

高等学校教学用书

振动与波

第二册

Г. С. 高列力克著

高等教育出版社

53.5
0014
2.

高等学校教学用书



振 动 与 波

第二册

Г. С. 高列力克著
馮秉銓 顧德仁 張世箕等譯

高等教育出版社

A horizontal line composed of many small dots, spanning the width of the page.

本書系根据苏联国立技术理論書籍出版社 (Гостехиздат) 出版的高列力克 (Г. С. Горелик) 著“振动与波”(Колебания и волны) 1950 年版譯出。原書系根据著者在苏联国立高尔基大学对物理系学生的講稿編写而成,可用作物理、应用物理、無綫电工学各專業的教学参考書。

本書中文譯本分兩册出版:第一册包括振动的一般概念,綫性及非綫性振动系統,波的一般理論和概念,彈性波;第二册包括电磁波,輻射器,波的繞射,統計現象及波譜分解。

参与本書翻譯及校閱工作者为馮秉鈺、顧德仁、張世箕、李华鍾及苏銳聖、梁恒心、馮志超、李文江、李豪鈞、黃卓璇、周振星、李如祥、林文忠、叶凌云、区淑霞、赵世等。馮秉鈺教授作了全書的校訂工作,高兆蘭教授参与了第七、九兩章的校訂工作。

振 动 与 波

第 二 册

Г. С. 高列力克著

馮秉鈺 顧德仁 張世箕等譯

高等教育出版社出版 北京琉璃廠 170 号

(北京市書刊出版業營業許可證出字第 054 号)

上海市印刷四廠印刷 新华書店总經售

統一書号 13010·337 开本 787×1092 1/16 印張 176/8 字數 386,000 印數 1—2,300
1957 年 10 月第 1 版 1957 年 10 月上海第 1 次印刷 定价 (10) 元 2.20

第二册 目录

第七章 电磁波	199
§ 1. 历史紀要	199
§ 2. 麦克斯韋方程式及其物理意义	202
§ 3. 电磁波(理論)	205
§ 4. 电磁波(理論,續). 能量关系	213
§ 5. 电磁波(課堂表演的实验)	215
§ 6. 無綫电定位和無綫电干涉量度学	221
§ 7. 元振子的輻射	226
§ 8. 反射和折射	230
§ 9. 各向异性媒質中的电磁波	244
第八章 复杂的輻射器	251
§ 1. 前言	251
§ 2. 半波振子的輻射	251
§ 3. 由兩根平行半波振子所組成的天綫的輻射	253
§ 4. 由半波振子所組成的一維柵形式的天綫	255
§ 5. 兩維柵形式的天綫	262
§ 6. 指向性的声輻射	267
§ 7. 振动薄片所輻射的声波的一般研究	270
§ 8. 在电振子所組成的二維柵附近的場	280
§ 9. 电磁波反射、折射、及色散的机构	283
§ 10. 双折射及極化面旋轉的机构	290
§ 11. 倫琴輻射的散射	297
第九章 繞射	300
§ 1. “繞射”一詞的“广义”和“狭义”	300
§ 2. 惠更斯-菲涅耳原理: 基本概念	302
§ 3. 在周期性結構(繞射光柵)中的夫琅和費繞射	303
§ 4. 惠更斯-菲涅耳原理(續): 定量的陈述	307
§ 5. 具有軸对称的最簡單的繞射問題	310
§ 6. 聚焦	314
§ 7. 由長直狹縫的繞射	320
§ 8. 屏邊緣的不整齐性	323
§ 9. 夫琅和費繞射的几种重要的情形	332
§ 10. 光学、声学和無綫电学的探射器	336
§ 11. 在焦点附近的繞射圖案	339
第十章 統計的現象	344
§ 1. 緒論	344
§ 2. 具有無規相位的振动的疊加	346
§ 3. 無規的冲击对諧振器的作用	355
§ 4. 在無綫电仪器中的統計現象	363
§ 5. 光源中的統計現象	370
§ 6. 混沌調制振动的疊加的一般研究	378

§ 7. 綫偏振波的疊加	384
§ 8. 自然光和偏振光	386
§ 9. 电磁波疊加的一般研究	390
§ 10. 在扩展光源的情形中干涉和繞射現象	395
§ 11. 在扩展光源的情形中相干性的問題	401
§ 12. 用扩展光源的干涉和繞射实验(續)	408
§ 13. 光的分子散射	413
第十一章 波譜分解	416
§ 1. 波譜(实际存在的圖形)和波譜(数学的概念)	416
§ 2. 波譜分解作为一种数学运算方法	417
§ 3. 波譜分解作为一种物理現象。用振蕩迴路来实现波譜分解	425
§ 4. 波譜分解作为一种物理現象(續)。用光柵和稜鏡来实现波譜分解	430
§ 5. 選擇性及光譜分辨率	437
§ 6. 連續波譜	444
§ 7. 波譜分解物理意义的討論	453
§ 8. 波譜分解的“机构”。最簡單的情况	458
§ 9. 片段正弦波被波譜仪器改造的时间过程	463
§ 10. 已調振蕩被波譜仪器改造的时间过程	468
§ 11. 波譜綫的寬度	473
§ 12. 波譜分解作为研究工作的方法。波譜与微觀世界	476

