

922973

高等学校试用教材

系统的建模与响应

华中理工大学 钱祥生 编著

GAO DENG XUE
XIAO CHAO CAI

机械工业出版社

37

高等学校试用教材

系统的建模与响应

华中理工大学 钱祥生 编著



机械工业出版社

本书论述了建立系统模型和响应分析的通用方法。建模偏重于液压系统，并兼顾输入端的电气控制系统和输出端的机械负载系统。以适应机电一体化基础元器件和机电液综合自动化发展以及研究方法现代化的需要，响应分析部分则是面向模型，完全通用的。

全书内容包括系统广义变量和基本效应单元、流阻控制桥路稳态分析等基础理论部分；结构模型、数学模型、逻辑模型以及评价模型等建模方法部分；以及响应求解的实用必要知识三个部分。读者通过学习本书，能够全面地掌握通用的、以状态空间法为基础的、便于计算机处理的现代建模和响应分析方法。

本书可作为各机械类专业通用选修课教材，流体传动及控制专业教学指导委员会已审定為高年级必选课教材，且适宜作为从事机电一体化和机电液综合自动化研究的工程技术人员的自学读物。

系统的建模与响应

华中理工大学 钱祥生 编著

责任编辑：张一萍 版式设计：冉晓华
责任印制：王国民 责任校对：熊天荣

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787 \times 1092^{1/16}$ · 印张 11 · 字数 262 千字

1990年10月北京第一版·1990年10月北京第一次印刷

印数 0,001—1,000 · 定价：2.25元

ISBN 7-111-02303-X / TH · 374 (课)

常用符号表

本书中,对于同一变量、参量或常量,尽可能采用同一字母符号表示,用增加下标的办法表示它们之间必要的区别。符号的选用,除部分遵循国标外,尽量采用英文关键词首字母。本书一律使用法定计量单位。同一符号用于相关的不同情况时,用右上角加撇号的方式区别。

符号	名 称	单 位	符 号	名 称	单 位
A	面积	m^2	F_s	弹簧力	N
a	通道面积	m^2	F_o	阀芯驱动力	N
a_s	排油节流孔面积	m^2	f	频率	Hz
B	阀体槽宽	m	G	阀口流量常数	$\sqrt{m^3/kg}$
b	宽度	m	G	电导	Ω^{-1}
b	系数		G_s	流导	$m^2 \cdot s^2$
C	流体容性效应比例系数(流容)	$m \cdot s^2$	G_g	气体常数	$N \cdot m / (kg \cdot K)$
C_d	流量系数		g	重力加速度	m/s^2
C_e	电容	F	h	位置高度或缝隙	m
C_f	柔度	m/N	I	流体惯性效应的比例系数 (流感)	m^{-1}
C_g	充气蓄能器的流容	$m \cdot s^2$	I_s	电流	A
C_l	泄漏系数	$m^3/s \cdot Pa$	i	指数	
C_o	速度增益	s^{-1}	J	转动惯量	$kg \cdot m^2$
C_s	轴的柔度	$(N \cdot m)^{-1}$	K	系数或增益	
C_v	速度系数		K_s	流量压力系数	$m^5/(N \cdot s)$
D	液压缸直径	m	K_v	电压常数	$V \cdot s$
D_f	广义变位		K_f	零位负载常数	
d	直径	m	K_p	压力增益	N/m^2
E	能量	J	K_q	流量增益	m^2/s
E	液体的弹性模量	Pa	K_s	弹性常数	N/m
E_s	含气液体的弹性模量	Pa	K_{se}	等效弹性系数	N/m
E_e	等效弹性模量	Pa	K_t	电机输出转矩常数	$N \cdot m/A$
E_g	气体的弹性模量	Pa	K_o	零位速度常数	$N \cdot s/m$
E_h	软管的弹性模量	Pa	K_x	位置常数	
E_o	出力增益	N/m	k	比率	
e	误差		L	电感	H
F	力	N	L	角动量	$N \cdot m \cdot s$
F_{ss}	稳态液动力	N	L_r	杠杆比	
F_{ssm}	最大稳态液动力	N	l	长度	m
F_f	摩擦力	N	M	负载质量	kg
F_l	负载力	N	M_s	等效质量	kg
F_r	液压缸的回程负载力	N	M_f	广义动量	

(续)

