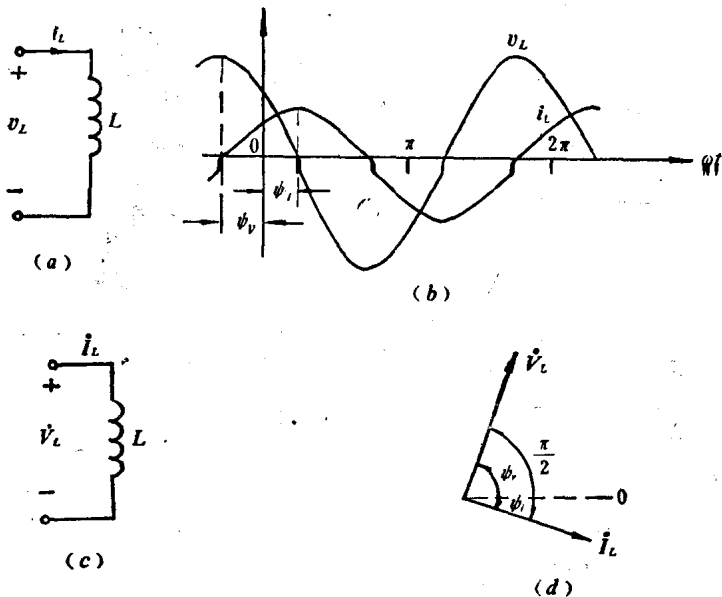


图 C9-5

图(a)电感的相量模型如图(c)，与式(9-6)对应的相量图如图(d)所示。

(2) 相位关系是  $\psi_v=\psi_i+\frac{\pi}{2}$ ，即  $v_L$  在相位上超前  $i_L$   $\frac{\pi}{2}$  弧度。以上两关系可用相量关系式

$$\dot{V}_L=j\omega L\dot{I}_L=jX_L\dot{I}_L \quad (9-6)$$

来表示。

电感吸收的瞬时功率  $p_L=v_L \cdot i_L=V_L \cdot I_L\sin(2\omega t+\pi)$

电感吸收的平均功率  $P_L=\frac{1}{T}\int_0^T p_L dt=0$

#### 四、阻抗和导纳

图C9-6(a)为具有两个端子的相量电路，其两端的电压相量  $\dot{V} = V/\psi_v$  与电流相量  $\dot{I} = I/\psi_i$  的比值称为电路的阻抗  $Z$ ，即

$$Z = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} \quad (9-7)$$

上式也称为欧姆定律的相量形式。

$$Z = |Z|/\theta = \frac{V}{I} / \psi_v - \psi_i = R + jX$$

其中，阻抗  $Z$  的模  $|Z| = \frac{V}{I} = \sqrt{R^2 + X^2}$ 。阻抗  $Z$  的幅角  $\theta = \psi_v - \psi_i$ 。

$-\psi_i = \arctg \frac{X}{R}$ ；等效电阻  $R = |Z| \cos \theta$ ，等效电抗  $X = |Z| \sin \theta$ 。

$|Z|$ 、 $\theta$ 、 $R$  和  $X$  四者关系如图 (b) 所示。

注意，阻抗是复数，不是相量。不象电压相量和电流相量那样具有对应的正弦时间函数。由式(9-4)、(9-5)和(9-6)可得出单个  $R$ 、 $L$ 、 $C$  元件的阻抗分别是

$$Z_R = R$$

$$Z_L = j\omega L$$

和

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} \quad (9-8)$$

阻抗  $Z$  的倒数称为导纳  $Y$

$$Y = \frac{1}{Z} \quad (9-9)$$

$Y$  也是复数，可写成

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j\frac{X}{R^2 + X^2} = G + jB$$