第七章 电磁波

§ 1. 历史紀要

在主要的声学現象的理論研究出来(十九世紀)以前,声的物理本質早就已經弄清楚了。光的情形則不然。

在十九世紀的最初十年中,光的波动理論已經創立了。这理論說明了或預言了許多最重要的光学現象(參閱第五章 § 7)。但光是“什么东西的波动”呢?在光波中振动和傳播着的这一种矢量,它的物理本質又是怎样的呢?这問題的正确答案还未曾找到。有人認為:“光的矢量”是某一种彈性物質粒子——“以太”——的位移(以前認為宇宙为以太所塞滿是由于光能从太陽和星球到达我們这里)。但这一个概念曾遇到一些很大的困难,特别是这样一个困难:彈性橫波的傳播,在固体中是可能的,但在气体和液体中是不可能的——因此,以太就應該是固体。但行星又怎样透过它而运动無阻呢?迄今誰也不能解决这一类的矛盾。

讓我們暂时撇开光不提,而看一看电磁学的历史。

在六十年代,麦克斯韋曾根据法拉第所提出的概念,創立了电磁現象的新理論。根据在此以前的电磁現象理論,电和磁的相互作用的傳播是在刹那之間發生的:比方說,螺管綫圈作用于磁針的力,就認為是当电流开始流过綫圈的同一刹那間發生的,無論綫圈和磁針之間的距离 r 是多远。从新的理論中,得出下面这一最重要的結論(这結論最初是由麦克斯韋在1861年給法拉第的信中道出的):電場和磁場以电磁波的形式,以有限速度傳播;在电磁波中每一点,矢量 E 和 H 都互成正比、互相垂直而且都垂直于傳播方向。这些波在真空中的傳播速度等于电磁常数 c (絕對电磁系电荷單位和絕對靜电系电荷單位的比值;这个比值具有速度的因次);这样,在螺管綫圈和磁針的例子中,作用于磁針的力在电流接通之后經過了時間 $\frac{r}{c}$ 才發生。

在麦克斯韋的时代,下面的事实已經是大家知道的了,这就是,在測量誤差的准确度內,

$$c = 3 \times 10^{10} \text{ 厘米/秒}$$

一量,和那时已經很准确地測出的在真空中的光速,恰相符合(參閱第五章 § 9)。

將實驗中所熟知的光的性質,和用数学方法从麦克斯韋理論所推出的电磁波的性質相比較,可以作出这样的假定(这一假定也是麦克斯韋作出的):光就是电磁波,也就是說:電場和磁場在光波中傳播着。这样产生的光的电磁理論,不但把新的物理学內容穿插到早已研究清楚了波动光学的部門中去,并且使我們能够很自然地解釋那些以前用波动說解釋不通的許多現象(參閱 § 7)。

但是, 麦克斯韋理論这时还没有得到最后的胜利, 电场和磁场以光波的形式而传播, 这一事实还缺乏直接的实验证明。这样的实验证明在 1887 年由赫芝做成功了。在这些实验中, 他研究了导线周围空间里面的电磁场(在导体里激起了频率很高的电磁振荡), 证实了这个场具有波的特性, 其性质与麦克斯韋理論所预言的性质相符。

自从赫芝的实验结果证实了麦克斯韋的理論以后, 这个理論就得到了广泛的承认。于是, 光学就成了电磁现象学说中的一个部门。在以后一段时期里, 又有一种徒劳无功的企图, 想把电磁现象归结为“以太”中的机械现象, 这种企图还延续了一些时候。在二十世纪(在颇大的程度上依靠了相对論)这个企图最后是被抛弃了。在电磁现象的后面并没有任何“幕后的”机械现象在那里隐藏着, 这一事实是被广泛地承认了。

自从用实验方法证明了由振荡回路可以辐射出电磁波(现在把它叫做无线电波)之后, 再过几年, 电磁波在工程方面的应用就奠定了基础。这里所指的是无线电的诞生——人类历史中最伟大的发明之一。亚历山大·斯切潘诺维奇·波波夫(1859—1906)发明无线电, 是他抱着明确的目的性来进行研究的结果, 这目的就是要利用电磁波在远距离上传递信号。这些研究工作是在克朗氏塔德(Кронштадт)水雷军官训练班的实验室中进行的, 当时 A. C. 波波夫在那里当“实用物理学”教员(后来, A. C. 波波夫成为彼得堡电工学院的物理学教授)。

1895 年五月七日(旧俄历四月廿五日), A. C. 波波夫在俄罗斯理化协会的物理部门会议上作了报告。在这报告中, 波波夫表演了他发明的仪器, 这仪器是“不用电线的电报”^①的基础。

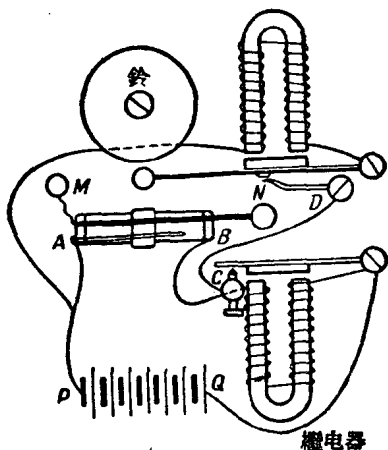


圖 223. A. C. 波波夫的設計圖, 表示第一个无线电接收机的电路。

我們在圖 223 中举出 A. C. 波波夫所创造的第一架无线电接收机, 这机器接收火花发生器(圖 224)所产生的阻尼振荡。A. C. 波波夫用下面一段話^②来描述他的接收机的作用:

