

Fuzzy

模糊数学
及其在
林业中的应用

● 袁嘉祖 冯晋臣 编著

模糊数学及其在 林业中的应用

袁嘉祖 冯晋臣 编著

中国林业出版社

模糊数学及其在林业中的应用

袁嘉祖 冯晋臣 编著

中国林业出版社出版 (北京西城区刘海胡同七号)
新华书店北京发行所发行 河北遵化人民印刷厂印刷

850×1168毫米32开本 10.5印张 265千字
1988年10月第1版 1988年10月第1次印刷
印数1—3,000册 定价: 3.70元
ISBN 7-5038-0122-0/S·0081

内 容 提 要

本书以通俗浅显的数学原理介绍模糊数学的基本概念、方法及其应用。内容包括模糊集的基本原理、模糊相似优先比、模式识别、聚类分析、综合评判、正交设计试验结果的模糊分析、模糊规划、模糊语言、决策、控制和概率,每一部分都给出了在林业中的应用实例和计算步骤。

本书可供具有中专以上文化程度的农、林科技工作者和在校学生阅读,也可作为讲习班教材。

前 言

当代生物科学正处在从定性描述向定量分析过渡的阶段。随着大量先进仪器及记录设备的使用,使观察和测试手段大为改进,逐渐积累了大量数据,特别是电子计算机的飞速发展和广泛应用,使许多复杂的生物学问题,有可能应用数学方法揭示其内在规律。所以,数量遗传、数量生理、数学生态、数值分类和生物数学等便应运而生。由于许多生物学现象都带有模糊性,比如,植物生长势的评定,土壤栽培条件适应性的综合评判,环境因子与病虫害发生量的关系,林木引种工作中环境相似性的确定,林产工业过程的系统控制等等,都是没有明确边界可以作为判定依据的模糊现象。

模糊数学是1965年美国控制论专家 L. A. Zadeh 创立的一门新的数学分支,它是研究和处理模糊现象的数学。

模糊数学引入我国仅有十多年历史。十几年来,其发展十分迅速,初步形成了一支理论和应用队伍,在很多领域中取得了显著成效,可以设想,模糊数学是实现林业科学定量化的途径之一,并在生产实际中会相应地产生经济效益,把模糊数学与林业科学相结合,可以互相促进,从而使科学向纵深发展。

随着我国四个现代化建设的发展,越来越多的同志要求了解和掌握模糊数学这一科学理论和方法。笔者在1981年曾编写过一本《模糊数学在林业中的应用》讲义,以后根据在全国十几处的讲学经验,并参照国内外的最新资料,几经修改成此书。

本书是从应用角度撰写的,主要特点是:系统性与针对性相结合,理论与实践相结合。在考虑系统理论的前提下,着重介绍基

本概念与计算方法，并通过应用实例，说明应用技巧和经验，从而使读者加深对有关理论和公式的理解和掌握。

对于抽象的数学概念，以及不同概念之间的区别与联系，力求以通俗易懂的文字，由浅入深，用大量例题说明其数学概念，避免枯燥烦琐的数学推导，使读者能较深刻地理解其思路，并能灵活应用。

由于笔者水平有限，缺点和错误之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

本书第一至十一章由袁嘉祖同志执笔，第十二、十三章由冯晋臣同志执笔。承蒙《模糊数学》杂志副主编、北京师范大学数学系汪培庄教授、北京林业大学数学教研室符伍儒教授分别审阅了本书部分初稿，并提出了许多宝贵意见，谨此一并致谢。

袁嘉祖

1986年11月

目 录

第一章 概论	1
§ 1-1 模糊数学产生的背景	1
§ 1-2 描述模糊现象的数学方法	6
§ 1-3 模糊数学在农林科学中的应用	7
第二章 经典集合及其运算	10
§ 2-1 集合的概念	10
§ 2-2 集合的表示法	11
§ 2-3 子集、空集、全集、幂集的表示法	12
§ 2-4 集合的运算	14
§ 2-5 欧拉图	17
§ 2-6 集合运算的性质	17
§ 2-7 直积集合	19
§ 2-8 普通关系	22
§ 2-9 映射	27
§ 2-10 特征函数	30
第三章 模糊集合及其运算	32
§ 3-1 模糊集合的概念	32
§ 3-2 隶属函数	33
§ 3-3 模糊集合的定义及其表示法	34
§ 3-4 模糊集合的运算	36
§ 3-5 模糊集合的代数运算	40
§ 3-6 模糊集合与普通集合的相互转化	42
§ 3-7 几种常见的模糊分布及隶属度的计算	45
§ 3-8 模糊关系	53
§ 3-9 模糊变换	56

