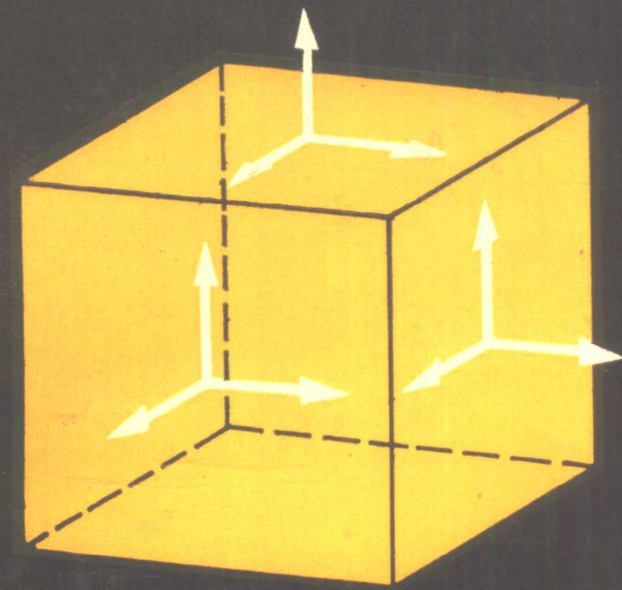

胡增强 主编

胡增强 郭昌寰 陈湘才 编

固体力学基础

东 南 大 学 出 版 社

固 体 力 学 基 础

胡增强　主编

胡增强　郭昌寰　陈湘才　编

东 南 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书是一本关于固体力学基本概念及其工程应用的基础性教材。内容包括：固体力学的基本概念和基本方法；杆件的应力、变形和临界力的计算；受力物体一点处的应力、应变分析，及应力-应变关系与强度准则；能量的概念及其应用；弹性体平面问题、塑性极限计算；金属疲劳和断裂韧度的基本概念。

本书主要是作高等工科院校材料、冶金、机械等类各专业的教材，也可供有关专业的师生和工程技术人员参考。

责任编辑　徐步政

固 体 力 学 基 础

胡增强　郭昌寰　陈湘才编

东南大学出版社出版
（南京四牌楼2号）
江苏省新华书店发行　东南大学印刷厂印刷
开本787×1092毫米1/16印张17.625字数440千
1990年[illegible]月第1版　1990年3月第1次印刷
印数：1—2000册

ISBN　7-81023-282-7

O·34　　定价：3.50元

前　言

目前，我国高等工科学校的材料、冶金、机械等有关专业，在有关变形固体力学方面，一般分别开设材料力学、弹性力学或断裂力学等课程。对于这些专业来说，分别设课需要较多的教学时数，往往又因各课自成体系、互有脱节，难以适应专业培养目标的要求。例如，一般材料力学较偏重于杆件的强度、刚度计算．而应力、应变分析较为薄弱．且对于非线性弹性．各向异性、塑性等基本概念和内容又都未涉及。为此，本书将固体力学中有关非线性弹性、各向异性、疲劳以及断裂韧度等基本概念，较为全面地联系起来，以适应这些专业的教学要求，和科学技术的发展。

在本书的编写中，对于基本概念的阐述，主要着重其物理意义，而不强调其数学推导；对于基本分析方法及其应用，给以足够的重视，并通过对典型工程实例的简化和比较，培养建立力学模型和求解的能力。

参加本书编写的是胡增强、郭昌寰、陈湘才等三同志，由胡增强担任主编。在本书的编写过程中，承大连铁道学院陶学文教授，东南大学张力宁教授和陆耀洪教授提供很多宝贵的建议和意见，谨此致谢。

本书从翻译、试用美国麻省理工学院的《固体力学导论》开始，到编写固体力学讲义，并经过四届学生试用，最后重新修订、编写定稿。前后大致经历了十年时间，但限于编者的水平，书中疏漏和不妥之处恐难避免，热忱希望广大教师和读者批评、指正。

编　者　1988年

于东南大学

目　录

第一章 绪 论

1.1 固体力学基础的主要内容

固体力学是研究固体在外力或其它外界因素作用下所引起的内力、应力、应变和位移等的分布规律，以及固体材料在承受载荷时所呈现的力学性能。由于固体性质的复杂性：各向同性或各向异性，线性或非线性弹性、塑性，连续性或带初始裂纹体等；外界因素的多样性：静载荷、交变载荷或冲击载荷，定常温度场、高温或变温度场等；求解方法和精度的差异性：图解法、解析法、数值解法、实验解法和能量方法等。使固体力学的范畴变得十分广泛。本书作为固体力学的基础，一方面主要讨论杆件（即构件的长度远大于截面的横向尺寸）在静载荷作用下的内力、应力、应变和位移分析；另一方面介绍了各向异性、非线性弹性以及弹性、塑性理论分析和带初始裂纹体断裂的概念。

