



高等专科学校教学用书

GAODENG
ZHUANKE
XUEXIAO
JIAOXUE
YONGSHU

机械工程测试技术

冶金工业出版社

高等专科学校教学用书

机械工程测试技术

上海冶金高等专科学校 刘文泉 编

冶金工业出版社

(京)新登字036号

高等专科学校教学用书

机械工程测试技术

上海冶金高等专科学校 刘文泉 编

冶金工业出版社出版

(北京北河沿大街海润院北巷38号)

新华书店总店科技发行所发行

河北省阜城县印刷厂印刷

787×1092 1/16 印张13.5 字数321千字
1994年6月第一版 1994年6月第一次印刷
印数1~3400册

ISBN 7-5024-1387-1

TH·172 (课) 定价6.45元

前 言

本书是根据1990年冶金、有色系统高等专科学校教材出版规划和《机械工程测试技术》课程教学大纲编写的。本书可作为高等专科学校机械类专业教材,也可供非机械类专业师生和从事测试技术工作的工程技术人员参考。

本书内容力争符合高等专科学校的教学特点,主要讲授测试技术的基本理论知识和测试技术的方法和技巧,注重内容的针对性和实用性。全书共分15章。前6章以电阻应变电测法为主线,介绍测试技术的基本理论及方法,如信号的描述、测试装置的基本特性、电阻应变片、测量电桥、电阻应变仪及记录仪器等。7~15章着重介绍测试技术的应用,如常用的传感器、力能参数、运动参数、机械振动参数、电参数测量及测量误差分析与数据处理等。

本书在编写过程中,得到兄弟学校的大力支持。参加本书审稿的有天津大学冶金分校孙钦彦副教授(审绪论、第1、2、13、14、15章),重庆钢铁高等专科学校郑公福高级工程师(审第6、8、9、10、11、12章),沈阳黄金学院王明赞讲师(审第3、4、5、7章)。承蒙审阅的各位老师对本书认真审阅并提出很多修改意见,对此表示衷心感谢。

由于编者水平有限,在内容的取舍和叙述方法上难免有不足之处,恳请读者批评指正。

编 者

1992.5

目 录

绪论	1
1 信号的描述	3
1.1 信号的分类	3
1.2 动态信号的时域描述	5
1.3 动态信号的频域描述	8
2 测试装置的基本特性	15
2.1 测试装置的静态特性	15
2.2 测试装置的动态特性	16
2.3 测试装置在典型输入下的动态响应	24
2.4 实现不失真测试的条件	27
3 电阻应变片	29
3.1 电阻应变片的结构及工作原理	29
3.2 电阻应变片的工作特性	32
3.3 电阻应变片的种类和选用	34
3.4 电阻应变片的粘贴及防护	37
4 测量电桥	43
4.1 直流电桥	43
4.2 交流电桥	45
4.3 电桥特性	48
4.4 电桥的平衡装置	53
4.5 桥臂应变片的串联、并联	55
5 电阻应变仪	59
5.1 电阻应变仪的组成及工作原理	61
5.2 电阻应变仪的调制与解调	63
5.3 电阻应变仪的使用	68
6 记录仪器	73
6.1 光线示波器	73
6.2 磁带记录器	84
6.3 函数记录器	89
7 零件应力的测量	91
7.1 主应力方向已知时的应力测量	91
7.2 主应力方向未知时的应力测量	101
8 轧制力及传动扭矩的测量	105
8.1 轧制力的测量	105
8.2 传动扭矩的测量	117

9 其它力参数的测量	126
9.1 流体压力的测量	126
9.2 挠性件张力的测量	131
9.3 轧机工作机座刚度的测量	133
10 常用的传感器	137
10.1 电阻式传感器	137
10.2 电容式传感器	138
10.3 电感式传感器	142
10.4 压磁式传感器	146
10.5 压电式传感器	149
10.6 磁电式传感器	152
11 运动参数的测量	155
11.1 位移的测量	155
11.2 转速的测量	160
11.3 转速降的测量	163
12 机械振动的测量	165
12.1 概述	165
12.2 机械振动的基本理论知识	166
12.3 机械振动基本参数的常用测量方法	169
12.4 激振器和拾振器	174
13 电动机电参数的测量	178
13.1 直流电动机电参数的测量	178
13.2 交流电动机电参数的测量	182
14 测量误差分析与数据处理	191
14.1 误差的基本概念	191
14.2 系统误差	193
14.3 随机误差	195
14.4 可疑数据的舍弃	198
14.5 测量数据表示方法	199
15 现场测试中的一些问题	204
15.1 现场测试的组织工作	204
15.2 现场测试的抗干扰技术	206
参考文献	210