§ 3-10 模糊矩阵及其运算	57
第四章 模糊相似优先比	68
§ 4-1 模糊相似优先比的基本原理	63
§ 4-2 油橄榄在中国引种区划	70
第五章 模糊模式识别	78
§ 5-1 模式识别的概念	78
§ 5-2 模糊模式识别的直接方法	79
§ 5-3 模糊模式识别的间接方法	82
第六章 模糊聚类分析	99
§ 6-1 基于等价关系模糊聚类分析	99
§ 6-2 直接模糊聚类分析	115
§ 6-3 最大树模糊聚类分析	124
§ 6-4 编网模糊聚类分析	130
§ 6-5 中心逐步修改模糊聚类分析	133
§ 6-6 ISODATA模糊聚类分析	137
第七章 模糊综合评判	147
§ 7-1 模糊综合评判的初始模型	147
§ 7-2 多层次模糊综合评判模型	155
§ 7-3 广义模糊运算下的综合评判模型	157
§ 7-4 模糊关系方程	162
第八章 模糊正交设计	169
§ 8-1 正交设计试验安排方法	169
§ 8-2 $L_9(3^4)$ 正交设计阳坡造林试验结果的模糊分析	170
第九章 模糊规划	176
§ 9-1 规划问题	176
§ 9-2 模糊规划	177
§ 9-3 模糊线性规划	185
第十章 模糊决策	207
§ 10-1 简单模糊决策	207
§ 10-2 多目标模糊决策	208
§ 10-3 多级模糊决策	210

§ 10-4 多准则模糊决策·····	219
第十一章 模糊语言 ·····	228
§ 11-1 形式语言与自然语言·····	228
§ 11-2 自然语言的集合描述·····	229
§ 11-3 判断句·····	235
§ 11-4 推理句·····	239
§ 11-5 似然推理句·····	240
§ 11-6 条件语句·····	242
§ 11-7 多段条件语句·····	244
§ 11-8 模糊算法语言·····	245
第十二章 模糊控制系统 ·····	246
§ 12-1 控制论概述·····	246
§ 12-2 系统的概念·····	249
§ 12-3 控制系统·····	257
§ 12-4 模糊控制·····	260
第十三章 模糊概率 ·····	296
§ 13-1 随机性与模糊性·····	296
§ 13-2 概率场·····	298
§ 13-3 模糊事件的概率·····	305
§ 13-4 事件的模糊概率·····	313
§ 13-5 模糊事件的语言概率·····	317
§ 13-6 模糊概率应用实例·····	319
主要参考文献 ·····	325

第一章

概 论

§ 1-1 模糊数学产生的背景

数学的发展是由常量数学、变量数学发展到现代数学。也有人把数学的发展划分为精确数学、统计数学和模糊数学三个时期。现代的数学已不是一个单纯进行数值演算或几何量度的科学，而是已经成为开始探讨和研究来自工程技术、人类社会现象和思维活动过程中的数量关系和空间形式的科学。

模糊数学是运用数学方法来研究和处理客观世界中模糊现象的数学。它是一个新兴的数学分支。1965年诞生于美国，到现在仅有二十几年的历史，由于它是从事科学研究工作重要的数学工具，所以在国内外已被广泛传播和应用。

所谓“模糊”一词是译自英文“Fuzzy”，据词典解释为“不分明”、“模糊的”、“边界不清的”等意思，一般文献上都译为“模糊的”，所以叫“模糊数学”。有人用译音，称“弗晰数学”或“弗齐数学”。

科学的任务是认识世界和改造世界，以便更好的为人类服务。随着科学的发展，人类对自然界和社会的认识逐渐深化，一些本来明确的问题出现了过渡形态，愈来愈多的带有不确定的事物需要人们去认识和处理。在不确定的事物中，一类是带有随机性的，如同样栽培条件的林木生长状况各不相同；又如铜板的正面与反面的事件本身很明确，每次掷出去出现正面或反面的随机性不明

确，但通过大量试验统计，可以知道事件出现的频率总是围绕着某一个数值上下摆动，这个数值称为该事件的概率。这种频率稳定性的精确描述，就是统计学中的大数定律。统计学的基础是概率论，运用概率论处理随机事件被公认为是行之有效的。另一类是带有模糊性，这类事物的发生与否没有截然分明的界限。如“明年发大水的可能性很大”。“发大水”表示事物本身不明确，“可能性很大”表示判断也不明确。