工程中的机器零件或结构构件，统称为构件。为保证构件安全、正常地工作，首先要求构件在外力作用下不致破裂或产生永久的变形，即构件应具有足够的强度；其次，要求构件在外力作用下引起的变形，不超过工程上许可的范围，即构件应具有足够的刚度；另外，要求构件在承载过程中，不丧失原有的平衡形态，即构件应具有足够的稳定性。在工程构件的设计过程中必须满足强度、刚度和稳定性的基本要求。固体力学为构件的强度、刚度和稳定性的分析、计算提供了理论依据和计算方法。

在材料科学中，研究材料的结构、成份与材料性能及其应用之间的关系，而材料的应用是以其性能指标为依据的。材料的力学性能及其改善，对于充分利用材料以及研制新材料都是一个重要的依据。因而，固体力学也为材料科学的研究、分析提供了必要的理论基础。

1.2 固体力学基础的基本概念

一、固体的变形性质

固体在外力作用下，其几何形状或尺寸都将发生变化。固体形状、尺寸的变化，统称为变形。所有固体在外力作用下都是可变形的，只是有的变形较大，如橡胶等；有的变形较小，如钢铁等金属材料。固体的变形有两类：一类是当有外力作用时产生变形，若卸除外力则变形随之消失。这种随外力卸除而能自行消失的变形，称为弹性变形；另一类是当有外力作用时产生变形，若卸除外力而变形却不再消失，被永久地保留下来。这种卸除外力后不能消失的变形，称为塑性变形或永久变形。固体具有弹性变形的性质，称为固体的弹性；具有

塑性变形的性质，称为固体的塑性。一般地说，固体材料同时具有弹性和塑性性质。在受力较小，变形的初期表现为弹性；在受力较大，变形达到一定的程度后表现为塑性。大多数工程构件在正常工作条件下，只允许产生弹性变形。而对于一般工程材料而言，弹性变形的总量是很小的，与构件的原始尺寸相比可忽略不计。因此，在考虑受力构件的平衡时，往往以其原始尺寸为依据，而不考虑变形的影响。

二、固体的基本属性

1．固体的均质、连续性

任何固体材料都是由不连续的粒子(原子或分子)按一定规律排列而成的,且难免有杂质、空隙等各种缺陷,但其量级与构件的几何尺寸相比,是极其微小的。因此,在固体力学中理想化地认为，固体在整个几何空间内毫无空隙地充满了相同的物质,其组织结构处处相同,而且是密实、连续的。由于固体的均质、连续性，就可从固体内任意截取一部分来研究，且在外力作用下引起的应力、应变等参数均可表示为各点坐标的连续函数，因此，可应用一般的数学分析方法。

值得注意的是，固体的连续性不仅存在于变形前，而且存在于变形以后，即在正常工作条件下变形后的固体仍应保持其连续性。因此，固体的变形必须满足几何相容条件。所谓几何相容的变形，就是指固体在变形后仍应是连续的，固体内既不引起“空隙”，也不产生“重叠”现象。

2．各向同性与各向异性

材料沿每个方向的力学性能都相同,称为各向同性；沿各个方向的力学性能不同,称为各向异性。组成金属材料的晶体结构,由于各个方向上的原子数和原子间距不同,是各向异性的。但晶体尺寸极其微小（为1×10^{-8}cm数量级），且在材料中各个晶体的方位是随机排列的，因此，金属材料在宏观上是各向同性的（统计各向同性）。若金属材料经过辗压加工，则由于晶格的择优取向，将呈现轻微的各向异性。木材的力学性能随受力方向与木纹间的倾角不同而有显著的差异，是各向异性的。本书主要讨论各向同性材料的应力、应变分析，对各向异性材料也将作简要的论述。因为，一方面大多数工程材料是各向同性的；另一方面各向异性的问题仅在涉及力一变形间物理关系时才与各向同性有所不同。

三、外力与内力

1．外力及其分类

作用在物体上的外力（包括载荷和约束反力），按其作用方式可分为表面力和体积力。表面力是作用在物体表面上的力，例如，作用于容器壁上的液体压力、两物体间的接触压力等。表面力一般是分布在一定接触面积上的分布力,若其接触面积远小于物体的表面积时,则可简化为集中力。体积力是作用在物体整个体积内的分布力，例如物体的重力、惯性力等。

外力中的载荷按其随时间变化的情况,可分为静载荷和动载荷。静载荷是指载荷值由零缓慢地增长到最大值，并保特不变或变动缓慢而很不显著的载荷，例如容器内的液体压力、结构对地基的压力等。动载荷是指随时间显著变化，或使物体各质点产生明显加速度的载荷,例如齿轮转动时某一齿上随时间作周期性变化的交变载荷、锻压中锤杆所受的冲击载荷等