绪 论

随着生产和科学技术的发展,人们对原有的工业结构和组织结构进行改革,把当代的工业技术划分为物质技术、能源技术和信息技术。“机械工程测试技术”是信息技术的一部分,而今应用日益广泛,已成为促进机械设备和科学技术发展的重要手段。

机械工程技术中的研究对象往往十分复杂,有些问题至今还难以进行完善的理论分析和计算。例如,金属加工设备(轧机、剪切机、卷取机、锻压机及各种切削机床等)的工作,由于加工条件及金属塑性变形等因素较为复杂,迄今还缺乏较为成熟的理论方法来精确判断设备的真实工作载荷,有的理论计算公式与实际情况相差甚大。为此,必须依靠测试工作来解决实际应用中的问题。

机械工程测试技术的任务是利用现代的测试技术对所研究的设备进行检测,以便获得在各种工作状况下,主要零件的力学性能、机械的运动规律和动力传递规律,从而判断该设备的性能是否符合设计要求。同时为挖掘设备生产潜力、分析事故提供科学依据。通过对测试数据的分析处理,为科研人员验证现有理论和建立新理论、设计人员进行最佳设计、工艺人员改进合理工艺提供可靠依据。通过测试技术工作,便于实现自动化生产,生产过程中的机械参数经测试反馈后,能对生产设备进行自动调节和控制。

测试技术在工业、农业、国防和交通等各个生产和科研部门中,已作为揭示客观规律的技术手段而得到极其广泛的应用。生产技术、科研的发展和测试技术是互相渗透、互相促进的。没有现代化的测试技术,要发展国民经济是较困难的。因此,测试技术水平在一定程度上也标志着生产和科学技术的发展水平。

测试技术在各个学科领域中得到广泛应用,可用于各种工程的各种物理量的测量,就机械工程而言,测量的各种参数有:

- 1) 力学参数:表明机器工作负荷状况的参数,包括力、力矩、应力、压强等。
- 2) 运动参数:表明机械运动规律的参数,包括位移、速度、加速度等。
- 3) 电参数:表明机器工作负荷状况的参数,包括电流、电压、功率等。
- 4) 工艺参数:表明加工工艺条件的有关参数,如加工对象的加工量、温度、几何形状等。

测试技术的关键是信息的采集和信息的处理。信息的采集主要依靠各种类型的传感器及各种类型的测量仪器,信息的处理则依靠各类电子计算机。

在机械工程中,为了获得测试有用的信息,其测量方法是很多的,有机械测量法、光测法和电测法等。目前用得最多的是电测法,电测法属于无损检测技术,其优点是:

- 1) 大部分物理量都可以通过传感器转换成电量—电信号,因此,便于实现测量、记录和数据处理的自动化,便于利用电子计算机控制试验过程和分析试验结果。有利于实现自动化生产的过程控制,可将测量的数据送入伺服系统进行自动控制和自动调整。
- 2) 电信号可通过放大器将被测参数进行放大,因而具有测量精度高,响应速度快的特点,可测量极其微小的物理量。
- 3) 适用范围广。尤其是在恶劣环境下,如高温、高压、高速、具有放射性干扰等场

合, 可进行遥测。

4) 可作动态测量, 不仅可以测量低频稳定的动态变量, 亦可测量瞬时变量和随机变量。可实现在不影响生产的情况下进行测试工作。

5) 电测法所用设备结构较简单、费用低、使用方便易掌握。

工程技术中所涉及到的量可分为物理量、化学量等。而物理量又可分为电量和非电量。本书主要介绍非电量(机械量)电测法, 同时也适当介绍有关的电量测试方法。

非电量电测法是将机械量转换成电信号, 实现这种转换的装置称为传感器。转换后得到的电信号很微弱, 再经过电子仪器进行放大, 放大后的电信号通过记录器, 可得到被测参数的真实记录。图0-1为非电量电测法测试系统的基本原理。