符 号	名 称	单 位	符 号	名 称	单 位
m	流体质量	kg	t_e	介质热膨胀率的倒数	$^{\circ}\text{C}$
m_v	阀芯质量	kg	t_f	终止时间	s
n	数量		U	输入向量	
v	转速	r/s 或 r/min	U_e	电压	V
P	功率	W	u	输入量	
P_l	负载功率	W	V	容积	m^3
p	压力	Pa	V_g	气体容积	m^3
p_{ad}	调整压力	Pa	V_k	软管容积	m^3
p_b	背腔压力	Pa	V_l	管路容积	m^3
p_c	控制压力	Pa	v	运动速度	m/s
p_e	排出压力	Pa	v_m	管道内液体的平均流速	m/s
p_l	负载压力	Pa	X	状态向量	
p_m	平均压力	Pa	x	位移	m
p_0	压力起始值	Pa	x_0	弹簧预压缩量	m
p_r	额定压力	Pa	Y	输出向量	
p_s	供给压力	Pa	y	位移量或流阻调节量	m
Q_e	电荷	C	y_e	加速度误差	m
q	每弧度工作容积	m^3/rad	y_d	死区误差	m
q_v	体积流量	m^3/s	y_f	负载误差	m
q_{v_e}	排出流量	m^3/s	y_0	阀的原始开启量	m
q_{v_l}	负载流量	$\text{m}^3/\text{s}(\text{L/min})$	y_l	总位置误差	m
q_{v_r}	额定流量	m^3/s	y_e	速度误差	m
q_{v_s}	供给流量	m^3/s	Z	流体阻抗	$(\text{m}\cdot\text{s})^{-1}$
R	流阻效应的比例系数	$(\text{m}\cdot\text{s})^{-1}$	Z_e	电阻抗	Ω
R_e	电阻	Ω	Z_m	机械运动阻抗	kg/s
Re	雷诺数		z	齿数	
R_f	摩擦阻元		α, θ, φ	角度	rad
R_m	转差系数	$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$	β	系数	
R_v	粘性阻尼系数	kg/s	γ	气体指数、流体传播常数	
r	比例系数		η	泵的工作效率	
S_e	液压缸的刚度	N/m	Δ	增量	
S_d	系统稳态刚度	$\text{N}\cdot\text{s/m}$	ε	液流射入(出)角	
S_k	液压弹簧刚度	N/m	ζ	局部损失系数	
S_s	系统静态刚度	N/m	ζ_e	等效损失系数	
s	拉氏算子		ζ_l	管路损失系数	
T	转矩	$\text{N}\cdot\text{m}$	ζ_p	并联总损失系数	
T	热力学温度	K	ζ_s	串联总损失系数	
T	时间常数	s	ζ_v	阀损失系数	
T_0	振动周期	s	λ_l	层流摩擦系数	
T_r	转子转矩	$\text{N}\cdot\text{m}$	λ_s	紊流摩擦系数	
t	时间	s	μ	动力粘度	$\text{Pa}\cdot\text{s}$

(续)

符 号	名 称	单 位	符 号	名 称	单 位
ν	运动粘度	m^2/s	ϕ	相位角	rad
ξ	相对阻尼比		ω	角速度	rad/s
ρ	密度	kg/m^3	ω_d	阻尼固有振荡频率	s^{-1}
ρ_s	电阻率	$\Omega \cdot \text{m}$	ω_n	无阻尼固有角频率	s^{-1}
σ	均方差		ω_s	同步角转速	s^{-1}
τ	采样时间区间	s			

前 言

如何建立一个系统的模型,并使之适合于计算机进行响应分析,已成为近代工程技术研究、产品更新过程中的一个至关重要的课题。目前,工程数学、控制理论、分析方法等方面的发展十分迅速。然而,以建立数学模型为核心的现代设计和分析方法的研究却落后了,从而阻碍了先进理论和科学成果、计算机技术的推广应用。学科间的交叉渗透使得机械技术和产品结构发生了重大变革,机电一体化已成为当今世界机械工业技术和产品发展的主要趋向。过去人为分割、孤立地研究方法再也不能适应了,特别是微电子技术向机械行业渗透,机电液综合自动化系统推陈出新,电液元器件日新月异,迫切需要建立一套与之适应的现代研究方法。即通过使知识抽象化、模型化,寻求一种同时适用于机、电、液系统的统一建模和响应计算机分析方法。模型化就是数学化,“一切科学离开了数学和数学方法是不可能发展的,只有在成功地应用数学时,才能达到真正完善地步”。

本书正是基于上述观点,为适应机电一体化发展总趋势的需要而编写的一本反映系统建模和响应所涉及知识的通用教材。鉴于机械、电路模型的描述方法较为成熟,因此内容偏重液压系统,并兼顾机电系统,然而采用的建模思路和解算方法,对机、电、液系统都是统一的。本书已由流体传动及控制专业教学指导委员会审定为高年级必选课教材,亦宜作各机械类专业通用选修课教材或有关的广大科技人员的自学读物。

全书分为十一章。第一章介绍了系统建模和响应涉及的概念、过程、分类和方法等基本概念;第二、第三章则以液压系统为中心,兼顾相关的机、电系统,揭示如何把知识进行抽象、概括并提高的过程,为建立解析模型打下基础;第四至八章专门介绍建立结构模型、数学模型、逻辑模型以及评价模型等的方法,特别着重介绍了五种建立状态变量模型的实用方法;第九至十一章则简要提供响应解析解、数值解及其相关的计算机仿真方面的知识。

本书由西安交通大学史维祥教授主审,博士生张金同志参加了第八章的撰写工作,他们都为本书的问世付出了辛勤的劳动,谨此一并表示深切感谢。

为适应科技发展和教学改革的需要,这本以突出方法性、通用性为特征的教材,尚属初次尝试,加之涉及的知识面宽,有关知识和内容还在不断地丰富和发展之中,因此值得商榷之处在所难免,望专家、读者不吝指教。