“装着金属粉末的管子, 横挂在轻的时钟弹簧上, 挂在 M 和 N 两个接线柱之间。为了得到大的弹力, 在一个接线柱的那边, 弹簧弯成之字形。在管子的上方安置一个电铃, 使它作用时能够用小锤轻轻地敲击管子的中部。管子中部用橡皮圈保护以免被击破。最好是將管子 and 电铃钉在一块坚直的木板上。继电器可以随便放在什么地方。这仪器的作用如下: 用 4—5 伏的电池,

电流从接头 P 流到铂片 A, 接着通过管子内的粉末, 流到另一铂片 B, 然后經电磁继电器的线圈返回电池。这个电流的强度, 不足以吸引继电器的衔铁, 但假如管子 AB 受到电磁振荡的作用, 则电阻在一瞬间内会减少, 而电流就会增加, 使继电器的衔铁被吸下。在这一瞬间, 原来从电池接到电铃而在 C 点被切断的电路就接通了, 于是电铃就开始动作。但同时

① 在最初的时期, 无线电称为“不用电线的电报”。

② 俄罗斯理化学会杂志, 第 28 卷, 711 頁(1896)。

管子的震动又减低了它的导电率,于是继电器又开断电铃的电路。在我的这个仪器中,經剧烈震动之后,粉末的电阻約为 100000 欧,继电器的电阻則約为 250 欧,当电流为 5 至 10 毫安(調节的范围)时,也就是說,当整个电路的电阻降到几千欧以下时,继电器就吸动銜鉄。对于一个單独的振荡,仪器的反应是一个短促的鈴声;当螺管綫圈連續放电时,仪器的反应是一連串的稠密鈴声,每一串經過差不多相等的時間”。

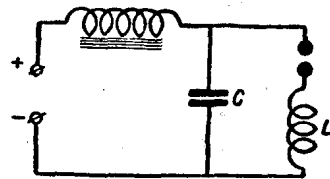


圖 224. 火花發生器的主要電路圖。

电容器从高压电源逐漸充电。当火花隙兩端的电压达到某一临界值时,就会發生击穿(火花)現象并产生“周期”为 $2\pi\sqrt{LC}$ 的阻尼放电振荡。在放电終結时,火花隙失却导电性,电容器开始重新充电,余可类推。

这里着重指出下面这一事实: A. C. 波波夫創制了無線电接收机,他不但改进了金屬屑檢波器(装着粉末的管子)并使它自动化,而且还观察到当把一条导綫接到金屬屑檢波器上时,接收机的灵敏度就大为提高。这样就發明了天綫。天綫的發明对于实现無線电通訊有决定性的意义。

A. C. 波波夫在結束他的报告时說:“最后,我可以表示一个希望:利用迅速的电振荡,我的仪器在进一步改良之后,一定能够应用于長距离間傳遞信号,只要能够找到足够能量的电振荡源就行了”。

1896 年三月廿四(十二)日, A. C. 波波夫造成了到那时为止最强的振荡源,在俄罗斯理化协会的會議上他表演了世界上第一次無線电报的傳遞。發射机位于彼得堡大学的化学院,接收机則在旧物理研究室的演講厅里。發射机和接收机之間的距离大約是 250 米^①。

無線电發展史的叙述,不屬於本書的任务。我們只限于指出下列兩点。

1. 电子管的出現以及各种电子管仪器裝置(其中一部分在第四章中有所描述)的应用,在無線电的發展中起了重要的作用。早在廿五年多以前,电子仪器和利用电子仪器而产生的無阻尼振荡已經將火花和阻尼振荡从無線电技术中排除出去了。

2. 在今日,無線电是工程技术中的一个巨大而多方面的部門;在地球的范围內傳遞消息、語言、音乐到任何的距離,傳遞不动的或活动的形像(电视)到很远处,固然是要利用無線电,但船舶和飞机的指揮(無線电导航)、地面上相距很远兩点之間距离的測量(無線电測距)、不可見目的物的位置的測定(無線电定位,即雷达)等等,也要应用無線电。从物理学产生出来的無線电,反过来以極端灵活而有力的研究工具以及許多新的概念来充实科学。各种無線电物理仪器(例如:放大器,电子示波器,迴旋加速器,同步加速器,观察由太陽和其他天体放射出来的無線电波的接收机)革新了物理实验的技术,并且对地球物理学^②、天文物理学、化学、生物学中的观察方法和实验的性質起了很重大的影响。

① 关于無線电的發明史,更詳細的可参考 1948 年苏联科学院出版的 B. A. 維建斯基著“A. C. 波波夫——無線电的發明者”或 1949 年国家动力出版社出版的 A. H. 貝尔格和 M. H. 拉多夫斯基著“無線电的發明者 A. C. 波波夫”。讓我們指出:馬可尼也曾提出类似于波波夫的發明內容,但是他的專利申請書是在 1896 年六月二日提出的。从这里所举出的日期来比較,可以看出馬可尼对于無線电發明的优先权的要求是没有道理的。