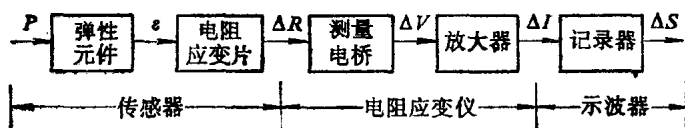


图 0-1 非电量电测法的基本原理

很明显, 测试工作是一个比较复杂的工作, 需要多种科学知识的综合运用。它需要了解信号的基本特性和分析方法; 正确选择各类传感器; 正确应用各种测试装置; 掌握测量误差分析及数据处理等知识。

非电量电测的方法很多, 如电阻应变法、电容法、电感法等。本书将着重结合电阻应变测量原理的应用, 分别介绍其测量系统的各个环节及其工程应用的基本知识。其它方法仅作一般的叙述。

设置本课程之目的是使学生通过测试技术的基础理论学习和实验, 培养学生能正确地选用测试装置并初步掌握进行动态测试的方法和技能, 为以后的生产实验和科学研究打下一定的基础。

本课程具有很强的实践性。只有在学习理论的同时加强实验, 才能掌握测试技术知识。通过实验使学生可获得动态测试工作的完整概念, 同时可得到实验能力的训练, 掌握测试方法和技巧。因为测试的成功与否, 不仅仅决定于对测试基本理论的掌握, 也决定于测试过程中的操作是否正确。因此, 学生必须参加必要的实验, 亲自实践, 理论联系实际。

1 信号的描述

在生产实践和科学实验中,测试信号的常用方法是将被测的信号通过测试装置使其转换成容易测量、记录和分析的电信号。因此,在进行测量之前,必须对被测信号有所估计,才能正确选配仪器,得到较正确的测量结果。

1.1 信号的分类

信号是反映被测系统的状态及特性,研究信号的内在规律,可对被测系统的相互关系有所充分认识;为进一步合理设计机械设备、挖掘设备潜力、改进工艺提供科学依据。信号可分为静态信号和动态信号两种。

1.1.1 静态信号

静态信号是指不随时间变化或变化极缓慢的信号。静态信号在各瞬时的幅值是稳定不变的,因此,只需了解信号这一稳定不变的幅值,即可掌握信号本身的实质。显然,一个静态不变的信号是很容易测量的,只要在被测端接上某种形式的显示仪表,由仪表指针可直接反映信号的幅值。静态信号可以用数学关系式或图表来表示之。

1.1.2 动态信号

动态信号的瞬时幅值是随时间变化的。对于动态信号的测量,要求测量装置具有足够的响应速度。测量装置的输出信号要不失真地反映输入信号的原貌,所获得的动态输出信号,应能充分表示其瞬时势态。

动态信号可分为确定性信号和非确定性信号(随机信号)两种。

1.1.2.1 确定性信号

确定性信号的特点是信号的波形随时间重复变化,确定性信号可以用数学关系式或图表来明确描述其随时间的变化关系。确定性信号又可分为周期信号和非周期信号(瞬变信号)。

A 周期信号

周期信号的幅值随时间作周期性重复变化,即周期信号是按一定的间隔时间 T (周期)不断重复的信号,可用数学关系式表示:

$$x(t) = x(t \pm nT) \quad (1-1)$$

式中 $x(t)$ ——信号的瞬时幅值。它可以是力、位移、速度、电流……,或者是其他物理量的瞬时值;

t ——时间;

T ——周期;