由于生物科学具有复杂性、多样性、灵活性和模糊性，现有的数学不易打进去，也很难揭示生物学内在的变化规律。但是，随着科学的发展和深化，不断要求各门学科数量化和精确化。然而，科学的深化，意味着精确性的提高和研究对象的复杂化，而复杂的东西往往又难以精确，也就是说，越想精确，越有模糊。譬如，研究的课题考虑的因子越多时，其复杂性将会增加，精确的可能性将会减小，因此复杂性将伴随着模糊性。但是，如果只是在低维空间上来观察事物，这时即使事物本身很明确，也会变得模糊。例如，马尾松毛虫来年发生量的预报，不仅取决于当年一些气象因素、天敌消长情况、防治措施，而且还与来年发生时的一些实时因素有关，而作为预报，当然无法将来年的实时因素考虑在内，甚至连当年的天敌作用、防治效果等因素，也难以精确统计，因此预报就会带有模糊性。这也是产生其模糊性的原因之一。复杂性还意味着深度的延长，一个过程或一个系统要用成千上百个微分方程来描述时，模糊性影响将会积累，从而使模糊性变得不可忽视。例如，地球资源卫星照片是空间遥感这个复杂系统的信息输出，它带着该系统每个环节模糊性的烙印，这是产生模糊性的另一种原因。

模糊性 (Fuzziness) 这一概念没有精确的定义，只能对它进行描述。除了随机性外，还要区别它与“模棱两可”概念的不同。“模棱两可”是指所说的对象可以隶属于若干类别之一，但究竟归于哪一类不作肯定。而我们所说的模糊性是指客观事物在差异的

中介过渡时所呈现的“亦此亦彼性”，或者说，是指某一类对象缺乏明确的边界，从而不同对象之间的区别也就没有截然分明的界限。例如，稠密的森林，高大的山脉等事物，这里的稠密与稀疏，高大与矮小的界限是模糊的。拉吉特 (Ragade)、吴望名等人曾列举出下列一些模糊性概念的例子：

闹与静、冷与热、好与坏、黑与白、厚与薄、快与慢、大与小、轻与重、高与低、空与满、美与丑、锐与钝、稀与稠、贵与贱、清与浊、幼与长、亲与疏、松与紧、强与弱、卑与亢、软与硬、平滑与粗糙、开放与封闭、镇静与烦躁、虚伪与诚实等等。

虽然模糊性事物没有绝对的界限，但它还是有相对的标准，相对的合理性，总不会有人把雪说成是黑的。但是模糊性中又允许多主观性，因为对模糊事物各人心目中的界限是不同的，什么样人算是高个子，每人看法不一样，所以承认一定的主观性是模糊性的一个特点。然而人们心中的界限又形成一定的分布和规律，在模糊数学中反映了这样的分布规律，因而它又是客观的，模糊性正是这种主观与客观统一的反映。

在量子力学中有所谓“测不准原理”，也可以说，在研究模糊性问题中也有一个“测不尽原理”，这就是模糊性分析不尽，测不完。模糊集概念中是用隶属度来刻画模糊性的，这比“非此则彼”经典集合论中的两分法是进了一步，但它也是对模糊性刻画的一种近似。后来出现的二型模糊集、模糊集的模糊集(Fuzzy Fuzzy sets)以及格模糊集等概念，都是为了进一步刻画模糊性，但仍然是近似的，用精确的、定量的数学概念来刻画模糊事物，这种局限性是不可避免的。

模糊数学的产生与系统科学的形成和发展密切相关。随着科学技术的发展，为了达到精确目的，人们开始广泛使用电子计算机，这就需要不断提高电子计算机的智力，使它能够模拟人脑的思维去处理各种复杂事物。1930年英国剑桥大学教授C. Babbage曾提出机器存储、处理和控制信息，并且设计了图纸，但限于当