2. 内力　截面法

固体之所以能保持一定的形状，其内部各质点之间具有相互平衡的初始内力。固体在外力作用下产生变形，使内部各质点间的相对位置发生变化，因此，各质点之间相互平衡所需的内力也就发生变化，即产生了附加内力。固体力学并不研究固体的初始内力，而仅研究由外力作用引起的附加内力，并简称为内力。

内力是物体内相邻部分之间的相互作用力，由作用和反作用定律可知，内力总是成对存在的。为了显示内力，可应用截面法。设一杆件在外力P_1，P_2，$\cdots P_n$作用下处于平衡状态（图1.1a），欲求杆件A、B两部分间截面m-m上的内力。为此，假想一平面沿截面m-m将杆件截分为A、B两部分，任取一部分（如部分A）作为研究对象（图1.1b）。由于杆件原来是平衡的，故杆件的任一部分均应保持平衡。因此，在截面m-m上必有部分B作用于部分A的内力。根据平衡条件，即可求得作用在截面m-m上分布内力系的合成：内力系的主矢和主矩。

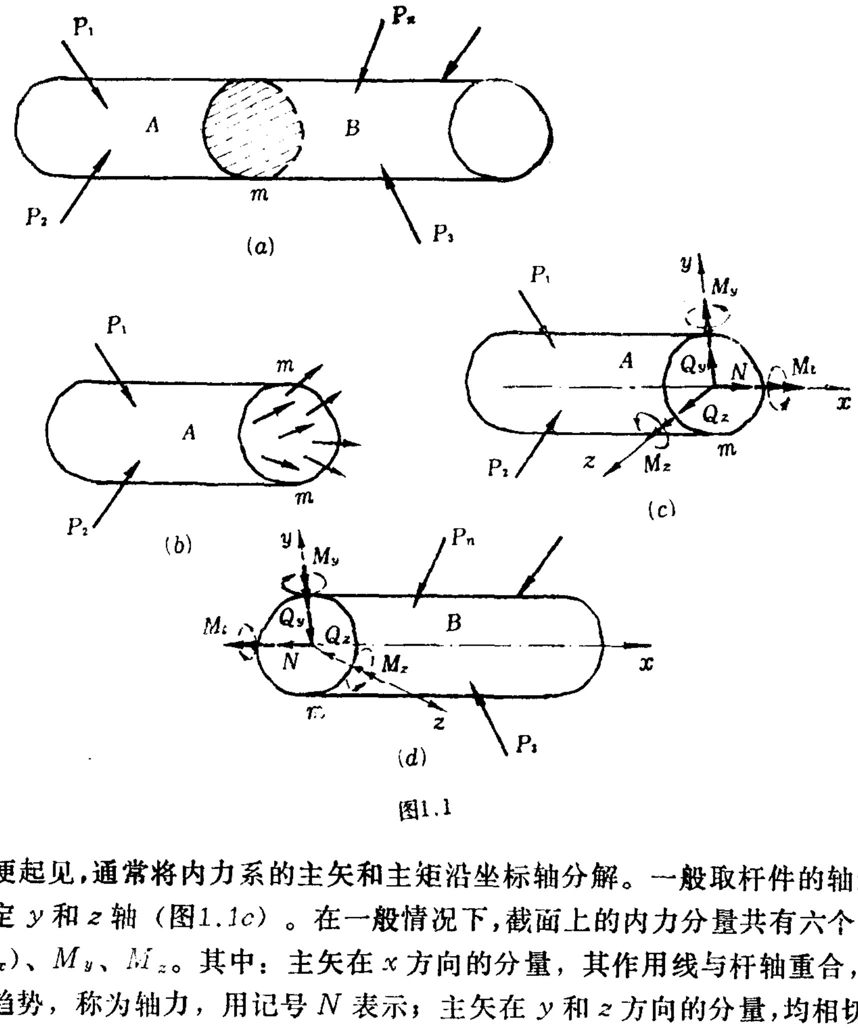

图1.1

为了方便起见，通常将内力系的主矢和主矩沿坐标轴分解。一般取杆件的轴线为x轴，以右手坐标系定y和z轴（图1.1c）。在一般情况下，截面上的内力分量共有六个：N、Q_y、Q_z、$M_t(M_x)$、M_y、M_z。其中：主矢在x方向的分量，其作用线与杆轴重合，有使杆件伸长或缩短的趋势，称为轴力，用记号N表示；主矢在y和z方向的分量，均相切于截面，有使杆件两侧沿截面相对错动的趋势，称为切力，分别用记号Q_y和Q_z表示；主矩沿x方向分量（即绕x轴的力矩分量）有使截面绕杆轴旋转的趋势，称为扭矩，用记号M_t表示；主