$n=1, 2, 3, \dots$ 。

在机械设备参数测试中,属于周期性信号较多。如图1-1所示,为单自由度的振动系统,作无阻尼的自由振动,信号 $x(t)$ 为周期信号。数学表达式为:

$$x(t) = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi_0\right)$$

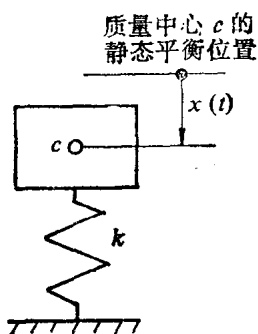


图 1-1 单自由度振动系统

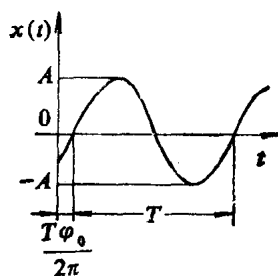


图 1-2 正弦信号

式中 x_0 、 φ_0 ——取决于初始条件的常数；

m ——质量；

k ——弹簧刚度常数；

t ——时间。

周期信号有很多表示形式，如周期性方波、锯齿波（三角波）……等。在周期信号中最简单的是正弦信号（图1-2），如50Hz的交流电压就是周期性稳态信号。数学表达式为：

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t - \varphi_0) = A \sin(2\pi f_0 t - \varphi_0) \quad (1-2)$$

式中 A ——最大幅值；

ω_0 ——角频率， $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ ；

f_0 ——频率， $f_0 = \frac{1}{T}$ ；

φ_0 ——初相角。

B 非周期性信号（瞬变信号）

瞬变信号是确定性非周期性信号（图1-3c）。当周期信号 $x(t)$ 的周期 T 趋于无穷大时，则该信号就演变成为非周期信号，参见图1-3。诸如由机械冲击、碰撞、爆炸等信号，均为瞬变信号。这些信号是短暂的，可在几毫秒内完成，有的甚至在几微秒中完成。测量瞬时的波形信号，要求测量装置具有足够的响应速度。瞬变信号也可用数学关系式表示。

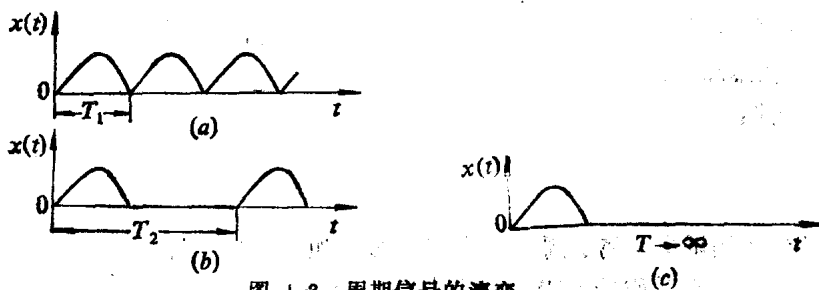


图 1-3 周期信号的演变

a—周期为 T_1 的信号；b—周期为 T_2 的信号；c—瞬变信号（ $T \rightarrow \infty$ ）

1.1.2.2 随机信号

随机信号是非确定性信号,不能用确定的数学关系式来表达,不可能预测某一瞬时的幅值。对于随机信号来说,某一瞬时的幅值是没有规律性的,但随机信号幅值的变化是符合统计规律的,因此,描述随机信号必须用概率和统计的方法。

对于一个随机样本进行长时间观察,可得到按时间历程所作的每次测量记录,此为样本函数(简称样本),样本函数用 $x_i(t)$ 表示(图1-4), i 为测量次数($i=1, 2, 3, \dots$)。

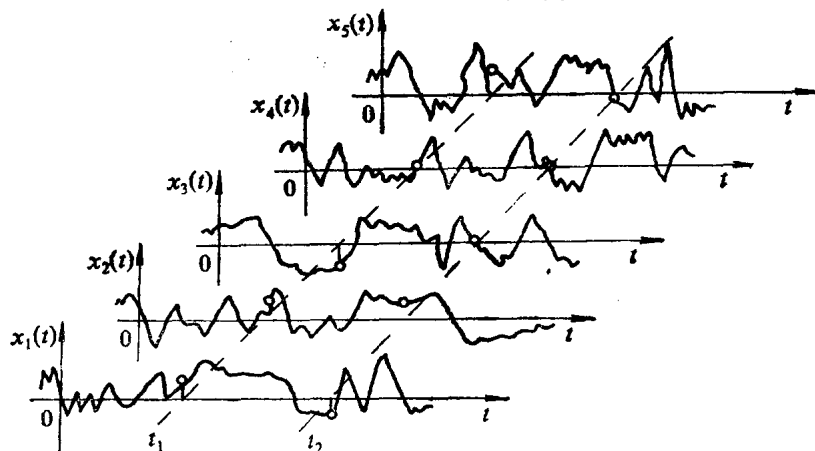


图 1-4 随机过程与样本

在测量过程中,理应样本的测量时间为无穷大,实际测量时是不可能办到的,仅在有限时间区间内所取的记录作为样本。所谓随机过程,即在同一试验条件下,有足够多的样本数量(理论上应为无穷多个),各样本的集合就是随机过程。

