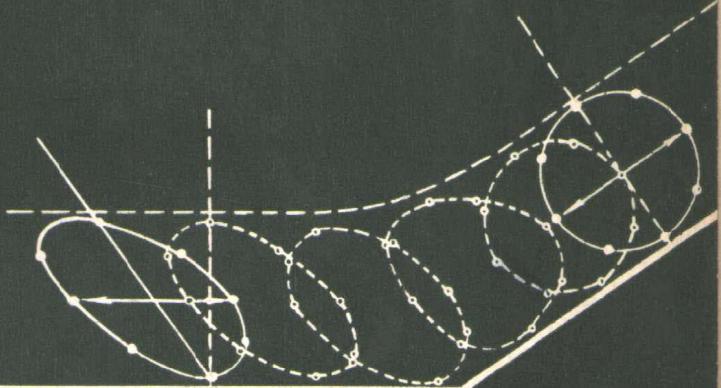


# 静力学模型与 地力学模型

[意]E.富马加利著 蒋彭年 彭光履 赵欣译

水利电力出版社



# 静力学模型与地力学模型

[意]E.富马加利著  
蒋彭年 彭光履 赵欣译

水利电力出版社

## 内 容 提 要

本书系统地介绍了当前结构模型实验的技术水平及其发展趋向，其中包括模型实验研究的原理，模型材料的选择，荷载的施加技术，量测技术，混凝土坝破坏的实验技术，以及大坝岸坡岩基的模型实验等。此外，本书还介绍了一些关于桥梁、房屋等结构的模型实验技术。本书取材比较广泛，附有许多工程实例。

本书不仅可供水利水电实验研究人员和设计人员使用，亦可供土建科研、设计人员参考。

Statical and Geomechanical Models

E. Fumagalli

Springer-Verlag/Wien 1973

## 静力学模型与地力学模型

[意]E.富马加利著

蒋彭年 彭光履 赵欣译

\*

水利电力出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

\*

787×1092毫米 16开本 8%印张 198千字

1979年8月第一版 1979年8月北京第一次印刷

印数 0001—9660 册 每册 0.95 元

书号 15143·3483

## 原序

我着手写一本关于结构模型试验技术的书，基本理由有二：

首先，因为我试图根据二十年以上的经验，部分地总结一下在这个问题上的个人体会，使之能够用逻辑上条理清晰而完整的专题论文反映出来。

其次，我想确定从整理出来的经验中建立起来的一些基本原理，并在一本书中提出来，使之适用于有志献身于这个专业的青年研究人员。

在这方面，我愿意指出，建筑艺术并不是象通常用精确定律和法则所限定的那样一种真正的科学。

建筑作为一种艺术，虽然是从许多科学分支中成长起来的，但首要的是以经验的成果为基础。通过许多著名的古代建筑表达出来的美学风格，许多世纪以来建筑造型的演进，通过结构静力学的不断发展表示出不同时代特征的结构体系的进化，以及建筑材料的更好利用，都清楚地阐明了这一结论。

作为一个艺术家，是在不定的余度下工作的，并且冒昧地将此余度确定为“安全系数”，实际上这是对影响建筑的复杂的物理现象无知的系数。

近代，要完善地和真实地评价一个设计的安全度，只有使结构物受到严密的试验，试验其强度，直到破坏。对于大量生产的构件，可以用原型进行这种试验；但对于大尺寸的单一结构物，仅能进行模型试验，得出一个设计的真正安全系数的基本资料。

一般只限于弹性性态的分析研究，运用传统方法进行足够的试验，即可很好地满足结构设计人员的需要，但是对于运用新概念的大型结构常常是不够的，因为很难抽象出结构性态的合乎逻辑的模式。