矩沿 y 和 z 方向的分量（即分别绕 y 和 z轴的力矩分量），有使杆件轴线弯曲的趋势，称为弯矩，分别用记号M_y和M_z表示。

根据作用与反作用定律，显然，若取部分 B 作为研究对象，则部分 A 作用于部分 B 截面上的各内力分量，必定与部分 A 截面 m-m 上内力分量大小相同、方向相反（图1.1d）。为使两部分求得的同一截面 m-m 上的内力分量具有相同的正负号，本书对内力分量的正负号规定如下：若截面的外向法线与坐标轴(图中为 x 轴)的正向一致,则称该截面为正面,反之为负面；若正面上内力分量的矢向与坐标轴的正向一致，或负面上内力分量矢向与坐标轴正向相反，则该内力分量为正，反之为负。简单地说，即正面正向或负面负向的内力分量为正。按照上述符号规定，显然，图1.1c 和 d 中表示的各内力分量都是正的，也即不论取部分 A 或 B 作为研究对象，所得截面 m-m 上各内力分量的数值和正负号都是相同的。

例1.1　一等截面直杆承受载荷如图1.2a所示，试求截面a-a上的内力分量。

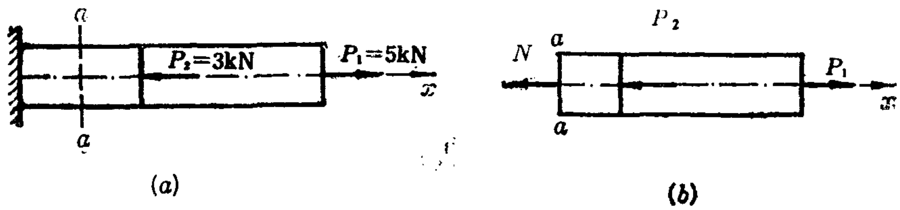

图1.2

解　应用截面法，假想地将杆沿截面a-a截开，并取截面以右部分为研究对象(图1.2b)。由平衡条件

$$\sum X=0 \qquad N=P_1-P_2=2\text{kN}$$

按照内力分量的正负号规定，图1.2b中的轴力 N 是负面负向为正。并由此可见，若将截面上的未知内力分量假设为内力的正向，则由平衡条件所得的正负号，必将与内力分量的正负号相一致。

例1.2　一矩形截面的简支梁，在其纵向对称平面内承受沿梁长度均匀分布的载荷，分布载荷的集度为q(kN/m)（图1.3），试求梁横截面a-a上的内力分量。

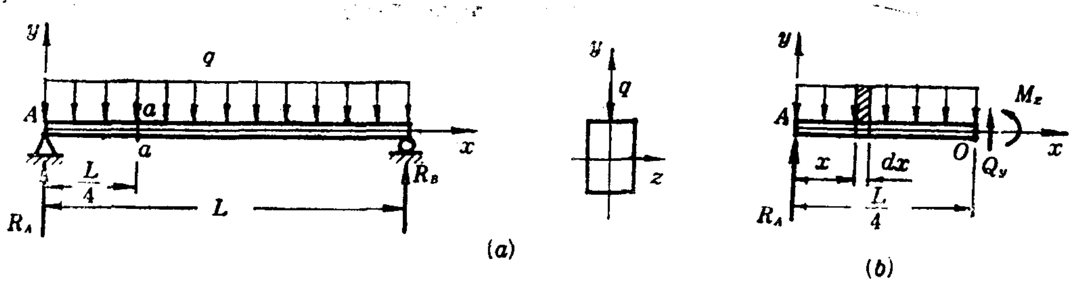

图 1.3

解　1.　支座反力

为求内力，先计算支座反力。由梁关于中间截面的对称性可知，梁两端的支座反力相

等，并由 y 方向的力的平衡条件，即得

$$R_A=R_B=\frac{1}{2}\int_L q dx=\frac{1}{2}qL$$

2． 截面a-a的内力

应用截面法，假想地将梁沿截面a-a截开，并取截面以左部分为研究对象（图1.3b）。截面a-a上的内力应与作用在该梁段上的外力相平衡，显然，截面上将有内力分量Q_y和内力矩分量M_z，并假设Q_y和M_z均为正向。由平衡条件

$$\sum Y=0 \qquad Q_y=R_A-\int_0^{L/4} q dx=\frac{1}{4}qL$$

$$\sum M_0=0 \qquad M_z=R_A\cdot\frac{L}{4}-\int_0^{L/4} q dx\left(\frac{L}{4}-x\right)=\frac{3}{32}qL^2$$

力矩方程中的矩心O，取在截面a-a的形心处。这样，力矩方程中切力 Q_y 对矩心的矩恒为零值，求解过程较为方便。

本题中，由于所有的外力均作用在xy平面内，故截面上的内力分量（切力Q_y和弯矩M_z）也必将都作用在 xy 平面内，而不可能出现xy平面内的内力分量（切力Q_z和弯矩M_y），或yz平面内的内力分量（扭矩M_t）。在工程上经常遇到这种情况，为简单计，今后就将Q_y和M_z分别简写为Q和M。