② 首先应用無線电于地球物理学,是 A. C. 波波夫的功劳:他的第一架接收机是作为“雷电指示器”而裝置在彼得堡森林学院中的;它反应了远达 30 公里以外所發生的雷电放电。

§ 2. 麦克斯韦方程式及其物理意义

願这一节以及随后几节中的某些抽象性不致使讀者們害怕。为了解决以后要講到的一些很具体的問題，必須打开一条通到这些問題的道路，而对于麦克斯韦理論基础的了解，正是打开这条道路的唯一关键。

麦克斯韦的理論指出，在任何“不动的”媒質或真空中的电磁場都可以用几个基本物理量来表征，在这些物理量之間，存在着一些簡單而普遍的联系，这些联系由下面描述的四个方程式表示出来。在这些方程式中所引入的各个物理量，它們的物理意义，假定已为讀者所熟知：矢量 $\mathbf{E}$ 是电场强度；矢量 $\mathbf{D}$ 是电感应（有时也不很得当地称为电位移）；矢量 $\mathbf{H}$ 是磁场强度；矢量 $\mathbf{B}$ 是磁感应；标量 ρ 是电荷的体积密度；矢量 $\mathbf{j}$ 是电流的体积密度。我們將应用高斯系單位，在这系單位中， $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 ρ 、 $\mathbf{j}$ 的單位与绝对静电系（厘米克秒制静电系）的單位相符合，而 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{B}$ 的單位則与绝对电磁系（厘米克秒制电磁系）的單位相符合。在此情况下，方程式中只引入了一个唯一的常数——电动力常数 c 。

这四个方程式是这样的：

$$\oint D_n dS = 4\pi \int \rho dV, \quad (7.1)$$

$$\oint B_n dS = 0, \quad (7.2)$$

$$\oint E_l dl = -\frac{1}{c} \int \dot{B}_n dS, \quad (7.3)$$

$$\oint H_l dl = +\frac{4\pi}{c} \int \left(j_n + \frac{\dot{D}_n}{4\pi} \right) dS. \quad (7.4)$$

这里， dl 是元长度， dS 是元面积， dV 是元体积，下角标 l 表示在元长度 dl 方向上的投影，下角标 n 表示在元面积 dS 的法綫方向上的投影。积分符号上的小圓圈表示沿着一个閉合环路或沿一閉合面来取积分。在第一种情况中，环绕环路的方向与 dS 的正法綫方向構成一个右手螺旋。

积分是这样取的：在(7.1)的左边，沿任意閉合面来取，而在(7.1)的右边則在閉合面所包括的整个体积中来取；在(7.2)的左边，沿任意閉合面来取；在(7.3)、(7.4)的右边，沿任意不閉合面来取，而在(7.3)、(7.4)的左边，則沿着这些面的輪廓来取。

方程式(7.1)是高斯定理的表示式。根据高斯定理，通过閉合面的电感应通量等于 4π 乘上这个閉合面内部所包含的总电荷。

方程式(7.2)說明磁荷不存在这样一个事实：通过任何閉合面的磁感应通量等于零。

方程式(7.3)說明法拉第的电磁感应定律：电场沿任意閉合曲綫的环流等于被这曲綫所限的任意面上所通过的磁感应通量的变化。圖 225 說明这个方程式的内容，圖中白色虛綫箭头表示在某一瞬刻 t 时的矢量 $\mathbf{B}$ ，黑色虛綫箭头表示在很短的时间 Δt 內 $\mathbf{B}$ 的增量 $\Delta \mathbf{B}$ ，

闭合曲线表示由于磁感应变化所产生的电场的力线。电力线与矢量 B 的增量的方向构成左手螺旋。这一事实由方程式(7.3)右边前面的负号来表示,以别于方程式(7.4)右边前面的正号。

方程式(7.4)是下列公式的推广:

$$\oint H_l dl = \frac{4\pi}{c} \int j_n dS = \frac{4\pi}{c} \sum i, \quad (7.4a)$$

这个公式对于闭合电流来说是正确的,它说明磁场强度沿任何闭合环路的环流等于 $\frac{4\pi}{c}$ 乘上穿过这一环路的电流的代数和(假

如电流的方向与沿环路进行所取的方向构成一个右手螺旋,则电流算作是正的)。在直流的情况中,在整个空间内,矢量 D 不随时间变化,因此 $\dot{D}$ 处处等于零,而方程式(7.4)变为(7.4a)。方程式(7.4)说明在产生磁场这个问题上除了传导电流 $\int j_n dS$ 以外,还有“位移电流”也参与在内——麦克斯章用“位移电流”这一个术语(科学后来的发展指出,这术语是很不妥当的)来代表 $\int \left(\frac{\dot{D}_n}{4\pi} \right) dS$ 一量。这一个断语,在麦克斯章的理论中占有主要的地位。

