计算机实用软件丛书

用C语言实现数值计算方法及程序实例

王平庆　编著
段来盛　审校

人民邮电出版社

计 算 机 实 用 软 件 丛 书

用 C 语 言 实 现 数 值 计 算 方 法 及 程 序 实 例

王 平 庆　　编 著
段 来 盛　　审 校

人 民 邮 电 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

用C语言实现数值计算方法及程序实例/王平庆编著. -北京:人民邮电出版社,1999.4
(计算机实用软件丛书)
ISBN 7-115-07507-7

Ⅰ.用… Ⅱ.王… Ⅲ.C语言-程序设计 Ⅳ.TP312

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第38888号

内 容 提 要

本书分十六章,分别讲述了不同类型的数值算法的基本原理、基本公式、基本方法、流程框图,给出了相应的C语言程序,并指出了C程序实现中易出现的问题。这些计算方法包括二分法、迭代法、牛顿迭代法、弦截法、拉格朗日一元n点插值、牛顿均插插值、埃特金插值和厄米特插值、三次样条函数插值、最小二乘法曲线拟合、辛普生数值积分、龙贝格数值积分法、常微分方程数值积分的欧拉法、常微分方程数值积分的龙格—库塔法、线性代数方程组求解的高斯消去法、线性代数方程组求解的克劳特分解法、线性对称方程组求解的分解法等。

对于广大工程技术人员和理工科院校的师生来说,科学计算一直是很重要的。随着计算机的发展和应用,在学习计算方法的同时,学会使用C语言编写程序并完成上机操作是非常必要的,本书正是为了适合这一需求。

计算机实用软件丛书

用C语言实现数值计算方法及程序实例

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号
北京鸿佳印刷厂印刷
新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本:787×1092 1/16
印张:22
字数:538千字 1999年4月第1版
印数:1-3 000册 1999年4月北京第1次印刷

ISBN 7-115-07507-7/TP·904

定价:31.00元

前言

电子计算机的出现有力地推动了科学技术的发展，C 语言以其特有的速度迅速普及，掌握电子计算机，应用 C 语言进行科学计算，已经成为广大工程技术人员的迫切要求。为此，学习计算方法中的数值计算的同时，学会使用 C 语言编写 C 程序并完成数值计算是非常必要的。

在实际问题已经归纳并建立成数学模型之后，根据不同数学模型类型，需要进行不同的数值计算。本书分十六章分别讲述了这些不同类型的数值算法的基本原理、基本公式、基本方法、流程框图及 C 语言程序实现，并指出了 C 程序实现中易出现的问题。这些计算方法包括二分法、迭代法、牛顿迭代法、弦截法、拉格朗日一元 n 点插值、牛顿均插插值、埃特金插值和厄米特插值、三次样条函数插值、最小二乘法曲线拟合、辛普生数值积分、龙贝格数值积分法、常微分方程数值积分的欧拉法、常微分方程数值积分的龙格一库塔法、线性代数方程组求解的高斯消去法、线性代数方程组求解的克劳特分解法、线性对称方程组求解的分解法等，这对于初学者在建立好数学模型后实现快速掌握数值计算及其上机操作是十分有利的。

本书由王平庆编著，段来盛审校。在本书的编写过程中，得到寇国华、舒志勇、卢山、等同志的帮助，在此一并表示衷心感谢。

由于编者经验不足、水平有限，书中不免有失当之处，诚请广大读者批评指正。

作　者

目录

第一章

概 述

本章概述计算方法中的数值计算原理和误差及其使用C语言实现编程上机的优越性;同时对体现算法的三种描述形式,对简单C程序中的C语言特点做初步的说明。并且通过实例对依次出现的部分C语言运算符,部分C语言函数如:主函数main()、输入函数scanf()、输出函数printf()等,部分语句如:if语句、return语句等概念进行介绍和注释。

1.1 计算方法中的数值计算

数值计算是在所涉及的问题已经归纳并建立数学模型的基础上,针对一些复杂方程进行的近似计算,是一种用简单算法代替复杂算法的近似逼近过程,是从计算机的特点出发的适应计算机求解的一种方法。本节讲述计算方法中的数值计算特点及其应用范围。