四、应力 应力分量

1． 应力的定义

由于固体的连续性，截面上的内力是一组连续分布在整个截面上的分布力系。上述由截面法求得的内力分量，是截面上分布内力系的合成对于某一坐标系的分量。内力分量仅反映截面上内力系的总量，并不说明分布内力系在某点处的强弱程度。为此，引入应力的概念。

应力是一点处内力的集度。为考察受力物体某一截面上某一点 n 处的应力，可在截面上围绕 n 点取一微面积ΔA（图1.4a），在微面积ΔA上将作用有一个与截面成某一倾角的内力ΔP。设微面积无限缩小趋近于零，则得该截面上点n处的应力为

$$\boldsymbol{p}_n=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{P}}{\Delta A} \tag{1.1}$$

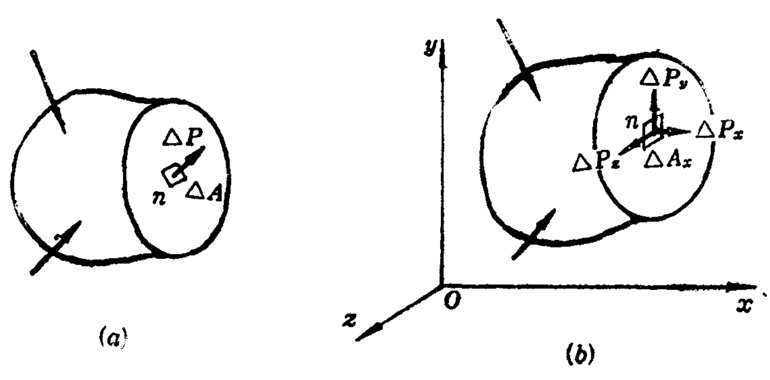

图1.4

由上述定义，可得应力具有如下特征：（1）应力定义在假想截面上的一点处。一般地说，同一截面上不同点处的应力是不同的，而通过同一点在不同方位截面上的应力也是不同的；（2）应力是一个矢量，等效于材料相邻质点间的相互作用；(3)应力的量纲为每单位面积的力。在国际单位制中，其单位为帕（$Pa=N/m^2$）或兆帕（$MPa=10^6Pa$）。

2. 应力分量

在工程计算中，为了方便，所取的截面通常平行于坐标平面，并将应力矢分解为沿坐标轴方向的分量。若截面的法线平行于 x 轴，该截面称为 x 面，则作用于 x 面上点 n 处的应力分量定义为（图1.4b）

$$\begin{cases} \sigma_x = \lim\limits_{\Delta A_x \to 0} \dfrac{\Delta P_x}{\Delta A_x} \\ \tau_{xy} = \lim\limits_{\Delta A_x \to 0} \dfrac{\Delta P_y}{\Delta A_x} \\ \tau_{xz} = \lim\limits_{\Delta A_x \to 0} \dfrac{\Delta P_z}{\Delta A_x} \end{cases} \tag{1.2}$$

其中：与截面垂直的应力分量σ_x，称为正应力；与截面相切的应力分量τ_{xy}和τ_{xz}，称为切应力。一般地说，一个应力分量应用两个下标表示：第一个下标表示应力分量作用的平面；第二个下标表示应力分量作用的方向。作用在 x 面上的正应力分量总是沿 x 轴方向，即正应力的两个下标总是相同的，因此，习惯上将 σ_{xx} 简写为σ_x。

应力分量的正负号规定如下：若正面上的应力分量指向坐标轴的正向，或负面上的应力分量指向坐标轴的负向，则该应力分量为正，反之为负。简单地说，即正面正向或负面负向的应力分量为正。可见，应力分量的正负号规定与前面对内力分量的正负号规定是相呼应的。

由矢量合成可知，x 面上点 n 处应力矢量 $\boldsymbol{p}_n$ 的数值，与该点的三个应力分量σ_x、τ_{xy}、及τ_{xz}之间的关系为

$$p_n = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2} \tag{1.3}$$

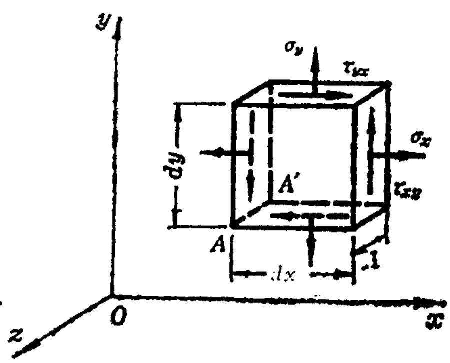

图1.5

若所有应力分量均作用在 xy 平面内，则一点处的应力情况，由通过该点分别作两相距为 dx 的 x 面、两相距为 dy 的 y 面和相距为单位宽度的 z 面所截取的微单元体可表示如图1.5。在 x 面上作用有σ_x和τ_{xy}；在 y 面上作用有σ_y和τ_{yx}；在 z 面上没有应力作用。