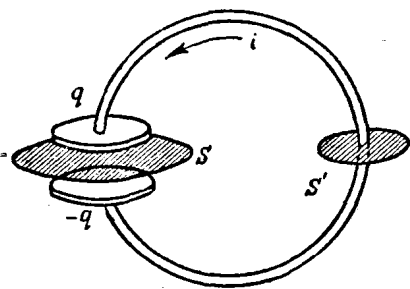


图 226. “位移电流”流过 S 面,相等的传导电流流过 S' 面。

应用“位移电流”这一术语,我们可以这样说:每当通过一给定面的电感应通量发生变化时,就有“位移电流穿过这一个面而流动”。例如,在组成振荡回路的电容器两极板之间所划定的一个面 S (图 226) 上,就有正弦式的位移电流通过这个面,这位移电流和导线(导线将电容器短路)中的传导电流是同相的。事实上, D 与极板上的电荷 q 成比例,因此, $\dot{D}$ 与 $\dot{q} = i$ 成正比,即,与导线中的电流成正比。假如 S 面实际上包括电容器电场的全部力线,则通过这个面的位移电流即等于传导电流 i 。在此情况下,根据方程式(7.1),得

$$\int D_n dS = 4\pi q,$$

由此,得位移电流为

$$\int \frac{\dot{D}_n}{4\pi} dS = \dot{q} = i.$$

这就是说:“在导线中的传导电流,由通过电容器的位移电流接合起来了”。

假如在所考虑的空间区域内没有传导电流,则方程式(7.4)变为下列的形式:

$$\oint H_l dl = \frac{1}{c} \int \dot{D}_n dS.$$

图 227 说明这一个方程式的意义。白色箭头表示在某一时刻 t 时矢量 D 的值,黑色箭头表示在一短促时间 Δt 内矢量 D 的增量 ΔD 。虚的闭合曲线代表由于电感应通量的变化

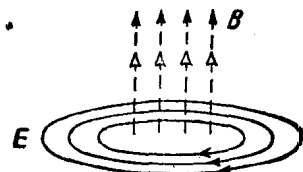
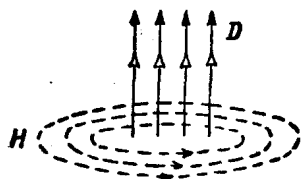


图 225. 由于磁感应变化而产生的电场。

而产生的磁力线。注意：磁力线与位移电流的方向（也就是矢量 ΔD 的方向）构成右手螺旋。

方程式(7.1)—(7.4)并没有说明麦克斯韦理论的全部内容。除此以外，麦氏理论还指出了电磁场能量和 E 、 D 、 H 、 B 各个矢量之间的关系。对于最简单的各向同性媒质（即是在各方向特性都相同的媒质）来说，电磁场的能量密度 w 是这样的：



$$w = \frac{ED}{8\pi} + \frac{BH}{8\pi}. \quad (7.5)$$

在某一定体积中所包含的能量，以下列积分来表示：

图 227. 位移电流的磁场，也就是由于电磁感应变化而产生的磁场。

$$W = \int w dV = \frac{1}{8\pi} \int (ED + HB) dV. \quad (7.6)$$

我们知道，为了研究弹性波的理论（第六章 § 2），除了力学定律之外，还必需知道在媒质中压力和形变之间的关系是怎样的；同样，为了研究电磁现象的理论，除了方程式(7.1)—(7.4)之外，还必需知道 D 和 E ， B 和 H ， j 和 E 之间的关系。

在理想电介质中，不论 E 取什么值，传导电流总是等于零，即

$$j=0,$$

事实上，严格来说，这个方程式只有对真空来说才是正确的。在这里，我们将认为在电介质中

$$D = \epsilon E, \quad B = \mu H, \quad (7.7)$$

式中， ϵ 和 μ （介电常数和导磁系数）是表征着某一给定电介质的恒定标量；而在金属中

$$j = \sigma E, \quad (7.8)$$

式中 σ （导电率）是表征着某一给定金属的恒定标量。

根据麦克斯韦的理论，在螺管线圈和磁针（例如，在 § 1 中所谈到的）之间的电介质里，下列的一些现象会相继发生：（1）电流产生磁场，因而线圈附近发生磁感应；（2）由于磁感应的出现而产生电场，从而又产生电感应；（3）由于电感应的出现而产生附加的磁场和磁感应；（4）由于磁感应的变化又产生附加的电场，余可类推。图 225 和 227 依次示意地说明这些现象。但文字上的推理还不能很好地说明这些现象是如何发展的。这里需要以麦克斯韦方程式为基础的数学分析。

正如在第六章中研究弹性波时所作的一样，我们只详细地研究平面电磁场传播的情形——在其中所有的物理量只依赖于一个空间坐标 x （当然也依赖于时间 t ）。

此时，假定我们是在处理一个理想的（ $j=0$ ）而且是未充电的（ $\rho=0$ ）电介质。在此情况下，方程式(7.1—7.4)取如下的形式：

$$\oint D_n dS = 0, \quad (7.1a) \quad \oint B_n dS = 0, \quad (7.2a)$$

$$\oint E_t dl = -\frac{1}{c} \int \dot{B}_n dS, \quad (7.3a) \quad \oint H_t dl = +\frac{1}{c} \int \dot{D}_n dS. \quad (7.4a)$$

§ 3. 电磁波(理論)

1. 平面电磁場的一般研究 設 E 、 D 、 B 、 H 除了依赖于 t 以外, 仅依赖于 x 。在每一个 $x = \text{常数}$ 的平面各点上, 上述的各个量在任何某一个时刻都是同样的。