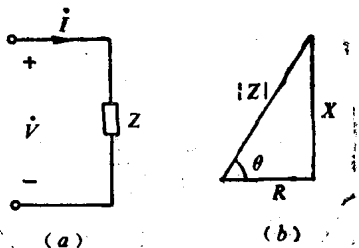


图 C9-6 相量模型

其中  $G = \frac{R}{R^2 + X^2}$  称为等效电导； $B = -\frac{X}{R^2 + X^2}$  称为等效导纳。

由式(9-9)可得出单个  $R$ 、 $L$ 、 $C$  元件的导纳分别为：

$$Y_R = \frac{1}{R}$$

$$Y_L = \frac{1}{j\omega L}$$

和

$$Y_C = j\omega C \quad (9-10)$$

## 五、克希荷夫定律和阻抗的连接

### 1. 克希荷夫定律的相量形式

在正弦稳态电路中，流出任意结点电流相量的代数和为零，

即

$$\sum I = 0 \quad (9-11)$$

并且，沿任意回路，电压相量的代数和为零，即

$$\sum V = 0 \quad (9-12)$$

### 2. 阻抗的串联

图 C9-7 中  $Z_{e,q} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$

### 3. 导纳的并联

图 C9-8 中  $Y_{e,q} = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$

两阻抗并联时，可得

$$Z_{e,q} = \frac{1}{Y_{e,q}} = \frac{1}{Y_1 + Y_2} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

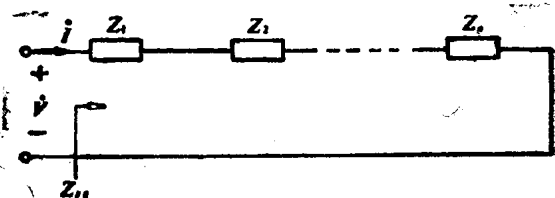


图 C9-7 阻抗的串联

式中

$$Z_1 = \frac{1}{Y_1}, \quad Z_2 = \frac{1}{Y_2}$$

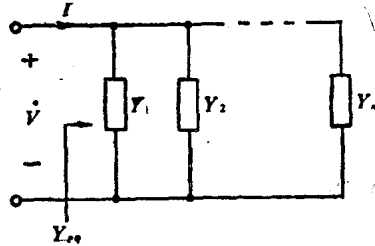


图 C9-8 导纳的并联

### 六、正弦稳态电路的功率

设图C9-9中,  $v = V_m \cos(\omega t + \psi_v)$  和  $i = I_m \cos(\omega t + \psi_i)$  则网络吸收的瞬时功率为

$$p = vi = VI \cos \phi + VI \cos(2\omega t + \psi_v + \psi_i)$$

网络吸收的平均功率为

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = VI \cos \phi$$

平均功率等于电压有效值  $V$ 、电流有效值  $I$  以及电压相量  $\dot{V}$  和电流相量  $\dot{I}$  间夹角的余弦三者的乘积。

$S = VI$  称为视在功率, 单位是伏安 (VA)。 $\cos \phi = P/VI$  称为功率因数;  $\phi$  称为功率因数角, 也就是无源二端网络的等效阻抗的阻抗角。

图 C9-9 网络的复功率定义为

$$\hat{S} = \dot{V} \dot{I}^* = VI / \phi_v - \phi_i = VI \cos \phi + jVI \sin \phi = P + jQ$$

所以, 平均功率  $P = \text{Re}[\hat{S}] = VI \cos \phi = I^2 R = V^2 G$ , 单位是瓦特 (W)。

无功功率  $Q = \text{Im}[\hat{S}] = VI \sin \phi = I^2 X = -V^2 B$ , 单位是乏

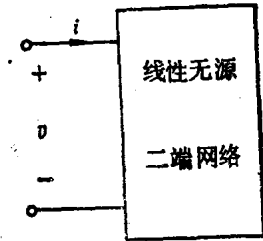


图 C9-9 线性无源二端网络

VAR)。

且 
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = |\hat{S}|$$

无功功率  $Q$  与无源二端网络中的平均磁场能和平均电场能之差成正比，这个差值表明电源与网络中储能元件之间有能量变换。 $Q$  的大小反映了电源与网络之间进行能量交换的程度。

### 七、线性电阻电路的分析方法在正弦稳态分析中的推广

由于欧姆定律和克希荷夫定律具有相量形式，因此，电阻电路中以欧姆定律和克希荷夫定律为基础导出了电路等效变换的方法，线性网络的一般分析和系统分析方法，以及网络定理等均可推广应用于线性电路的正弦稳态分析。只要将电压  $v$ 、电流  $i$  推广为电压相量  $\dot{V}$  和电流相量  $\dot{I}$ ，电阻  $R$  和电导  $G$  推广为阻抗  $Z$  和导纳  $Y$  即可。