若考虑单元体对棱边$\overline{AA'}$的力矩平衡，则得

$$(\tau_{xy} dy \times 1) dx = (\tau_{yx} dx \times 1)\ dy$$

即

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \tag{1.4}$$

上式表明，作用在相互垂直平面上的切应力必大小相等、正负号相同（即切应力共同指向或背

离两相互垂直截面的交线)。也就是说，切应力分量的两个下标，是可以互换的,这一规律称为切应力互等定理。

五、位移 变形和应变

1. 位移的概念

设一物体，在承受载荷后，物体移动到新的位置，物体上的点 A 移至 A'、B 移至B'、依此类推(图1.6)。任一点的位移可用一位移矢量来描述,如 点 A 的位移为u_A、点B为u_B等等。位移矢量可分解为一组平行于参考坐标系(如 xyz坐标轴)的分量，如点 A的位移矢量u_A分解为平行 x 轴的分量u_A、平行于 y 轴的分量v_A和平行于 z 轴的分量w_A。在几何相容的变形中，位移分量u、u、w均为坐标x、y、z 的单值连续函数。

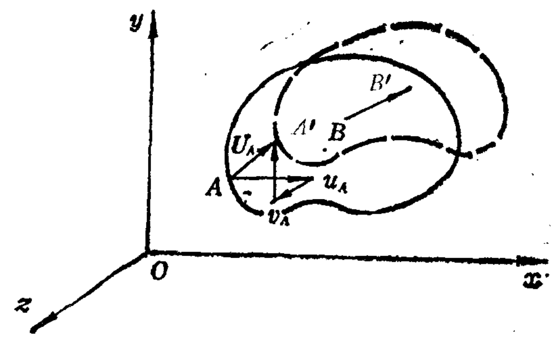

图1.6

一般地说，物体各点的位移由两部分组成：(1) 物体作整体平移或转动时所产生的位移。这时，物体内任意两点之间的相对位置没有改变，这种位移称为刚性位移；(2) 物体内各点相互之间作相对运动所产生的位移，这种位移称为变形位移。刚性位移已在运动学中讨论，本书仅讨论由物体变形引起的变形位移，而且所讨论的位移是很微小的。

2. 变形和应变

物体受力后，其几何形状和尺寸的改变，统称为变形。具体地说，变形是物体内各点之间相对运动的结果。一线段的变形就是该线段两端点间的相对位移。例如,图1.7a中等直杆线段$\overline{AB}$，当杆承受拉力 P 后，点 A 的位移为u、点 B 的位移为$u+\Delta u$ (图1.7b)，则线段$\overline{AB}$的变形为A、B两点间的相对位移Δu。

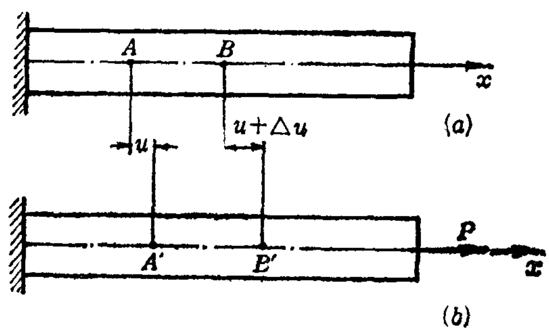

图1.7

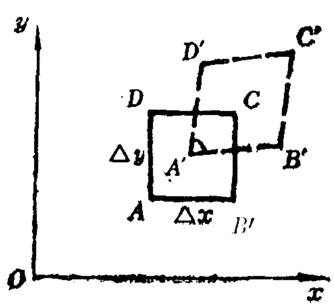

图1.8

显然，线段$\overline{AB}$的变形与其原长Δx有关，而且，一般地说，物体内各点处的变形是不均匀的。为了说明受力物体各点附近的变形程度，引入应变的概念。

设在 xy 平面内一尺寸为Δx、Δy，并具有单位厚度的单元体 $ABCD$，若受力后变形成

$A'B'C'D'$（图1.8），则在微小变形情况下，点 A 处沿 x 和 y 方向的线应变分别定义为沿 x 和 y 方向线段相对变形的极限，即

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\overline{A'B'} - \overline{AB}}{\overline{AB}} \\ \varepsilon_y = \lim\limits_{\Delta y \to 0} \dfrac{\overline{A'D'} - \overline{AD}}{\overline{AD}} \end{cases} \tag{1.5a}$$