1.1.1 特点

计算方法主要解决用于计算机解题所使用的数值计算问题。由于计算机自身的特点,使得适用于计算机中的数值算法也带有相应的特点。

在科学技术的发展中,许多领域提出的大量复杂的实际问题,最终都可以归结为数学问题。而求解这些数学问题必须依靠现代化计算工具——电子计算机来完成,这种求出数学问题数值解的全过程,称为数值计算。

数值计算中的算法，是指在求解方程组、曲线拟合、积分微分等一系列计算中所使用的迭代法、分解法、插值法、曲线拟合法、最小二乘法等等；是指将所需求解的数学模型简化为一系列的算术运算和逻辑运算，以便于在计算机上实现输入并求出问题的数值解。

由于计算机只能机械地执行人的指示和命令，不会主动地思维，不可能发挥任何创造性，因此，交给机器执行的解题方案中的每一个细节必须准确地加以定义，并且对于全部解题过程也必须完整地描述出来。完成这种描述过程的方法有三种：第一种是用数学语言实现，第二种是用流程框图直观地显示其全貌，第三种是借助于形式语言给出精确的说明。因此，要想熟练地上机实现数值方法求解，就必须能准确地将所求解的数学模型简化成一系列的算术或逻辑运算步骤，换句话说，就是要掌握算法全过程的分解步骤的描述。为了简明起见，下面用例 1.1 示范说明这三种描述方法，请注意各个环节的描述。

［例 1.1］　求解一元二次方程：

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{1-1}$$

的两个根。已知系数 a、b、c，其中 $a \neq 0$、$b^2 \geqslant 4ac$，试用三种描述方法分别写出求解方程两个根的全过程。

解：下面分别用三种方法描述求解过程。

1. 用数学语言描述例 1.1 的求解过程

（一般数学解题步骤的书写过程，所使用的正是下面这些数学语言。）

首先看判别式：

$q = \sqrt{(b^2 - 4ac)}$ 是否为零。根据已知条件 $b^2 - 4ac \geqslant 0$，显然只有 $q \neq 0$ 或 $q = 0$ 两种情况：

（1）如果 $q \neq 0$ $q > 0$，则运用一元二次方程的求根公式：

$$x_1 = (-b + q)/2a$$

$$x_2 = (-b - q)/2a$$

计算两个实根 x_1、x_2，并输出。

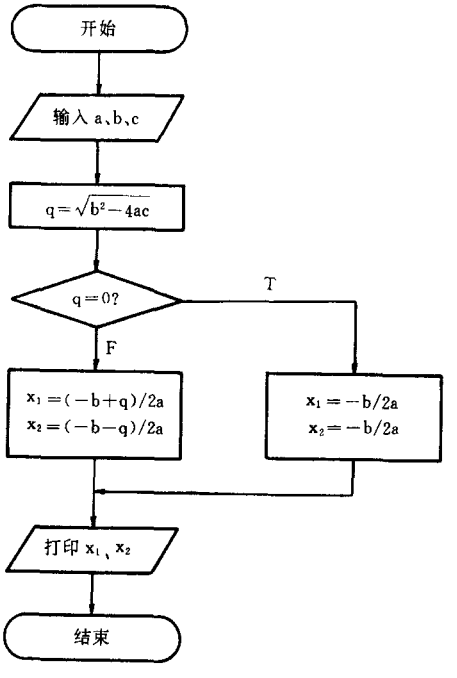
（2）如果 $q = 0$，则由求根公式得知两根相等，且

$$x_1 = x_2 = -b/2a$$

计算并输出相同的两根 x_1、x_2。

2. 用流程框图描述例 1.1 的求解过程

下列流程框图 1-1 形象直观地描述出一元二次方程求根的算法过程：



流程框图 1-1

用图示法将计算过程的步骤一步一步直观地给出，每一步加框并用箭头相连，这种图示法称为流程框图。

流程框图中使用的框有四种形式：一种是圆边框（　），称为起始框，表示过程的开始启动或者计算过程的最终结束；第二种是平行四边形框（　），称为输入输出框；第三种是矩形框（　）称为叙述框，计算公式填在框内；第四种是菱形框<>，称为判断框，表示算法的判断检查部分。判