时的条件，没有制造出来。1936年英国的数理逻辑专家A.Turing观察了计算员的工作后，总结出机器瞬时描述的指令概念，奠定了计算机的理论基础。1946年美国有了第一台手编程序的电子计算机。同时出现了控制论、系统工程及一般理论。1950年A.Turing在“计算机智力”一文中预言：“我相信在本世纪末，……人们可以自由地谈论机器的思维”。并且给出了机器思维的准则。三十年来，计算机经历了四代变化，即电子管、晶体管、小规模集成电路、大规模集成电路。计算机不仅是快速计算的工具，而且具有记忆、推理和接受处理信息的能力，初步具备了智能的本领。根据这个准则，我们就可以来判断计算机的智力。计算机创造了很多奇迹，已代替人做了一些人所做不到的事情，特别是1976年K.Appel等用计算机解决了有名的难题——四色问题后，大大提高了计算机的声誉。为了进一步提高计算机的自动化程度及其灵活性，人们开始研究人脑与电脑的同异。到1960年，电子计算机形成了一门科学。经过多年的应用，发现电子计算机存在着智力发展障碍，为了解决这个问题，出现了“人工智能学”，专门研究如何能使机器更好地模拟人的思维活动。所谓“智能发展障碍”，就是电子计算机还不能完全代替人的智能进行思维活动。人很容易做到的事情，电子计算机却难于做到。例如，我们看电视总要把图象和声音调的清楚一些，这是大脑指挥手的一个操作过程，其指令是稍微往前或往后调一点点，直到图象清晰和声音满意为止。若让计算机来进行这项工作，照此给机器汇编程序，会遇到语言上的困难，因为“满意”和“清晰”是个模糊概念，从而不能被普通的程度语言所接纳。同样，象各种植物生长、发育和产量的形成，除了生物学特性外，还与自然条件之间有着复杂的生理生态关系，其规律更加复杂而模糊，要想把计算机伸入，这个程序语言就更难汇编。总之，要想在模糊中作出决策，不确定中求得确定，对于电子计算机来说是很难办得到的。

因为电子计算机只能依赖人的精确指令（手编程序）来工作，

这种手编程序是由0、1组成的二进制数字代码，才能使人和机器进行联系。例如，要机器进行一次加法，就要用1011011000000000指令，称为机器指令，指令的集合，称为机器语言(Machine language)，由于人工手编程序太慢，一个大的程序（如人造卫星运行轨道）需要编几年，而且容易发生错误，后来改用形式语言（又称算法语言）来编制程序，叫做源程序，如用“ADD”或“+”符号输入，表示指令机器进行一次加法，经过机器内部的编译系统就自动翻译成{0, 1}的机器指令，叫做目标程序，然后计算机工作，得到计算结果。目前计算机上常用的形式语言有十几种，如BASIC、FORTRAN、ALGOL、COBOL、PL/I等等，这些语言像八股文那样死板，其特点是没有二义性，也没有模糊性。像阿拉伯字母中的0和英文字母中的O，以及大概、可能、稍微等词在计算机上都不能识别和判断。语言是交换信息的工具，计算机不能用自然语言，只能用形式语言，这样就不能完全代替人脑的思维活动，这是计算机的一个缺点和障碍。

电子计算机另一个缺点和障碍是它没有言证、平行性、整体性和联想性，没有人的形式逻辑推论。如晴天必暖和，计算机就没有这种联想性。

综上所述，电子计算机智能发展的主要障碍是在于用现有数学所建立的数学模型所编制的程序还不能完全真实地反映人脑的思维活动。我们知道，人的思维具有两方面特征：其一，是直觉和严格性的有机结合，可以进行整体性、平行性思考的模糊性思维；其二，是推理过程，它是具有逻辑和顺序特点的形式化思维。

关于形式化思维，可以用数理逻辑的方法把它数学化，从而用形式语言把它编成程序让计算机去做，但是具有模糊性机理过程的人脑大量思维活动，形式语言根本不能描述。因此就必须寻找新的途径来解决这个问题，这就是要对数学进行本质上的改造。

从生产力很低的人类社会初期到生产力较高的商品交换时

期，人类应用数学工具，对世界的认识，从模糊到精确是一个飞跃。当时，模糊作为精确的对立面，代表落后的生产力。精确的数学计算在许多场合是必需的。然而，当我们要求计算机具有人脑功能的时候，精确这个长处在某种程度上反而成了短处。相反地，具有一定程度的模糊性倒是需要的。所以通过一定的数学方法，让计算机吸取人脑识别与判决的优点，使其高效率地处理模糊系统，这正是模糊数学产生的主要背景。模糊数学的诞生是系统科学发展的必然产物。