点 A 处的切应变定义为直角改变量的极限，即

$$\gamma_{xy} = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta y \to 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle B'A'D'\right) \tag{1.5b}$$

由上述定义可见，线应变 ε 和切应变 γ 均为无量纲的量。线应变的单位有时也表示为米/米（m/m）或毫米/毫米（mm/mm）；切应变的单位为弧度(rad)。线应变的正负由式（1.5a）可见，当线段伸长时，线应变为正，缩短时为负；切应变的正负规定为，当处于第一或第三象限的直角减小时，切应变为正，增大时为负。

线应变和切应变所反映的变形特征，分别与正应力和切应力相对应。显然，线应变和切应变的正负号也分别与正应力和切应力的正负号相对应。

1.3 材料的力学性能

固体材料承受载荷、抵抗变形的能力及其破坏规律，称为材料的力学性能或机械性能。

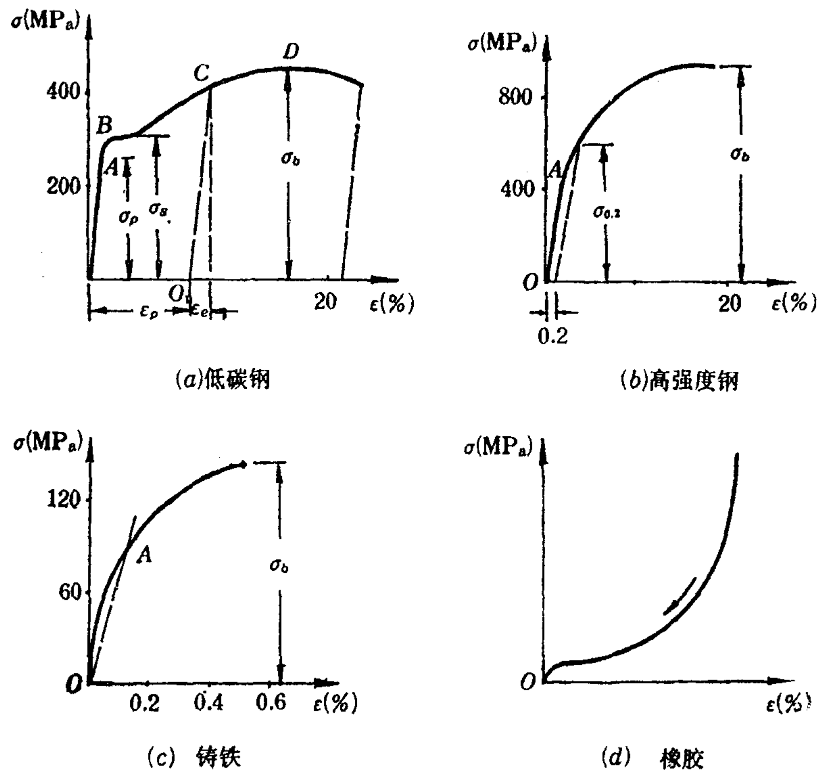

图1.9

材料的力学性能通过标准试验求得[1]。图1.9给出几种典型材料在拉伸试验时所得的应力-应变曲线。

低碳钢等一般金属材料，在应力-应变曲线的初始阶段为一直线段(如图1.9a和b中的OA段)，即应力与应变成正比关系。相应于直线段最高点A的应力值，称为比例极限，记为σ_p。在这一阶段，若卸除应力，则应变也随之消失，即应变均为弹性应变。相应于弹性应变阶段的最高应力值，称为弹性极限，记为σ_e。在工程上，比例极限σ_p与弹性极限σ_e视为相同，两者互为通用。因此，在弹性阶段的应力-应变关系可表达为

$$\sigma=E\varepsilon \tag{1.6}$$

上式称为胡克(R.Hooke)定律。式中E为应力与应变的比例常数，称为材料的弹性模量，表征材料抵抗弹性应变的能力。弹性模量的单位与应力单位相同，为帕（Pa）或吉帕（$\mathrm{GPa}=10^9\mathrm{Pa}$）。

当应力超过A点，应力与应变就不成正比。当应力达到B点时应力基本不变，应变明显增大，这种现象称为屈服或流动。相应的应力值，称为屈服点，记为σ_s。屈服阶段的应变，主要为不可恢复的塑性应变。对于高强度合金钢等某些材料，并没有明显的屈服阶段（图1.9b），则以对应于产生0.2%塑性应变时的应力值，规定为屈服强度，并记为$\sigma_{0.2}$。当应力超过屈服阶段后（如图1.9a中的C点）若卸除应力，则应力-应变曲线基本上按平行于$\overline{OA}$的直线下降至O_1点。也就是说，在应力达到C点时的总应变中，包含有弹性应变ε_e和塑性应变ε_p两部分。