断框有两个出口其中一个出口表示“真,即 T(true)”,另一个出口表示“假,即 F(false)”,根据框内条件的肯定与否定分别选择不同的出口。箭头“→”的方向是指明各框执行的顺序。

3. 借助于形式语言描述例 1.1 的求解过程

形式语言有多种,每一种都可以用来描述该一元二次方程的求解过程,本书讲的是 C 语言,因而这里采用 C 语言来描述一元二次方程求解的过程:

(为了便于注释特此编上行号,不做其它之用。)

```
#include "math.h"                                  第一行
main()                                             第二行
    {                                              第三行
float a,b,c,disc,x1,x2,p,q;                        第四行
printf("请输入三个数 a,b,c \n");                    第五行
scanf("a=%f,b=%f,c=%f",&a,&b,&c);                  第六行
disc=b*b-4*a*c;                                    第七行
p=-b/2*a;                                          第八行
q=sqrt(disc)/(2*a);                                第九行
if((disc)<=1e-6)                                   第十行
    {x1=x2=p;                                      第十一行
     printf("x1=x2=%f \n",p);}                     第十二行
else                                               第十三行
    {x1=p+q;                                       第十四行
     x2=p-q;                                       第十五行
     printf("x1=%f,x2=%f \n",x1,x2);               第十六行
    }                                              第十七行
}                                                  第十八行
```

cc1-1.c

这种借用形式语言的描述是针对机器能够接受的语言而设置的,就是用算法语言描述解题步骤,实现这项工作的过程叫程序设计。用 C 语言来实现这个过程,编制出的程序就是 C 程序。这个编制过程完全可以依据流程框图 1-1 求解一元二次方程的全过程翻译而来。所要注意的是如果没有一点 C 语言知识而看不懂该程序时,则请阅读下面的注释,如果注释仍然看不懂,则后面的内容将会逐步充实并使 C 程序更加明了和更能反映全貌,从而逐步熟悉,并逐步掌握。则通过本书以后章节的学习,可逐步熟悉和掌握有关 C 语言和 C 程序的知识。

注释:

第一行:#include 为“文件包含”命令,这是为了节省程序设计者的重复劳动,直接指定“math.h”,将所需“说明和定义函数和宏的”全部内容集成的现成文件置于文件之首,其中 math.h 表示说明和定义的是“数学”函数并且还表示是宏的首标文件。

第二行:main()表示是这个 C 程序的主函数,每一个 C 程序中必须有一个 main 函数;

第三行:左花括号标志 main()主函数的主函数体从此处开始;

第四行:告诉机器 a、b、c、x_1、x_2、disc、p、q 所取值的数据类型,此处给出的是浮点数,即实数;

第五行:具体给出一组 a、b、c 的实际数字使得机器由此可以算出两个实根;

第六行:告诉机器 a、b、c 的输入规格是十进制浮点数;

第七行至第九行:将"="右边的表达式的值赋于"="左边的字符或字符串;

第十行:如果满足判别式为 0 这一条件(即第一分支条件);

第十一行:则得出两根相等的结论(即第一分支结论)。

第十二行:并按浮点数规格打印输出这两个相等的根;

第十三行:否则,也就是如果不满足条件时,即判别式不为 0 时则转入下列第二分支,(得出第二分支的结论);

第十四行:将 p+q 的值赋于 x_1(这是第二分支的结论 1);

第十五行:将 p-q 的值赋于 x_2(这是第二分支的结论 2);

第十六行:按浮点数规格打印输出 x_1、x_2;

第十七行:右大括号标志第二分支内容结束;

第十八行:右大括号标志主函数体结束。

(上面对 cc1-1.c 程序做了一个简要的说明,详细介绍留待 1.3 中讲 C 程序时进行。)