### 八、最大功率传输定理

从等效电路的观点出发，对所研究的对象总可以化归为图 C 9-10 的等效电路。在  $\dot{V}_s$  一定的条件下，电源内阻抗  $Z_s$  与负载

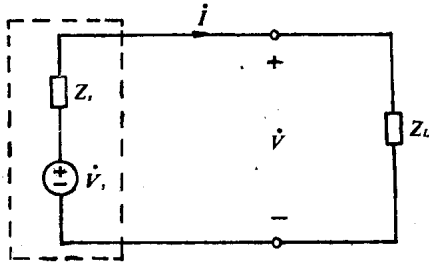


图 C9-10 一般的等效电路

阻抗  $Z_L$  的相对关系不同时，负载获得的平均功率均不相同。最大功率传输问题是研究  $Z_s$ 、 $Z_L$  满足什么关系时  $Z_L$  可获得最大功率。现讨论最常见的一种情况。当  $v_s$  和  $Z_s$  均已给定， $Z_L$  可以改变，则

$Z_L = Z_s^*$  ( $Z_s^*$  是  $Z_s$  的共轭复数) 时，负载  $Z_L$  获得最大功率  $P_{Lmax}$ 。

且 
$$P_{Lmax} = \frac{V_s^2}{4 R_s}$$

如果 $Z_L$ 一定,  $Z_0$ 可变; 或者其它情况, 则 $Z_L$ 获最大功率的条件各不相同。最大功率值也不同。

## 九、对称三相电路

1. 三个振幅和频率都相同, 彼此之间的相位差为 $120^\circ$ 的一组正弦电压,  $v_a(t) = V_m \cos \omega t$ 、 $v_b(t) = V_m \cos(\omega t - 120^\circ)$ 和 $v_c(t) = V_m \cos(\omega t + 120^\circ)$ , 称为对称三相电压。三个电压到达正的(或负的)最大值的先后次序称为相序。上述对称三相电源的相序是a-b-c。若三个相的负载阻抗都相同, 则称为对称三相负载。

2. 对称三相电源或对称三相负载作星形联接时, 线电压等于相电压的 $\sqrt{3}$ 倍, 线电流等于相电流; 作三角形联接时, 线电流等于相电流的 $\sqrt{3}$ 倍, 线电压等于相电压。

3. 由对称三相电源和对称三相负载组成的电路称为对称三相电路。分析这种电路虽然可以采用线性电路的计算方法, 但通常利用对称电路的特点, 将三相电路化归为单相电路计算。对称三相电路通过三角形电路和星形电路等效变换后, 可化为对称Y-Y连接, 由于电源中点和负载中点等电位, 各相之间彼此互不相关, 只要其中一相电压、电流求得, 其它两相可根据对称关系直接写出。

4. 对称三相电源供出的三相平均功率, 或者对称三相负载吸收的三相平均功率为

$$P = 3V_p I_p \cos \phi = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi$$

是一个不随时间变化的恒定值。其中 $V_p$ 、 $I_p$ 分别是相电压和相电流的有效值,  $V_L$ 、 $I_L$ 分别是线电压和线电流的有效值。 $\phi$ 角则是同一相的相电压与相电流间的相位差。