§ 1-2 描述模糊现象的数学方法

1892年，德国数学家G.康托尔（Cantor）提出了集合概念，他是这样描述集合的，把一些明确的、彼此有区别的、具体的或想像中抽象的东西作为一个整体，便叫做集合。或者说，凡是具有某种特定性质对象的总体 $\{x\}$ 称为集合。例如，自然数的全体，直线上的所有点等都可以构成集合。在任一集合与组成这一集合的元素之间，元素要么属于这一集合，要么不属于这一集合，绝对不许模棱两可。但是，在现实生活中，有许多东西属于中间状态。例如，原生动物门的绿眼虫，从该虫具有鞭毛、眼点以及刺激反应、摄食、生长和繁殖等来看，很像动物，但从它能通过体内的绿色体直接进行光合作用制造有机物质来看，又像是植物。又如，在植物分类学中，1960年Bor在研究印缅禾本科分类时，就将九种植物同时分在芒属（*Erianthus*）和甘蔗属（*Saccharum*）两个不同的属之中。这种重叠分类原则，已超过了经典分类学范围。这种中间状态是属于模糊状态。这些边界不清晰的集合就是模糊集合，人们称它为软集合，与此相应的边界清晰的集合，称为硬集合。于是便对数学工作者提出了一个问题，就是能否将绝对的“是”与“非”变成更加灵活的东西，在适当的限度上去相对地划分“是”与“非”。

1965年,美国加利福尼亚大学教授L.A.查德(Zadeh)所发表的模糊集(Fuzzy sets)论文,标志着模糊数学的诞生,他提出描述模糊事物新的数学方法,就是把隶属关系进一步数量化,他推广了经典集合概念,使元素与集合之间非0则1的绝对隶属关系,变为可取从0到1之间任何实数的相对隶属关系,或者说,某个元素并不是一定属于或一定不属于某一集合,而是可以在不同程度上属于某一集合,这就是绝对的“是”与“非”变成相对的“是”与“非”。元素 x 属于集合 A 的程度 μ 称为隶属度(Member-ship grade),可以用相应的隶属函数(Member-ship function) $\mu_A(x)$ 来表示,取值于0到1的闭区间之中。例如,55岁的人 x 属于年老集合 A 的程度 $\mu_A(x)=0.55$,我们说这个人属于年老的同时,还有0.45非老的因素。若 $\mu_A(x)$ 等于1或0,表示 x 完全属于或完全不属于模糊子集 A 。显然,普通集合可以看作是模糊集合的特例,而模糊集合是普通集合的自然推广。这样一改,就比较符合实际,因为精确是相对的,在很多情况下,必须用到“大概”、“差不多”等概念。

经典集合只取 $\{0, 1\}$,与二值逻辑相对应,而模糊集合可取 $[0, 1]$ 上任何实数,与连续逻辑相对应。这样推广之后,模糊集合成为刻画模糊性的一种数学方法,给其他一些学科提供了新的语言和工具,并能使电子计算机仿效人脑对复杂系统进行识别和判断,提高自动化水平。

§ 1-3 模糊数学在农林科学中的应用

人类的认识史和科学史已进入到一个新的时期,这就是从以分析确定性研究为主的时期,进入到以整体性为主的具体的、不确定性的研究时期。一些学者把研究确切性对象称为硬科学,把研究不确切对象称为软科学。日常生活和科学研究中,人们所接触和处理的对象,大多数是属于不确切性的。

随着社会发展的需要,自从模糊数学诞生以来,无论在理论上或应用方面都有很大的发展,在很多领域中取得了一定的成效和经济效益。

几年来,模糊数学在农林科学中应用于下列几方面:

1. 模糊聚类分析 它主要是根据环境因子对作物的影响,用数学方法确定样品间的亲疏关系,按照亲疏程度进行分型划类,作出作物的合理布局。因此已广泛用于农业气候区划、林木气候区划、立地类型区划、作物种植范围区划、病虫害生态地理类型区划和作物产量预报之中。通过区划,对改变种植制度和管理措施、调整农业结构和作物品种布局提供了依据,并在农业经济效益中初见成效。

2. 模糊综合评判 它是考虑了与被评判事物的各个因子后,对事物作出总的评价。从目前应用范围看,大致有下列三个方面:

(1) 种植适应度的综合评判 如对我国华南地区种植橡胶树适应度的综合评判结果,与实际生产现状相符合。通过对江西山区土壤障碍条件引起杉木黄化病的综合评判,证明此法的类型判别率可达到94.4%。

(2) 农业生产技术方案的选择 通过对广西早稻产量农业技术方案所作的综合预估与决策,证明此法比经典的综合评分法精确。

(3) 作物产量与病虫害发生程度的预估。

3. 模糊模式识别 它是把已知典型样品作为模型,建立模糊数学模式,然后利用这一数学模式来判别新样品属于哪个已知类型。目前已应用于农业天气预报,空间遥感土地覆盖分类、森林立地类型识别,并应用贴近度和择近原则作引种区划,都取得了较好的效果。

4. 模糊相似优先比 它是以成对的样品与一个固定样品同时作比较,以确定哪一个样品与固定样品最先相似。笔者曾用此法作了地中海油橄榄在中国的引种区划,计算结果与我国生产现