作者

1988年8月于武汉华中理工大学

目 录

常用符号表

第一章 导论	1
§ 1-1 系统、模型和响应	1
§ 1-2 系统的建模过程	2
§ 1-3 模型的形式和分类	3
§ 1-4 动态系统的内部描述	5
第二章 广义变量及其基本效应单元	6
§ 2-1 动力系统的广义变量	6
§ 2-2 描述系统物理效应的集中参量	8
§ 2-3 阻性单元	9
§ 2-4 回路阻力效应的估算	11
§ 2-5 容性单元	13
§ 2-6 液压弹簧刚度	17
§ 2-7 感性单元及其影响	18
§ 2-8 管路动态模型	20
§ 2-9 机、电、液参量间的相似和替换	23
§ 2-10 相似原理的应用	26
第三章 流阻控制桥路分析	28
§ 3-1 流阻的类型及特性	28
§ 3-2 流阻控制基本单元	29
§ 3-3 控制单元的組合	32
§ 3-4 稳态性能评价	33
§ 3-5 零位性能指标	35
§ 3-6 零遮盖和正遮盖流阻	37
§ 3-7 液桥回路的性能分析	38
§ 3-8 不对称液桥回路	40
§ 3-9 控制单元的液动力描述	43
§ 3-10 桥路控制中的液动力	47
§ 3-11 最大液动力比较	50
第四章 解析建模法基础	53
§ 4-1 建模步骤及要求	53
§ 4-2 建立变量关系式的基本方法	54
§ 4-3 静态数学模型	56
§ 4-4 微分方程模型	57
§ 4-5 线性化和定常化	58
§ 4-6 传递函数模型	60

§ 4-7 典型环节的传递函数	61
-----------------------	----

§ 4-8 图形结构模型	65
--------------------	----

第五章 功率键图结构模型

§ 5-1 能量流和信息流	68
§ 5-2 术语和符号	68
§ 5-3 流向和因果关系的确定	70
§ 5-4 键图的变换和简化	71
§ 5-5 感应电动机	74
§ 5-6 液压动力源	75
§ 5-7 压力控制阀	77
§ 5-8 方向切换阀	78
§ 5-9 其它阀	80
§ 5-10 管道、滤油器和蓄能器	80
§ 5-11 液动机	81
§ 5-12 典型负载模型	82

第六章 状态变量模型的建立方法

§ 6-1 状态空间法的基本概念	84
§ 6-2 状态变量模型	85
§ 6-3 微分方程转化法	87
§ 6-4 传递函数变换法	90
§ 6-5 信号流图法	95
§ 6-6 功率键图法	97
§ 6-7 拓扑综合法	102

第七章 系统的逻辑描述模型

§ 7-1 基本概念	108
§ 7-2 流体逻辑设计简况	109
§ 7-3 液压系统的逻辑变换	110
§ 7-4 逻辑建模	111
§ 7-5 功能图及拓扑分析	112
§ 7-6 功能图的逻辑描述	113
§ 7-7 建模实例	114

第八章 模型化方法的发展

§ 8-1 确定性模型的其它描述方式	116
§ 8-2 随机模型	118
§ 8-3 评价模型	119
§ 8-4 权系数确定方法	121

§ 8-5 计算机程序建模法	124
第九章 系统的响应	125
§ 9-1 系统响应评价指标	125
§ 9-2 一阶系统的瞬态响应	129
§ 9-3 二阶系统的瞬态响应	130
§ 9-4 频率响应	132
§ 9-5 周期激励的响应	134
§ 9-6 状态变量梅逊公式解法	134
§ 9-7 模拟计算机仿真	136
§ 9-8 确定比例尺实例	138
第十章 响应分析中的几个问题	141
§ 10-1 干扰响应的不利因素	141
§ 10-2 数据来源和处理	143
§ 10-3 等效弹性模量的测定方法	146

§ 10-4 液动力干扰	147
§ 10-5 响应偏差	150
§ 10-6 零偏差优化标准式	150
第十一章 响应的数值解	152
§ 11-1 数学模型的离散化处理	152
§ 11-2 Euler法	153
§ 11-3 运算框图及程序	155
§ 11-4 数值解的误差	158
§ 11-5 常用数值积分法	159
§ 11-6 数字计算机仿真	162
§ 11-7 模型病态 (stiff) 问题	163
§ 11-8 数字仿真系统简介	164
§ 11-9 系统仿真实例	166
参考文献	168

第一章 导 论

随着近代科学技术的迅速发展、相互渗透以及计算机技术的普及应用，已使科学研究水平本身大大地跨进了一步。从过去经验的、孤立的、感性的、静态的、手工式的研究水平，逐步跨入到现在科学的、系统的、理性的、动态的、计算机化的研究水平。这种综合运用近代科技研究成果的现代研究方法包含着极其丰富的新知识和新内容。