## 学 习 指 导

### 一、参考书目

1. 内容提要一、二参阅[1]的中册第十一章第一、二、四至

七节；[2]的第二章第一、二节；[3]的第七章一至三节；[6]的第八章；第九章一至三节；[13]的第六章第一、二节；

2. 内容提要三、四、五参阅[1]的下册第十二章一至四节；[2]的第二章三至五节；[3]的第七章第四、五节；[6]的第九章四至六节；[13]的第六章第二、三节；

3. 内容提要六参阅[1]的下册第十三章一至六节；[2]的第二章第六节；[3]的第七章第七节；[6]的第十一章。

4. 内容提要七、八参阅[1]的下册第十二章五至八节，第十三章第七节；[2]的第二章第五节；[6]的第十章；[13]的第六章第三节；[3]的第十章和第十一章；

5. 内容提要九参阅[1]的下册第十三章第九节；[2]的第二章第七节；[6]的第十二章。

## 二、重点内容

1. 正弦信号的三要素，正弦信号的相量表示；

2. 正弦稳态响应的概念；

3. 克希荷夫定律的相量形式， $R$ ， $L$ ， $C$ 单个元件的相量伏-安特性，阻抗和导纳的性质及互换；

4. 线性电阻电路的分析方法在正弦稳态分析中的推广，相量图；

5. 二端网络的平均功率、无功功率、视在功率和功率因数；

6. 最大功率传输定理。

## 三、基本要求

1. 充分理解正弦量的相量表示；

2. 牢固掌握 $R$ 、 $L$ 、 $C$ 单个元件相量的伏-安关系、阻抗和导纳的性质；

3. 掌握平均功率、无功功率、视在功率和功率因数的概念，并能进行计算；

4. 充分理解相量法的原理及使用条件，能熟练地运用相量法

分析、计算电路的正弦稳态响应，会画相量图；

5. 了解对称三相电路的特点并能进行计算。

## 解 题 示 例

例9-1 已知 $v(t) = 10\cos(4t - 30^\circ)$  V，分别用 $t$ 和 $\omega t$ 为横坐标绘出 $v(t)$ 的波形。

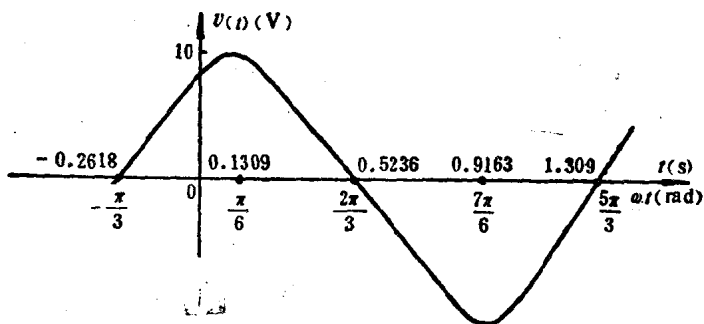


图 E9-1

$$\text{解 } v(t) = 10\cos(4t - 30^\circ) = 10\cos\left(4t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ V}$$

可见 $V_m = 10 \text{ V}$ ，初相 $\phi_v = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

当 $\omega t = \frac{2}{3}\pi$ 和 $\omega t = \frac{5}{3}\pi$ 时， $v(t) = 0$

当 $\omega t = \frac{7}{6}\pi$ 时， $v(t) = -10 \text{ V}$ ，

以 $\omega t$ 为横坐标画出 $v(t)$ 曲线如图 E9-1所示。

若以 $t$ 为横坐标则：

$$v(t) = 10\cos(4t - 30^\circ) = 10\cos 4\left(t - \frac{\pi/6}{4}\right)$$



可见  $t_0 = \frac{\pi/6}{4} = 0.1309\text{s}$ 。同样  $t_1 = \frac{2\pi/3}{4} = 0.5236\text{s}$ ...，所

以，若已知  $\omega t$  为横坐标，求用  $t$  表示的时间

则  $t = \frac{\phi(\text{rad})}{\omega(\text{rad/s})}$   $\phi$  为用  $\omega t$  表示的弧度数值。

反之，已知用  $t$  表示的波形，求用  $\omega t$  表示的波形，则横坐标  $\omega t$  的弧度数值为

$$\phi(\text{rad}) = t\omega.$$

以  $t$  为横坐标  $v(t)$  的曲线如同图 E9-1 所示。

**例9-2** 已知正弦电压和正弦电流的波形如图 E9-2 所示，试写出它们的瞬时值表达式。

**解** 由图可知周期  $T = 4\text{ms}$ ;

$$\text{电流的初相} \quad \phi_i = \frac{2}{3} \times 10^{-3} \times 2\pi \times \frac{10^3}{4} = \frac{\pi}{3}.$$

$$\text{初相的时间} \quad t_0 = \frac{2}{3}\text{ms};$$

$$\text{电流的振幅} \quad I_m = 10\text{A};$$

$$\text{电流的角频率} \quad \omega = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2\pi \frac{10^3}{4} = 500\pi.$$

$$\text{所以电流的表达式: } i(t) = 10 \cos\left(500\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{A}$$

$$\text{电压的周期和角频率与电流相同。电压的初相角 } \phi_v = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}.$$

$$\text{已知 } t=0 \text{ 时 } v(0) = -50\text{V} \quad \text{即} \quad -50 = 100 \cos \phi_v \text{ 和 } \cos \phi_v = -\frac{1}{2}$$

$$\text{所以} \quad \phi_v = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$v(t) = 100 \cos\left(500\pi t + \frac{2}{3}\pi\right)\text{V}$$