材料加载直至断裂，应力-应变曲线上的最大应力值，称为强度极限，记为σ_b。

铸铁等一类材料，在拉伸时的应力-应变曲线（图1.9c），无明显的直线段和屈服阶段，在应力不大、应变很小的情况下就突然断裂，所以只能测得材料的强度极限σ_b。由于铸铁的总应变较小，通常以总应变为0.1%时所对应的割线$\overline{OA}$来近似地替代其弹性阶段，并用胡克定律计算其弹性变形。

低碳钢、中碳钢等一类材料，在拉伸过程中能产生较大的塑性变形[2]，习惯上统称为塑性材料；而铸铁，石料等一类材料，拉伸时的塑性变形很小，统称为脆性材料。塑性材料压缩时的力学性能基本上与拉伸时相同。脆性材料的抗压能力远大于抗拉能力。有关材料压缩时的力学性能，可通过压缩试验求得，本书不再详述。

橡胶具有很好的弹性性能，在拉伸时的应力-应变曲线如图1.9d所示。若卸除应力，能按加载时应力-应变曲线的路径回复到原点O，使物体恢复原状。但橡胶的应力与应变关系并不成正比，是典型的非线性弹性材料。

材料在切应力作用下将产生切应变（图1.10），切应力τ与切应变γ之间的关系，同样可根据有关的试验（如薄壁圆筒扭转试验）求得。试验表明，对于大多数材料，在初始阶段也存在切应力与切应变成正比的直线段。即在弹性阶段，切应力与切应变服从剪切胡克定

---

①例如，参阅中华人民共和国国家标准：GB228—87《金属拉力试验法》、GB1586—79《金属材料杨氏模量测量方法》，以及冶金部标准：YB36—64《金属扭转试验法》等。

②关于材料塑料性变形能力的指标及区分两类材料的指标值，可参阅有关《材料力学》教材。例如，刘鸿文主编《材料力学》上册（第二版）高等教育出版社，1983。

律：

$$\tau = G\gamma \tag{1.7}$$

式中，比例常数G称为材料的切变模量。其单位与应力单位相同，为帕(Pa)或吉帕(GPa)。

1.4 固体力学基础的基本方法

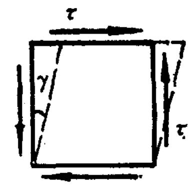

图1.10

在着手求解固体力学问题时，其分析方法与一般科学研究的方法相类似，通常按下列步骤进行：

1. 选择研究的系统；

2. 对系统进行抽象简化（包括构件外形、材料性能、承受载荷及支座约束等的理想化），建立力学模型；

3. 对力学模型应用力学原理进行分析、推导，求解所要求的结论。

在求解过程中，力学模型的建立是很关键的。一个好的力学模型，既能使求解过程大为简化，又能使所得的结论基本上符合实际情况，满足所需要的精度。理想力学模型的建立，不仅需要对实际情况的了解以及对求解问题的分析，而且往往与求解者的知识面和经验有关。因此，对于一个具体问题所得出的结论，应通过试验或实践进行比较、检验，以不断积累建立力学模型的经验。

在应用力学原理分析力学模型时，对于一个完整的固体力学问题，其基本方法包含下列三个方面：

1. 力学分析及静力平衡条件

固体在外力作用下，无论是整体或者其中的任一部分，都应满足动力学方程。对于处于等速直线运动或静止状态的物体，则应满足静力平衡方程。1.2节中的内力计算，就是应用静力平衡条件求得的。值得注意的是，力学分析或静力平衡条件的应用，并不涉及材料应力-应变间的物理关系，一般也不涉及变形的几何关系，因此，不论材料是处于弹性（线性或非线性）或是塑性状态都是同样适用的。

2. 变形的几何相容条件

如前所述，由于固体的连续性在受力变形后仍应保持连续性。因此，固体受力后发生的位移或变形，均应满足几何相容条件。也就是说，固体的位移或变形之间在几何上均应满足连续性的要求。对于变形几何相容条件的分析，是纯粹的几何分析，并不涉及材料应力-应变间的物理关系，一般也不涉及力学分析。在具体问题的分析中，往往对变形的几何相容关系作某些限制（如微小变形等），而使几何关系得到简化。

3. 力-变形间的物理关系

力-变形间的物理关系，是与材料本身的力学性能和固体的变形形式密切相关的，是联系力(应力)与变形（应变）之间的数学关系式。反映材料弹性性能的胡克定律，是各向同性、线性弹性情况下最简单的物理关系。对于各向异性、非线性或塑性情况下的物理关系，一般要复杂得多。而物理关系的不同，也就是不同性质固体之间的主要区别所在。

力学（静力学）、几何和物理三方面的分析方法，可以说是求解固体力学问题普遍适用的基本方法。本书力求在叙述中强调这一基本方法，以期对读者有所帮助。