§ 1-1 系统、模型和响应

“系统”是指由若干相互关联、相互作用的单元要素结合起来所构成的具有某种特定功能的集合体。因此，系统应具备以下特征：首先，系统必须是由两个以上相互间存在着逻辑关系的单元要素构成的。如电路系统是由晶体管、电阻、电容、电感等有机地联结而成的，社会系统是由人、物、资金等要素有机地联结成的。那么，系统必然存在设定的边界，设定边界又意味着存在包围系统的外部环境，包括可触及的和不可触及的环境，环境是在某过程中形成系统约束条件的重要因素。系统一定有自己追求的目标（为了达到所追求的目标，需要对系统的活动进行有效的控制）；输入和输出，以及还存在输出到输入端信息的反馈联系，以上所述就是系统构成的一般模式。以系统为对象来进行研究，必须强调整体性，我们不能仅注意它的个别组成部分，孤立地进行研究，而应该通过研究构成事物的诸因素及其相互关系，从而在宏观上、整体上、全局上把握事物的行为，这就是系统观念。

系统是一个具有十分广泛含义的概念，它可以是具体工程装置的集合，如机械系统、电气系统、液压系统、热力系统等；也可以是社会系统，如生产管理系统、经济系统、教育系统等等；或者是自然界的动态过程，如生态系统、环境系统等等。所以，无论是物理的、化学的、工程的、生物的、社会的、经济的、自然的等等现象和过程，只要具备上述诸特征，均能构成系统，用统一的方法来进行研究。系统论正是符合于这种具有广泛含意系统研究的理论总结。系统必定涉及信号的传递和反馈及其有效的控制，以系统、信息、控制三大论为指导，采用最新的概念和手段去研究系统，这就是现代研究方法科学性的主要表现。

模型是对系统实体的特征及其变化规律的一种表示或抽象，而且往往是对系统实体中那些所要研究的特征的抽象。所以，模型是经过适当简化了的系统实体的代表，并通过适合我们需要的形式，诸如图形、符号语言、数学关系式等等表达出来，以便人们对系统进行分析和研究。有了能反映系统实体最本质特征和量的规律的模型，特别是数学模型，就可以借助数学所提供的理论、逻辑思维方法与技巧，对系统进行定量的分析和处理，从感性认识深化提高到理性认识的水平，为深入认识系统提供了可靠依据。

响应是指当系统受到输入信号作用或干扰作用以后，其输出信号所作出的反应。进行响应分析是由过去静态研究水平提高到动态研究水平的主要标志，也是系统评价的重要内容。对于一个复杂的系统，欲充分考虑到各种可能输入和任意干扰下的响应状态，没有现代计算机这个强有力的工具，几乎是不可能的。响应分析过程实质上就是代表系统的数学模型的求

解过程。只有运用计算机,才能使复杂数学模型的求解成为可能。所以研究过程计算机化不仅使我们能够逐步摆脱过去手工研究的缺陷,而且为现代研究方法的实施提供了必不可少的手段。

系统实体、模型、响应以及计算机之间的关系可大体概括表示为如图 1-1 所示的框图。

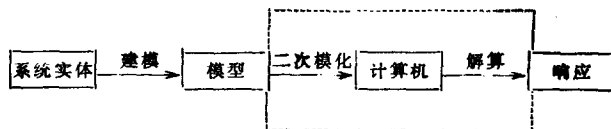


图 1-1

系统实体经过建模过程,才能获得适合我们需要的模型,而模型经解算并获得响应的过程需借助计算机的帮助。为了使计算机接受模型,还需要将模型变成计算机能输入和接受的形式,这个过程称为二次模化处理。将已知数学模型进行二次模化处理和利用计算机解算,到获得模型所代表系统的响应的全过程,就是计算机仿真。所以,对系统建立一个能反映所要研究问题本质的模型,并借助计算机仿真,获知其各种条件下的响应,是全面认识、把握系统,弄清系统行为的正确途径和科学的方法。其中,建立模型和响应分析是两项核心内容,而响应分析又以正确建模为前提。在现代工程研究中,无论是进行优化设计、性能分析、工况监视或决策控制,都离不开建立模型。因此,建立一个合理、准确、适用的数学模型最为重要,难度也最大,因为它需要对建模对象有透彻的了解。而响应分析虽然也涉及许多知识和技巧问题,但毕竟已有一套有章可循的办法。所以研究工程中适用的各种基本建模方法及其涉及的基础知识,正是本书的主要内容。

§ 1-2 系统的建模过程

建立系统的数学模型有两条基本途径,即分析法和试验法。分析法是根据系统本身的机理来确定模型的结构,利用有关定律(如牛顿定律、液流连续定律、基尔霍夫定律等)、物理量及各参变量之间的关系,借助数学工具推导出数学模型,故又称为解析建模法。试验法是通过观察、测量系统实体的有关可观测量,经过数据和数学处理,获得估计数学模型。这种建立系统数学模型的方法就是系统辨识,故又称为辨识建模法。系统辨识是一门正在迅速发展新兴技术,已有不少专著。本书拟论及的内容,只限于解析建模法。