將矢量 E 分解为三个互相垂直的矢量, 分别与三个坐标軸平行:

$$E = E_x + E_y + E_z,$$

对 H 作同样处理:

$$H = H_x + H_y + H_z,$$

根据 (7.7) 得

$$D = \varepsilon E = D_x + D_y + D_z,$$

$$B = \mu H = B_x + B_y + B_z,$$

这里, D 或 B 的每一个分量等于 E 或 H 的相应分量乘上标量 ε 或 μ 。

取高度为 Δx 并以正方形 (正方形的边平行于 y, z 軸, 边長各等于 1) 为底的平行六面体的面作为“輔助面”(圖 228)。

首先应用方程式 (7.3a) 于 $MNPQ$ 的边界。 E 沿环路 $MNPQM$ 的环流归结为沿 MN 及 PQ 边所取积分之和, 由于 E 不依赖于 y , 沿 NP 和 QM 的积分为值相等而符号相反, 其和为零。我們求出沿 MN 和 PQ 边的积分:

$$\int_{MN} E_l dl = E_y \cdot 1, \quad \int_{PQ} E_l dl = -E_y \cdot 1,$$

(在第一个积分中, $E_l = E_y$; 而在第二个积分中, $E_l = -E_y$)。另一方面, 对于 $MNPQ$ 边界来说,

$$\int \dot{B}_n dS = -\dot{B}_z \cdot 1 \cdot \Delta x,$$

因为 $B_n = -B_z$, 設法綫以右手螺旋与沿輪廓的环路相联系 (这是必需的, 参閱 § 2)。于是,

$$E_y(x, t) - E_y(x + \Delta x, t) = \frac{1}{c} \dot{B}_z \Delta x,$$

由此, 以 Δx 遍除全式, 并过渡到当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时的極限, 得

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (7.9)$$

($\frac{\partial B_z}{\partial t}$ 和 $\dot{B}_z$ 代表同一量)。

將方程式 (7.4a) 应用于同一边界, 依同法, 我們得到

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = +\frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t}. \quad (7.10)$$

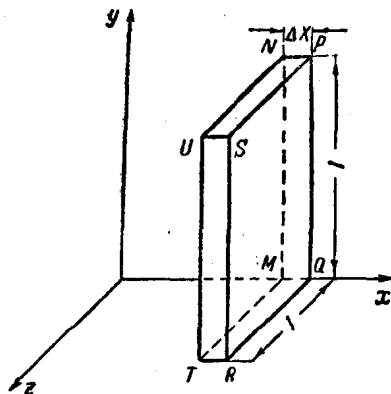


圖 228. 用来研究平面場的輔助面。

現在將方程式(7.3a), (7.4a)应用于边界 $MQRT$ 。像推导(7.9)时一样地处理, 并特别注意所有物理量的符号, 我們得到

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad (7.11)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial D_y}{\partial t}. \quad (7.12)$$

現在, 將方程式(7.1a)应用于我們的輔助面上。由于矢量 $\mathbf{D}$ 不依赖于 y 和 z , 所以穿出边界 $MNPQ$ 和 $MQRT$ 的矢量通量显然分别等于穿入边界 $TUSR$ 和 $NPSU$ 的通量。这样, 从整个面流出的总通量就等于穿出右边界 $PQRS$ 的通量 $D_x(x+\Delta x, t) \times 1 \times 1$ 与穿入左边界 $NMTU$ 的通量 $D_x(x, t) \times 1 \times 1$ 二者之差, 也就是

$$D_x(x+\Delta x, t) - D_x(x, t)。$$

根据(7.1), 此通量应等于零, 由此得

$$\frac{D_x(x+\Delta x, t) - D_x(x, t)}{\Delta x} = 0,$$

或, 过渡到 $\Delta x \rightarrow 0$ 时的極限,

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = 0. \quad (7.13)$$

依同法, 根据(7.2a), 我們得到

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = 0. \quad (7.14)$$

最后, 將方程式(7.3a)应用于边界 $PQRS$ 。电场沿輪廓 $PQRS$ 的环流等于零, 因为在环路的每一点上, E 的值都是相同的。因此, 根据(7.3a),

$$0 = \int \dot{B}_n dS, \quad I$$

这里, 积分是沿边界 $PQRS$ 而取的。但由于在此情况下 B_n 等于 B_x 且不依赖于 y 和 z , 我們得

$$0 = \int \dot{B}_n dS = \int \dot{B}_x dS = \dot{B}_x \int dS = \dot{B}_x \times 1 \times 1 = \dot{B}_x,$$

或

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = 0. \quad (7.15)$$

依同法, 根据(7.4a), 可得

$$\frac{\partial D_x}{\partial t} = 0. \quad (7.16)$$

方程式(7.13)和(7.16)指出, D_x 是一个恒量, 不依赖于 x , 也不依赖于 t 。方程式(7.14)和(7.15)指出 B_x 一量也具有相同的特性。除此以外, 我們看出, 这些方程式在 D_x 与 B_x 二量本身之間并没有建立任何关系, 同时在 D_x 和 B_x (一方面) 与場 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 和感应 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 的所有其他各个分量 (另一方面) 之間也同样地沒有建立任何关系。(事实上, 假如我們令 $D_x = 0$,