随机过程有平稳随机过程和非平稳随机过程之分。平稳随机过程是指其统计特征参数不随时间的变化而改变,否则为非平稳随机过程。在平稳随机过程中,其集合的统计特性与任何一个样本统计特性相同,可以用单个样本来描述这个随机过程,这种平稳随机过程也称为各态历过程。

工程技术上遇到的很多随机信号,只要工况稳定、环境稳定,大多数都可以看作是平稳随机过程。这对于实际测试工作带来了不少方便,只要测得一个或数个样本,就可借此推断整个随机过程。例如,厂方生产的许多同型号、同规格的减速机,要测试该减速机的机械效率是否具有一定的随机性,必须服从平稳随机过程的统计规律。可以抽样若干台符合出厂合格证的减速机,在足够长的时间内进行机械效率的测试,来推断整个同型号、同规格减速机的机械效率。

随机过程的幅值有各种平均值:均值、方差、均方值和均方根值。各种平均值可按集合平均或时间平均来计算。集合平均:即在同一个某时刻 t_i 对所有样本函数的幅值取平均值。时间平均:即在单个样本函数的时间历程进行平均计算。在测试工作中,通常也可以用时间平均来估计集合平均。平稳随机信号的主要特征参数,除平均值以外,还有概率密度函数、自相关函数和功率谱密度函数等参数。

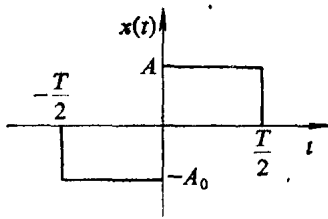
1.2 动态信号的时域描述

1.2.1 概述

动态信号的幅值是随时间而变化,即在时间坐标上,以时间 t 为自变量,瞬时幅值 $x(t)$

为因变量,称为动态信号的时域描述,该动态信号也可称为时域信号。动态信号的时域描述只能反映信号的幅值随时间变化的特征。本节仅以动态周期信号加以叙述。

图1-5为动态周期方波信号,该信号的幅值是按一定的周期 T 不断重复变化的,方波是一个确定性动态信号,可以用数学关系式表示,在一个周期中的表达式为,



$$x(t) = \begin{cases} -A_0 & -\frac{T}{2} \leq t \leq 0 \\ A_0 & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases} \quad (1-3)$$

图 1-5 方波信号

1.2.2 周期信号的强度

周期信号的幅值可以用峰值、均值、有效值和均方值以及方差值来表示,上述各种幅值的表达形式均表示信号的强度。

1.2.2.1 峰值

峰值 $x_{m.s.}$ 是指信号可能出现的最大瞬时幅值。例如图1-6所示的正弦信号,其峰值等于 A 。

测试之前对被测信号的峰值要有所估计,以便确定测试装置的动态范围与被测信号的变化范围相适应,以防信号的峰顶产生削波现象,真实反映被测信号的最大值。

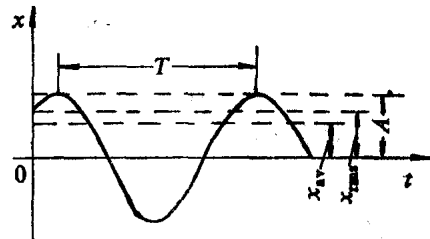


图 1-6 周期信号的强度表示

1.2.2.2 均值

均值 x_{av} 是动态信号在整个时域的积分平均。对于动态周期信号,即动态信号 $x(t)$ 在周期 T 内的积分平均,均值 x_{av} 为:

$$x_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1-4)$$

均值表达了动态信号变化的中心趋势,可以看为是动态信号的直流分量(常值分量)。

将动态周期信号 $x(t)$ 的绝对值在 T 周期内积分平均,便得到绝对均值 $|x|_{av}$ (绝对均值表达信号的强度)。其数学表达式为:

$$|x|_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt \quad (1-5)$$

1.2.2.3 有效值和均方值

描述信号的强度,常用有效值表达,有效值即是信号的均方根值 x_{rms} ,即:

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (1-6)$$

有效值的平方,即是均方值 p_{av} ,公式为:

$$p_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (1-7)$$

从物理意义分析,有效值是反映信号功率的大小,均方值表示信号的平均功率,

1.2.2.4 方差

方差 σ_x^2 是信号 $x(t)$ 相对于其均值变化的均方值，即

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - x_{av}]^2 dt \quad (1-8)$$

方差描述了信号各瞬时幅值相对于其均值（直流分量）的波动程度（图1-7），通过方差计算可以知道信号的交流分量。当信号的均值为零时，方差就是信号的均方值。因此，方差可视为信号波动分量的强度。

表1-1列举几种典型周期信号表达各值之间的数量关系。从表中可见，信号的峰值、均值、绝对均值、有效值、方差值之间的关系，各种值与波形是有关的。

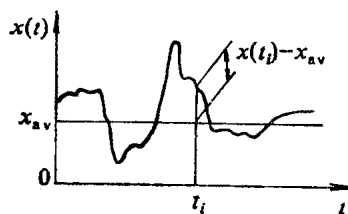


图 1-7 动态信号的直流分量和交流分量

表 1-1 几种典型周期信号的强度

名 称	波 形 图	x_{max}	x_{av}	$ x _{av}$	x_{rms}	σ_x^2
正弦波		A	0	$\frac{2A}{\pi}$	$\frac{A}{\sqrt{2}}$	$\frac{A^2}{2}$
方 波		A	0	A	A	A^2
三 角 波		A	0	$\frac{A}{2}$	$\frac{A}{\sqrt{3}}$	$\frac{A^2}{3}$
锯齿波		A	$\frac{A}{2}$	$\frac{A}{2}$	$\frac{A}{\sqrt{3}}$	$\frac{A^2}{3}$

信号中的峰值 x_{max} 、绝对均值 $|x|_{av}$ 和有效值 x_{rms} 可用测量仪器来测量，根据需要选用电工仪表或示波器进行测量。

1.3 动态信号的频域描述

动态信号的时域描述只能反映信号的幅值随时间变化的特征,而不能明确反映信号的频率组成部分。为了研究信号的频率结构和各频率成分的幅值大小,应对动态信号进行频谱分析,把时域信号通过分析转换成频域信号,即对动态信号作频域描述。因此,同一个动态信号,可用时域描述(时域信号),也可用频域描述(频域信号)。

时域信号是指动态信号的坐标图中,横坐标为时间 t ,而幅值是随时间 t 而变化的。频域描述的横坐标则为频率 f (或角频率 ω),幅值(或相位)是随频率 f 而变化。所谓频谱分析,就指的是从时域动态信号中求出它的频谱,即,幅频谱和相频谱。

实践证明,在机械设备中,幅值相同、但频率不同的动态信号对机械零部件的影响是不一样的。测试装置对频率不同的信号也有不同的响应。因此,对动态信号不但要研究时域描述,更重要的要研究频域描述。

1.3.1 周期信号的幅频谱和相频谱

周期信号的频谱分析计算,是以傅里叶级数作基础,对于时域周期信号 $x(t)$ (实函数),一般均可用傅里叶级数计算。

1.3.1.1 傅里叶级数的三角函数展开式

傅里叶级数的三角函数展开式,即

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (1-9)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{式中 } a_0 &\text{——常值(直流)分量} & a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \\ a_n &\text{——余弦分量的幅值} & a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos n\omega_0 t dt \\ b_n &\text{——正弦分量的幅值} & b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin n\omega_0 t dt \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