建模过程就是将系统进行概括、抽象和数学解析处理的过程。一般可通过划分子系统、建立基本模型、集总模型三个阶段来完成。

一、划分子系统

实际系统可能是相当复杂的,而且它还可以是包括多种能量转换方式和控制过程的综合系统,所以通常必须把它分解成便于模型化,或必要时能加以实验研究的较小组成部分,我们称之为子系统。整个系统被看成是由这些子系统所组成的,这些子系统间的相互连结规定了系统能量或信息流通传递的途径。

组成子系统的最基本要素称为单元,单元不等于元件,它是经分析概括以后,抽象化了的、按性质划分了的更基本组成部分。例如,对于机、电、液等动力传输系统而言,通常有

阻性元、容性元和惯（感）性元三种。系统不是这些单元的简单集合，而是许多单元相互作用、相互依存，最后使系统具有某种特定功能，有规可循的集合整体。然而，子系统、单元的划分层次只是相对的。例如液压系统中，某个元件就可视为一个单元，节流阀就可视为典型的阻性单元，电气系统则更是如此。甚至有时也可以把某个子系统近似简化为一个单元效应来处理等等。因为这种划分只是为了建模方便的一种过渡手段。

二、建立基本模型

基本模型是能够解释系统实体所研究范围的输入—输出行为的模型，但并不要求它能提供系统实体行为的全部解释，否则基本模型就会过于复杂了。因为模型不等于实体，建立模型只是作为了解系统、研究系统的手段或工具，因此模型的形式首先应该适合于应用目的。模型过于复杂，主次因素不分，不仅给数学处理、响应分析带来困难，而且反而会出现较大的误差。正确的基本模型只要求表达人们最需要知道的那些特征，模型的结构应当比较简单，这正是模型构成的一个重要特点。从这个意义上讲，模型更优于实体，因为它能够以简洁、明了的形式，更加深刻、集中地反映系统的主要特征和规律。

三、集总模型

根据已知的子系统基本模型和划分边界条件，按照一定的规则步骤就可以归纳建立描述整个系统的集总模型。但是许多子系统模型虽然从局部的角度看已经是较简单的了，但经集总处理以后，又会使模型过于复杂，导致响应求解的困难。因而尚需根据模型的使用目的对所研究系统作些合理的假设，提出简化设想，再次将系统模型进行进一步的简化。如判定哪些变量和哪些关系是最主要的，哪些是可以忽略的；分布参数现象是否可按集中参数近似处理；过程非线性现象是否可在研究范围内作近似线性处理等等。最后才能得到能基本满足响应分析精度要求的实用模型。基于这一点，我们应当认识到：模型能够反映当前人们对某学科领域被模型化对象所具有的知识水平。科学技术总是不断地向前发展，人们对事物的认识又必须通过不断和深化的过程，所以模型只是相对正确的，还有待于不断改进。建模者的任务是恰如其分地抽象出系统或过程的主要特征，从而建立满足研究目的和精度要求的模型。因此，深入掌握系统的物理本质是建模的核心问题。为使读者能真正掌握建模技术，除介绍一些适用的方法外，本书还注重将有关学科知识加以概括、抽象和提高，作为建立模型和简化模型的理论基础。

§ 1-3 模型的形式和分类

模型只是研究系统的一种有效工具，它是为了某种研究目的要求而建立的，因此其形式和种类很多，模型的形式有三类：物理模型、结构模型、数学模型。

物理模型是一种着眼于与实际对象保持行为及工作规律相似的模型，它适用于不同性质系统间的相互模拟，例如用电路模拟液压系统或机械系统等等。物理模型建立的依据是物理性能上相同或十分相似于原系统，但比原系统更简单和便于分析研究。物理模型是解决工程实际问题的一个有效手段，但存在仍需制造模型并试验等缺点。

结构模型是借助约定符号，表示系统信息或功率传递中参变量数据结构关系的一种图形。它能清楚地描述系统参数和变量之间的结构关系，是建立复杂系统数学模型的过渡手段。例如方框图、信号流图、键合图等。

数学模型是一种用数学形式把系统的信息或能量传递规律描述出来的表达式。数学模型虽然不等于系统实体本身，但它是能反映系统本质特性最简洁明了的代表。数学模型与物理模型比较，具有多方面的优点：

1) 抽象性 数学模型摒弃各种系统的具体特征，突出主要参数、变量间的本质联系。因此有助于对系统认识的深化，由定性认识发展到定量认识的高度，而且也提供了不同系统间进行深入比较的可靠依据。