或 $B_x=0$, 或 $D_x=B_x=0$, 在一切含有电场和磁场以及电感应和磁感应的其他各个分量的方程式中, 什么也没有改变)。这一点在物理上意味着下列的事实: 仅依赖于 x 的平面电磁场是(一般地说)三个场的叠合: 平行于 x 轴的均匀静电场, 不依赖于这个静电场而同时也平行于 x 轴的均匀静磁场, 以及不依赖于这两个静止场的电磁场(其矢量 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{B}$ 仅具有 y 和 z 分量, 也就是说, 分布在垂直于 x 轴的一些平面上)。在特殊情况下, 可能 $H_x=B_x=E_x=D_x=0$, 也就是说, 上述的各个静止场都不存在, 而存在的只有这样一个场, 其中各个电矢量和磁矢量均位于与 x 轴垂直的一些平面上。

在这里, 我们只是对传播着的电磁场发生兴趣。各静止场在这里是不在考虑之列的: 在我们开始观察的时刻, 它们早已存在于所有被观察的空间中了。因此, 在上述的三个场中, 只有垂直于 x 轴的平面上的矢量 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{B}$ 使我们发生兴趣。但根据上面所说的, 静止场 D_x 和 B_x 对这个传播着的场并没有任何影响。因此, 即使 D_x 和 B_x 不等于零, 传播场依然还是和 $D_x=B_x=0$ 时一样。这种情形往往更简单地陈述为: 静止场简直就不存在。

我们得到下列十分重要的结论: 传播着的平面场是一个横场, 在这场中, $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{B}$ 位于垂直于传播方向的平面上。

2. 平面波 我们注意到, 传播着的平面场也是彼此互不相关的两个场的叠合:

(a) 第一个场: 由方程式(7.9)和(7.12)所描述, 其中矢量 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 与 y 轴平行, 而矢量 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{B}$ 则与 z 轴平行。

因为

$$B_z = \mu H_z, \quad D_y = \varepsilon E_y,$$

所以(7.9)和(7.12)这两个方程式可以用下列两个方程式来代替:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t}; \quad (7.17)$$

(6) 第二个场: 在此场中, 矢量 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 与 z 轴平行, 而矢量 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{B}$ 则与 y 轴平行; 这一个场由方程式(7.10)和(7.11)或者由

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\mu}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t}, \quad (7.18)$$

来描述, 因为

$$B_y = \mu H_y, \quad D_z = \varepsilon E_z.$$

事实上, 在方程式(7.9)里的各个分量 E_y 、 D_y 、 H_z 、 B_z 并不依赖于方程式(7.10)、(7.11)里的各个分量 E_z 、 D_z 、 H_y 、 B_y ; 同时, 方程式(7.9)、(7.12)将 E_y 和 B_z 、 H_z 和 D_y 彼此互相联系起来, 而方程式(7.10)、(7.11)则将 E_z 和 B_y 、 H_y 和 D_z 联系起来。

方程式(7.17)所描述的场, 我们称之为 y 场 (根据在这场中矢量 $\mathbf{E}$ 所指的方向); 方程式(7.18)所描述的场, 则称为 z 场。我们分别来研究这两个场。在每一个场中, $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 是彼此之间互相联系着的; 每一个场都既不是单纯的电场, 也不是单纯的磁场——两个都是电磁场。

我们首先研究 y 场。

將(7.17)的第一个方程式对 x 进行微分, 將第二个方程式对 t 进行微分, 得

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x \partial t}, \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial t \partial x} = -\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2},$$

由此, 消去表达式:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x \partial t} = \frac{\partial^2 H_z}{\partial t \partial x},$$

得

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}. \quad (7.19)$$

这就是波动方程式 (参閱第五章 § 8), 其中 $u = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ 一量即波的傳播速度。这样, y 波的电場分量具有不变形波的形式, 并以速度

$$u = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (7.20)$$

傳播。

將方程式(7.17)的第一个方程式对 t 进行微分, 將第二个方程对 x 进行微分, 得

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t \partial x} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = -\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial t},$$

由此, 消去表达式

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t \partial x} = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial t},$$

得

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2}. \quad (7.19a)$$

于是再一次得到波动方程式, 而且这波动方程和 E_y 的波动方程有一样的系数。因此, y 場的磁分量也是以不变形波的形式傳播, 而且它的速度和电分量的傳播速度一样。

因此, 我們可以不說“ y 場”, 而說“ y 波”。

根据波动方程式(7.19)

$$E_y = f(x \mp ut), \quad (7.21)$$

根据波动方程式(7.19a)

$$H_z = g(x \mp ut), \quad (7.21a)$$

这里, f, g 代表同一宗量 $(x \mp ut)$ 的两个函数。將(7.21)对 x 进行微分, 將(7.21a)对 t 进行微分:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = f'(x \mp ut), \quad \frac{\partial H_z}{\partial t} = \mp u g'(x \mp ut).$$