T ——信号 $x(t)$ 的周期,

ω_0 ——基波角频率,简称基频, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$,

$n=1, 2, 3, \dots$ 。

将式(1-9)整理后改变成另一个形式,可写成,

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (1-11)$$

式中 A_n ——幅值,为角频率 $n\omega_0$ 的函数,

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (1-12)$$

φ_n ——初相角,为角频率 $n\omega_0$ 的函数。

$$\varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n} \quad (1-13)$$

从式(1-9)中可知,时域周期信号是由一个直流分量、一个基波(正弦波)和谐波

(正弦波) 叠加而成。其直流分量为 a_0 ，各次谐波的频率是基波频率 ω_0 的整倍数。以角频率 ω 为横坐标，幅值 A 或相角 φ 为纵坐标所作的图称为频谱图 (见图 1-8)， $A(\omega)$ 图称为幅频谱， $\varphi(\omega)$ 图称为相频谱。因为 $n\omega_0$ 是离散的，所以周期信号的幅频谱和相频谱是离散型的，表示信号各频率成分的谱线是不连续的。

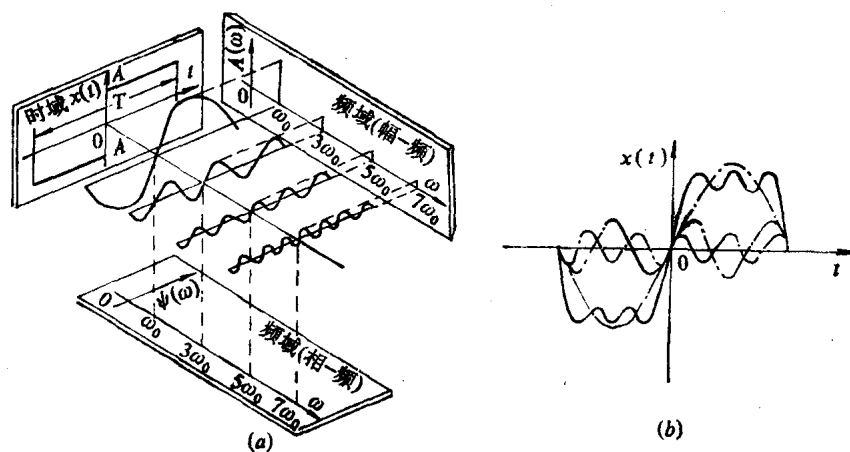


图 1-8 周期方波的描述

a—时域、频域描述；b—1、3、5、7次谐波叠加图形

例如，有一周期性方波信号，其时域描述的波形如图1-5所示，数学表达式为：

$$x(t) = \begin{cases} -A_0 & -\frac{T}{2} \leq t \leq 0 \\ A_0 & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases}$$

求该信号的频谱图。

解 按傅里叶三角函数式计算，得常值分量：

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = 0$$

余弦分量的幅值：

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos n\omega_0 t dt = 0$$

正弦分量的幅值：

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin n\omega_0 t dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} A_0 \sin \frac{2n\pi}{T} t dt \\ &= \frac{4A_0}{n\pi} \sin^2 \frac{n\pi}{2} = \begin{cases} \frac{4A_0}{n\pi}, & n=1, 3, 5, \dots \\ 0, & n=2, 4, 6, \dots \end{cases} \end{aligned}$$

将求得的 a_0 、 a_n 、 b_n 代入式 (1-9)，得：

$$x(t) = \frac{4A_0}{\pi} \left(\sin\omega_0 t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_0 t + \dots \right) \quad (1-14)$$

上式表示, 周期方波的时域信号 $x(t)$, 通过傅里叶三角函数转换成反映频率结构的频域信号的数学式。

由式 (1-12), 可得幅频谱 $A(\omega)$, 为:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \sqrt{b_n^2} = \frac{4A_0}{n\pi}, \quad n=1, 3, 5, \dots$$

即
$$A(\omega) = \frac{4A_0}{n\pi}, \quad n=1, 3, 5, \dots$$

由式 (1-13), 可得相频谱 $\varphi(\omega)$, 为

$$\varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n} = \arctg \frac{0}{b_n} = 0$$

即 $\varphi(\omega) = 0$

周期方波的时域信号经过傅里叶级数展开后, 得到频域信号, 其幅频谱和相频谱, 由图1-8和1-9所示。

由以上分析可知, 周期信号的频谱特性是:

- 1) 频谱是离散的。
- 2) 每条谱线只出现在基波频率的整倍数上。
- 3) 谐波幅值是随谐波频率的增加而减小, 谐波的幅值与频率是成反比的。

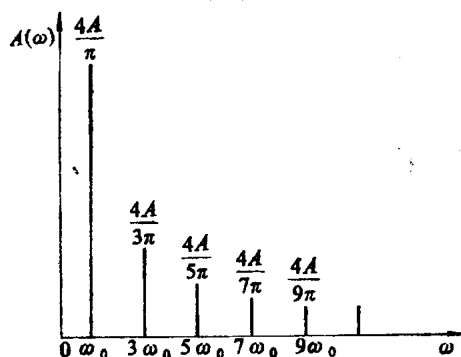


图 1-9 周期方波的幅频图

在机械工程测试工作时, 对于周期信号来说, 主要是测量基频附近成分的较大幅值部分, 可忽略频率过高的谐波分量。因此, 测量时可使用通频带较窄的仪器, 捕捉被测信号的有用频率成分的幅值, 这样虽然有些高频谐波分量被漏掉, 但可避免把不必要的干扰信号(噪声)带入, 反而对测量有利。

1.3.1.2 傅里叶级数的复指数函数展开式

傅里叶级数的展开式, 对于周期信号可写

成三角函数式, 也可写成复指数函数形式。

前面所述, 傅里叶级数的三角函数为:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$$

根据欧拉公式,

$$e^{\pm j\omega t} = \cos\omega t \pm j\sin\omega t \quad \left(\begin{array}{l} e(\text{无理数}) \approx 2.71828 \\ j = \sqrt{-1} \end{array} \right) \quad (1-15)$$

$$\cos\omega t = \frac{1}{2}(e^{-j\omega t} + e^{j\omega t}) \quad (1-16)$$

$$\sin \omega t = j \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}) \quad (1-17)$$

经过数学整理后, 可将周期信号的傅里叶三角函数式, 改写成为复指数形式, 即:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-18)$$

根据在复平面上旋转矢量的表示形式, 可将式 (1-18) 理解为: 周期信号 $x(t)$ 的频域信号是由无限个频率为 $n\omega_0$ 、幅值为 $|C_n|$ 的频率成分所组成。

式 (1-18) 中 C_n ——幅值, 为角频率 $n\omega_0$ 的函数

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (1-19)$$

公式 (1-19) 表示周期信号的幅值与频率的关系, 由此式可得幅频谱。

C_n 在一般情况下是用复数来表示, 可写成:

$$C_n = C_{nR} + jC_{nI} = |C_n| e^{j\varphi_n} \quad (1-20)$$

式中

$$C_n = \sqrt{C_{nR}^2 + C_{nI}^2} \quad (1-21)$$

$$\varphi_n = \arctg \frac{C_{nI}}{C_{nR}} \quad (1-22)$$

公式 (1-22) 即表示周期信号的相角与频率的关系, 由此可得相频谱。

1.3.2 非周期信号(瞬变信号)的幅值谱密度

瞬变信号即是周期信号 $x(t)$ 的周期 T 趋于无穷大时, 则该信号就演变成成为瞬变信号 (参见图1-3)。瞬变信号的频谱分析计算, 可用傅里叶变换计算。

1.3.2.1 傅里叶变换

设有一个周期信号 $x(t)$, 傅里叶级数表示为:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

因为

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

所以

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] e^{jn\omega_0 t} \quad (1-23)$$

当周期 T 趋于无穷大时, 即周期信号演变成成为瞬变信号, 其公式为:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] e^{jn\omega_0 t} \quad (1-24)$$

由于周期 $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, 当 $T \rightarrow \infty$ 时, $\Delta\omega \rightarrow 0$, 即 $\Delta\omega = d\omega$, $d\omega = \frac{2\pi}{T}$, $n\omega_0 \rightarrow$

ω , 表示相邻的谱线紧靠在一起, $n\omega_0$ 就变成成为连续变量 ω , 因此和式符号 Σ 就演变成积分符号 $\int$, 于是式 (1-24) 可写成:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t}$$