2) 可解性 数学模型可借助数学规则进行解算，进行响应的分析和演绎、概念的概括和推理，从而获得某些难以直观得到的认识。

3) 方便性 改变或修改数学模型十分方便，数学模型也便于保存和交流。

4) 经济性 借助数学模型进行信息处理或响应分析是最经济的办法，系统愈复杂，相对成本愈低，效果愈显著。特别是微机推广应用以后，更显示其巨大经济效果。

虽然数学模型存在缺乏直观性和实时性的缺点，但由于上述优点使得它已成为系统研究最严格、最便利、最有效的手段。

数学模型的具体形式灵活多样，如代数方程、微分方程、偏微分方程、差分方程、状态方程等都是常用的数学模型表达形式，特别是计算机普及应用以后，数学模型的重要性更为突出，可以说数学模型是最科学的模型表达形式。现代控制理论、近代数学理论与建模技术结合以后，更是发展迅速，因此对数学模型进行分类是一项困难的工作。下面仅就模型本身的基本特征，将常用的数学模型粗略地划分为以下几种类型。

1) 静态模型和动态模型 静态模型只描述系统中输出变量和输入变量之间在稳定状态下的关系，而不考虑它们随时间的变化。因此其数学表达式是一组联立的线性或非线性代数方程。动态模型与时间变量有密切的关系，任何时刻输出因变量决定于输入自变量的过去一时刻的值，它们之间存在着时延。这种动态模型需由联立常微分方程组或联立差分方程组来描述，或者用偏微分方程组来描述。

2) 连续时间模型和离散时间模型 动态模型按独立时间变量取值的形式不同又可分为两类，如果时间变量连续取值，则系统变量就是连续时间变量，所建立起来的系统动态模型就是连续时间模型。如果时间变量仅在有限个或者无限个可数的特定瞬间取值，则系统变量就是离散时间变量，相应于这种输入、输出全为离散信号状态下的系统动态模型，称为离散时间模型。连续时间模型常用微分方程组来描述，而离散时间模型需用差分方程来表示。我们熟悉的工程、物理系统，由解析建模法建立的数学模型，大多数是连续时间模型，也是本书论述的主要内容。

3) 定常参数模型和时变参数模型 按照系统输入输出特性的时间特征，凡描述输入输出特性不因独立时间变量的平移而变动的该类系统的数学模型，称为定常参数模型。若 $u(t)$ 为输入信号， $y(t)$ 为输出响应，则包括初始状态 $\tau = 0$ 在内的所有 τ ，下面的函数关系式成立：

$$F[u(t + \tau)] = y(t + \tau)$$

这就说明在这类系统的数学模型中，各个参数或者系数都是不随时间而变的常数。反之，凡不满足上述特征的系统模型，称为时变参数模型。

4) 集中参数模型和分布参数模型 按照系统变量的空间特征，可划分为集中参数模型和分布参数模型两类。凡是该系统的变量随所处空间不同的变化，相对于随时间推移的变化

而言可以忽略, 允许近似地作为集中在空间一点或有限点来处理, 这样建立起来的模型就称为集中参数模型。当系统中变量的空间分布效应不可忽略时, 需要充分考虑参数在空间各点差异所建立的模型, 称为分布参数模型。集中参数模型可用常微分方程表示, 分布参数模型则必须用偏微分方程加以描述。

本书讨论的重点是连续的定常集中参数模型。这也是描述机、电、液动力系统最普遍和常用的数学模型。

§ 1-4 动态系统的内部描述

一个动态系统, 我们可以视为输入量与输出量之间的动态变换, 过去常用和熟悉的微分方程、传递函数等数学模型, 它们都是利用输入和输出量间的因果关系直接描述的。在得到的数学模型中, 并不存在其它系统的内部变量, 中间变量均在建模过程中被消去了。一个具有输入量 $u(t_0, t)$ 、输出量 $y(t)$ 的连续时间动态系统, 可以用下列输入输出关系来完全描述:

$$y(t) = f[u(t_0, t), t]$$

这种描述方式统称外部描述法, 外部描述法虽然直接地表达了输入和输出之间的函数关系, 但它有一定局限性, 不仅只适合于单输入单输出系统, 而且随着内部变量的消去, 就会失去某些系统内部极重要的信息。就模型而言, 系统内部情况仍然是一无所知, 故应用范围受到限制。

通过引入一组系统的状态变量, 通常用矢量 x 表示, 可以用如下间接的方式描述动态系统。

$$\dot{x}(t) = \phi[x(t), u(t_0, t), t] \quad t \geq t_0$$

$$y(t) = \phi'[x(t), u(t_0, t), t]$$

对于一个连续时间动态系统, 如果在 $t = t_0$ 时, 已知 $x(t_0) = x(t_0)$, 当已经确定了在 $t \geq t_0$ 时的输入变量 $u(t)$, 则在 t_0 时刻以后的状态变量 $x(t)$ 和输出变量 $y(t)$ 均可唯一地确定。模型所包含的一个或数个状态变量, 可以根据研究需要和兴趣来选定, 这些被选定的状态变量 $x_1, \dots, x_n$, 正是说明系统内部状态和行为的重要参量。故这种状态变量描述又称为内部描述法。因为状态变量表征了系统内部动态, 故它比输出变量更能本质地反映系统的内部行为。状态变量不一定是可测量的量, 有的状态变量可以直接观测得到, 有的则不能直接观测。状态变量可以是输出变量, 也可以不是输出变量。而输出变量则仅指可以用检测手段直接观察和检测的变量, 它可以是状态变量, 也可以不是状态变量, 但它总是可以表示为状态变量和输入变量的函数。