將这两个表示式代入(7.17), 得[●]:

$$u g'(x \mp ut) = \pm \frac{c}{\mu} f'(x \mp ut).$$

● 以下四个式子原書有誤, 今更正如文——譯者。

积分后,得

$$ug(x \mp ut) = \pm \frac{c}{\mu} f(x \mp ut) + K_0,$$

这里 K_0 是恒量(积分常数)。这样,根据(7.21)、(7.21a),

$$uH_z = \pm \frac{c}{\mu} E_y + K_0.$$

因为我们对静止场并不发生兴趣(参看 § 3),可令

$$K_0 = 0.$$

此外,再应用关系式(7.20),得

$$H_z = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_y. \quad (7.22)$$

正号对应于由左向右传播的波,负号对应于由右向左传播的波。

由此可见,电场强度和磁场强度的瞬间照片或波形图并不是互不相关的,而是仅在标度上有所差别(图 229): 在每一点上以及在每一瞬时,磁场分量都是和电场分量成正比。

我们现在看一看 z 场的情况。

像对 y 场那样进行同样的计算,我们得到 E_z 和 H_y 二量的波动方程式:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu} \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \quad (7.23)$$

和它们之间的关系式:

$$H_y = \mp \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_z \quad (7.24)$$

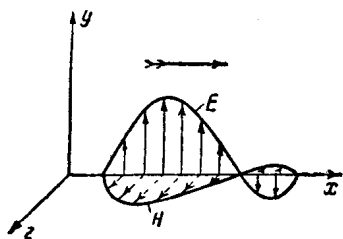


图 229. 由左向右传播着的 y 波的瞬间照片。

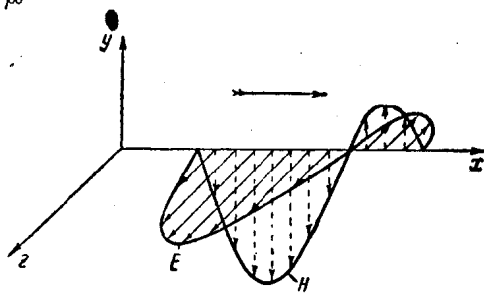


图 230. 由左向右传播着的 z 波的瞬间照片。

(图 230)。由此可见,在这里,电场强度和磁场强度也是以不变形波的形式,以同一速度(等于 y 波的传播速度)而传播;在两个场强之间也存在着像在 y 波中那样的关系。我们可以说“ z 波”而不说“ z 场”^①。

无论在 y 波或 z 波中, E 和 H 两个矢量都是互相垂直,并垂直于传播方向。正如图 229 和 230 所示,传播是在 $E \times H$ 的矢量积所指的那一方向进行的。换句话说,矢量 E 、 H 、 n (这里 n 指向波的传播方向)构成一个正交的三角。

① 已经知道 y 场的性质,我们就可以得出 z 场也存在有类似性质的结论而不必重新计算,只要指出 y 轴和 z 轴在物理上是等效的就够了。

在真空的情况中($\epsilon=1, \mu=1$), 关系式(7.20), (7.22)得到简化: 传播速度

$$u=c,$$

也就是说, 等于电动力常数。此外, 对 y 波来说,

$$H_z = \pm E_y, \quad (7.22a)$$

对于 z 波来说,

$$H_y = \mp E_z. \quad (7.24a)$$

在所选择的单位系中, 电场强度和磁场强度的绝对值彼此相等。

我们知道, 光波在真空中以等于电动力常数的速度传播; 在光波中, 某一垂直于传播方向的矢量在振动着。麦克斯韦关于光波具有电磁特性的推测是怎样引起的, 现在应该是清楚了。

我们可以将矢量 E 、矢量 H 或它们的任何线性组合看作为“光矢量”。将电场强度 E 看作为光矢量是更合适的, 因为在电磁波作用于带电微粒的力 $eE + ev \times \frac{H}{c}$ (e 是微粒的电荷, v 是它的速度) 中, 当 $v \ll c$ 时(这是最常见的)第一项远大于第二项^①。

从麦克斯韦的理论可知, 电介质对于电磁波来说是透明的。在电介质中, 电磁波以公式(7.20)所表示的速度传播, 也就是说, 实际上以公式

$$u = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}, \quad (7.20a)$$

所表示的速度传播, 因为在电介质中 μ 和 1 的差值仅在小数点的第四位或四位以后。

公式(7.20a)表示所谓麦克斯韦定律。至于它在实验中被证实到什么程度, 等以后再讲。

此后, 对电介质应用公式(7.22)、(7.24)时, 我们将设 $\mu=1$:

$$H_z = \pm \sqrt{\epsilon} E_y, \quad (7.226)$$

$$H_y = \mp \sqrt{\epsilon} E_z. \quad (7.246)$$

让我们再指出(比较第五章 § 8), y 场可能不只是一个(7.21)型的波, 而是两个这样类型的、面对面行进的波的叠合:

$$\begin{aligned} E_y &= f_1(x-ut) + f_2(x+ut), \\ H_z &= \sqrt{\epsilon} f_1(x-ut) - \sqrt{\epsilon} f_2(x+ut). \end{aligned}$$

同样, z 场的情形也是如此。

3. 正弦平面波 我们首先来研究一个特例——正弦 y 波, 根据(7.21)和(7.226), 假如波是向 x 增加的方向传播的, 我们有

$$\left. \begin{aligned} E_y &= A \cos(\omega t - kx), \\ H_z &= \sqrt{\epsilon} A \cos(\omega t - kx), \end{aligned} \right\} \quad (7.25)$$

$$\left(k = \frac{\omega}{u} \right).$$

① $\times$ 号表示矢量乘积。