C 程序 cc1-1.c 是对一元二次方程($a\neq 0$、$b^2\geq 4ac$)求根过程的形式语言描述,即第三种描述法。事实上,C 程序可以在比较精细的流程框图基础上机械地翻译出来,但必须按照机器能懂的语言,告诉机器一步步按步骤地,同时按 C 的规格去执行。由于流程框图提供了明显的步骤,所以只须加上 C 程序中的规定、定义等即可。为了编程的方便和避免出错,在编制程序前要先编制出流程框图。

以上三种描述方法就是对一元二次方程解题方案的准确而完整的描述。它们刻画出了数值求解的全过程。因此,掌握这三种描述方法是十分必要的。

1.1.2 应用范围

数值计算的应用范围很广,如核武器的研制,卫星的发射,一些国防尖端科研项目的研究等远非人工手算能够解决的大量问题;又如气象资料的汇总、加工,求得天气图像等不仅工作量大,而且时间性极强的工作;再如将设计成功的船型的型体数值表转换成初始数据输入电子计算机,计算出外板和肋骨的展开数据;在造船工业中用此方法进行数学放样,既节约了人力物力,又缩短了设计周期。很多非科技工程领域的应用软件中也用到数值计算中的某些算法。如最小二乘法、三次样条插值法、曲线拟合等算法应用就非常广泛。

总之,数值计算在工农业生产的各个部门中,发挥着日益重要的作用。

电子计算机的发展,有力地促进了科学技术的发展,计算的手段已经成为科学研究和工程设计的一种重要因素和基本方式。计算机能够解决那些至今人们还不知道如何解决的许多问题,随着计算技术和系统软件的不断更新,计算机解题的范围越来越广,既有数值的,也有非数值的,本书讲述的"计算方法"主要解决数值计算问题。由于数值计算大量地运用于各个领域及各个部门,相应于解决这些计算问题的工具——电子计算机,日益显示出无穷无尽的威力。

1.2 计算机实现数值计算的优越性及其误差问题

高速度,高效率及自动化是利用计算机实现数值计算的强大优势,但是误差却是关系到计算结果是否有效的重要问题。下面先谈使用计算机的优越性,再从误差来源、误差与误差限、有效数字与误差的关系等概念阐述误差的计算与控制。

1.2.1 优越性

电子计算机的特点之一是运算的高速度。任何一项数值计算都是一种算法的有穷规则的有序集合,这些规则确定了解决某一类问题的一个运算序列,是人工手算所无法达到的。然而利用计算机的高效率,对于某一类问题的任何初始输入,它都能按照人们规定的计算顺序自动地,一步步地计算,经过有限步骤之后,计算终止,产生一个输出。因此高效率和自动化才使人们得以完成大量的人工手算所无法实现的科学计算问题。

但是机器是无法自动地进行步骤的酝酿和思考的,同时也不能随时处理各种意外情况和充实修订方案。因此,上机解题前必须将所制定的解题方案用机器所能接受的形式语言来描述,"告诉"机器按人们规定的计算顺序自动执行,这就是程序设计。在这种设计中要考虑到计算量的大小,存储量的多少,逻辑结构是否简单。事实上,这就意味着对耗费时间的适度性,占用空间的合理性和逻辑结构的简明性问题的考虑;可以这样说,算法的建立与算法的机器实现有机的联系是非常重要的,二者相辅相成,要想充分发挥计算机的效率,算法的选择是整个数值计算中非常重要的一个环节。

递推化的形式是计算机上使用算法的一个基本特点。其基本思想是将一个复杂的计算过程归结为简单过程的多次重复。这种重复在程序上表现为循环,描述起来是比较容易的;而在机器上表现为节省了存储空间,同时减少了计算步骤和计算量,达到了节省时间和空间的作用。例如用秦九韶算法求多项式的值可以充分说明这个问题。

[例 1.2]　设要对给定的 x 求下列 n 次多项式的值。

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n \tag{1-2}$$

解:若直接逐项求和,

可令:

$$u_0 = a_0,$$
$$u_1 = u_0 + a_1x,$$
$$\cdots \quad \cdots$$
$$u_k = u_{k-1} + a_kx^k;$$

再令:

$t_k = x^k$,则有下列递推公式:

$$\begin{cases} t_k = x^k \\ u_k = u_{k-1} + a_kt_k \end{cases} \tag{1-3}$$