状态变量描述法属于现代控制理论范畴。它是矢量矩阵形式的模型, 特别便于数字计算机处理是其突出优点之一, 拟作本书讨论的重点, 这也是本书不同于其它建模书籍的特色之一。

第二章 广义变量及其基本效应单元

实际物理系统都是很复杂的, 必须将它们抽象成便于模型化和实验研究的基本物理单元, 并充分地熟悉它们与变量间关系, 为建立系统模型打下基础。

本章主要讨论适合于各种动力系统, 包括机械、电气、液压系统的广义变量和基本效应单元模型的建立, 使读者充分掌握动力系统的共性, 学会统一的处理方法, 为适应机电一体化综合控制系统的研究、电液一体化元器件的开发提供理论依据。

§ 2-1 动力系统的广义变量

动力系统是指以传递能量流为主的传动系统, 普通的机械、电气、流体传动系统均属动力系统范畴。子系统之间, 能量流动的接口称为通口, 流经通口的功率可以用势变量 $e(t)$ 和流变量 $f(t)$ 两个广义功率变量来计量。势是流的积累, 表示了动力系统潜在的做功本领, 是做功的内在依据; 流则是系统各处势差异导致的结果, 它是做功的外部表现。对做功来说, 两者必须具备, 缺一不可。不同类型的动力系统, 只是它们的具体含意和名称不同而已, 对于机械动力系统, 是力和速度; 对于电气动力系统, 是电压和电流; 对于流体动力系统, 则是压力和流量。它们在不同的工作点其值不尽相同, 将受许多因素的影响而变动, 故称之为动力系统的两个基本变量。研究它们的性质、相互关系以及与其他参量之间的制约规律, 正是建立动力系统模型和进行响应分析的基础内容。

势变量 $e(t)$ 和流变量 $f(t)$ 具有以下性质:

- 1) 流入或流出某个通口的功率 $P(t)$ 就等于该通口势变量和流变量的乘积, 即

$$P(t) = e(t)f(t) \quad (2-1)$$

- 2) 动力系统某处势变量与流变量瞬态值之商, 就是系统在该处的阻抗。而稳态时, 某处产生单位流变所需的势变, 表示该回路的阻性效应,

即
$$R = \Delta e / f \quad (2-2)$$

- 3) 势变量和流变量还具有相互与对方的微分成比例的属性, 即

$$f(t) = C de(t)/dt \quad (2-3)$$

$$e(t) = I df(t)/dt \quad (2-4)$$

式中 C, I ——比例系数。

研究表明, C, I 具有明确的物理意义: 系数 C 表示其容性效应, 系数 I 则表示惯(感)性效应。

- 4) 考虑到流入或流出某个通口的能量 $E(t)$ 是功率 $P(t)$ 对时间的积分

$$E(t) = \int_0^t P(t) dt = \int_0^t e(t)f(t) dt \quad (2-5)$$

从而又可导出另外两个很重要的能量变量, 即动量 $M_f(t)$ 和变位 $D_p(t)$ 。动量被定义为势变量对时间的积分, 即

$$M_i(t) = \int_0^t e(t) dt = M_0 + \int_{t_0}^t e(t) dt \quad (2-6)$$

即动量既可用不定积分表示, 亦可用时间 t_0 时的初始动量加从 t_0 到 t 的定积分表示。同样, 变位乃是流变量对时间的积分

$$D_p(t) = \int_0^t f(t) dt = D_0 + \int_{t_0}^t f(t) dt \quad (2-7)$$

式 (2-6) 和 (2-7) 可表示为微分形式

$$\begin{aligned} dM_i(t)/dt &= e(t), & dM_i(t) &= e(t)dt \\ dD_p(t)/dt &= f(t), & dD_p(t) &= f(t)dt \end{aligned} \quad (2-8)$$

代入式 (2-4) 得

$$E(t) = \int_0^t e(t) dD_p(t) = \int_0^t f(t) dM_i(t) \quad (2-9)$$

因此, 系统能量传递的描述不仅可表示为式 (2-5) 所示的时间变量函数的形式, 而且也可以表示为如下能量变量函数的形式。即

$$\begin{aligned} E(D_p) &= \int_0^{D_p} e(D_p) dD_p, \\ E(M_i) &= \int_0^{M_i} f(M_i) dM_i, \end{aligned} \quad (2-10)$$

结果说明: 除了势变量 e 和流变量 f 这对广义功率变量能够描述动力系统的能量传递状况以外, 动量和变位这两个能量变量也能决定系统能量传递的状况, 它们是动力系统的两个广义能量变量。本书以后各章将陆续说明借助上述两个功率变量 e 和 f , 两个能量变量 M_i 和 D_p , 以及表示阻性、容性、惯(感)性的三个比例系数 R 、 C 、 I , 就能十分完满地描述流体动力系统或机电液一体化系统的数学模型。

物理性质不同的各种动力系统, 均应存在性质相似而名称不同的功率变量和能量变量, 认识这种相似规律, 对理论上的相互借鉴、用统一通用的建模和响应分析方法、以及进行机电一体化复杂动力系统的整体研究和分析, 都是十分必要和方便的。现分别以流体系统、机械系统(平移和旋转)、电气系统为例, 列表说明各相应变量间的对应相似关系(见表 2-1)。

表 2-1

广义变量	流体系统	量纲	机械平移	量纲	机械旋转	量纲	电气系统	量纲
势 e	压力 p	$\text{Pa}(\text{N}/\text{m}^2)$	力 F	N	转矩 T	$\text{N} \cdot \text{m}$	电压 U_e	$\text{V}(\text{W}/\text{A})$
流 f	体积流量 qv	m^3/s	速度 v	m/s	角速度 ω	rad/s	电流 I_e	A
动量 M_i	运动粘度 ν	m^2/s	动量 M_i	$\text{N} \cdot \text{s}$	角动量 L	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$	磁通量	$\text{Wb}(\text{V} \cdot \text{s})$
变位 D_p	质量 m	kg	位移 x	m	角位移 θ	rad	电荷 Q_e	$\text{C}(\text{A} \cdot \text{s})$
功率 P	$P = pqv$	W	$P = Fv$	W	$P = T\omega$	W	$P = U_e I_e$	W
能量 E	$\int_V p dV$ $\int p qv d\mu$	$\text{J}(\text{N} \cdot \text{m})$	$\int_x F dx$ $\int M_i v dM_i$	$\text{J}(\text{N} \cdot \text{m})$	$\int_\omega T d\omega$ $\int T \omega dT$	$\text{J}(\text{N} \cdot \text{m})$	$\int_{Q_e} U_e dQ_e$ $\int U_e I_e dU_e$	$\text{J}(\text{N} \cdot \text{m})$

§ 2-2 描述系统物理效应的集中参量

阻性、容性、惯（感）性是决定动力系统行为的三个重要的物理效应，组成系统的全部具体元器件在系统行为中所起的作用，都可抽象为这三种物理效应来看待。对某个元器件而言，或者仅仅相当于某种效应，或者兼而有之，当然并不一定能将元器件或具体组件与三种效应建立明显的一一对应关系。但是，我们总是可以利用阻性、容性、感性效应的有限集合来建立整个动力系统的模型。

三种重要的物理效应可以量化为三个集中参量来表示。阻性量是决定系统稳态性能的基本物理参量，它具有耗能性质，如流体系统中节流孔的流动阻力、机械阻尼器或缓冲器的阻尼阻力，电气系统中的电阻。这些阻性效应决定了系统稳态情况下势和流两个功率变量间的数值关系。这种关系可以是线性的，如电阻多数具有线性性质，称为线性阻元。也可以是非线性的，如流阻多属于此，称非线性阻元。非线性阻元的阻值不能用常数描述，引起建模困难。

容性量是决定系统动态性能的基本物理参量之一，它具有贮存和释放能量的性质。例如流体系统中的重力容器和蓄能器、机械系统中的弹簧或扭簧、电气系统中的电容等等都是具有容性性质的元器件。它们的共同特点是通过贮存和释放“流”而导致“势”的变化，而且在贮存和释放能量的过程中没有损耗发生。任意时刻贮存在容性单元中的能量可用下式表示，

$$E(t) = E_0 + \int_0^t e(t) f(t) dt$$

式中 E_0 —— t_0 时刻初始贮存的能量。

惯（感）性量是决定系统动态性能的又一基本物理参量，它也具有贮存和释放能量的性质。如液体和机械系统中质量惯性、电气系统中电感的感性效应等。其主要特点是通过贮存和释放“势”能而导致“流”的变化。在机械系统中，往往把与容性元器件相关的能量称作势能，而将与惯性元器件相关的能量称作动能。流体系统中，则相应于两种贮能形式分别称为压力能和速度能，电气系统中则相应称为电能和磁能。贮存在惯（感）性单元中的能量，也被认为可无损耗地回收。

上述将组成动力系统元器件的功能和作用按物理性质抽象归纳为阻、容、感三个集中参量，实质上是相当于将一个有无限多自由度的问题归纳成一个单自由度问题看待。实践证明这种集中参量处理方法是可行的，不致产生有实质性误差的影响，然却为动力系统研究带来极大方便。

动力系统研究的任务主要是弄清两个功率变量与三个集中参量之间的内在关系和相互制约联系的客观规律，建立模型，并研究如何利用这些关系和规律，调整参量实现有效控制。

图 2-1 是描述四个广义变量和三个代表基本物理效应参量间相互关系的图形表示，此图包含了下列五个重要关系式：记住图形有助于弄清 e 、 f 、 M 、 D 、 R 、 C 、 I 这

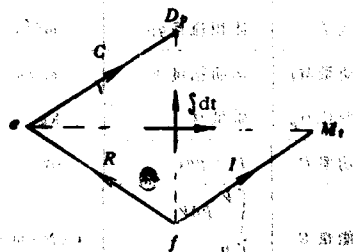


图 2-1 参变量间相互关系