经验已给我提供了实例，当一既定的结构物的细长比大小达到以前没有遇到过的限度时，必须特别细心地和批判地进行静力学研究。

事实上，从过去经验中得出的资料出发，可以提出新的静力学问题，例如失稳，它是结构破坏和造成灾难的可能原因，而根据传统的分析方法是不加考虑的。

最后，对于同复杂的和随机形成的岩体稳定性有关的地力学问题，分析方法显得特别不够。

了解下面的情况是有用的：即对于这类地力学问题，必须主要在粘塑性范围内进行分析，而在这一领域内，分析方法还没有得到足够的发展。

在模型中，在因数学关系方面的需要而确立的边界以内，结构图形是比较容易模拟的，并可给出大量详尽的资料。

特别是模型比较适于阐明直到破坏的变形过程，并以正确的比例及其完整性来考虑结构物承受荷载的各个部分的整体体系。

同时看到下述情况是令人难于理解的：甚至今天还有人持这样的见解，即认为弹性模

型的特殊用途是作为整理和校核分析成果的工具，此时常将模型视为重现分析成果的手段，而不是模拟实际结构的性态；好象害怕模型可能会给出与分析计算不相符合的成果，而不是积极探索以获得更丰富和更切合实际的资料。

这样一种概念贬低了模型和相应的实验室技术，并将研究人员的作用降低到单纯技术人员的作用。

同样奇怪地看到，设计人员过分经常地将他们的查询仅仅局限于能用分析方法研究的那些现象。

这种态度对纯粹科学家来说是对的；对于他们，一个事实或一种现象只在能以确实的数学项目表达时，才能认为是已知的和已确立起来了。

结构工程师的态度必须有显著不同，他不能因为没有确切的和整编好的分析方法而完全忽视某一现象，对一种现象了解得愈差，就愈要慎重考虑，并且有责任对问题进行透彻的、批判性的研究。

面对这种情况，如有必要，必须从传统的设计方法出发，动用能够提供各项资料的所有试验研究方法，这些资料有时甚至是简单的定性的或比较性的项目。

在这样一种情况下，模型试验技术居于优越的地位，它作为一种正确的和特别的研究工具；用于解除所研究物理现象的力学本质周围的疑团。

从另一种观点来看，资料的价值不能从其精度方面来衡量，而要从其可能提供的帮助程度及其解决既定问题的价值来衡量。

由试验得到的简支梁的静力性能，与以地力学模型为例得出的成果相比较，的确给出了精密得多的图形，但从前者获得的知识，对分析研究帮助很少或者没有什么帮助，而后者，尽管是粗糙的和近似的，却常常是岩体研究的唯一手段。

选择足够的安全系数必须很好地考虑近似程度。

在这一方面，模型试验有可能承担比单纯因果性的研究更普遍的任务和目标。模型试验可能成为一种正确而特殊的研究工具，以提供使比较大胆和先进的建筑方法理想化所需要的设想和可靠的观测。

最后，看到下述情况是有益的：即模型试验使青年建筑师和工程师得到极好的个人训练，可以证实从实际观测中得到的丰富的宝贵经验，可以改进对未来设计的静力性能的评价。

然而，这里提出的美好愿望实际上并不是最早提出的，因为伟大的米契兰罗（Michelangelo）曾根据万沙里（Vasari）的见解说过一句话：“模型是最神圣的财富，可以授予每一个从事建筑的人”。

E.富马加利  
(蒋国澄译)

# 目 录

|   |    |
|---|----|
| <b>第一章 相似原理</b> .....                           | 1  |
| 第一节 物理量、数值、量纲、量纲系统 .....                        | 1  |
| 第二节 齐次原理与白金汉 $\pi$ 理论 .....                     | 2  |
| 第三节 相似性的一般概念 .....                              | 3  |
| 第四节 静力学问题的相似性 .....                             | 3  |
| <b>第二章 模型材料应模拟的物理力学性质</b> .....                 | 11 |
| 第一节 概论 .....                                    | 11 |
| 第二节 在弹性范围内实验用的材料 .....                          | 12 |
| 第三节 作破坏实验用的材料 .....                             | 13 |
| 一、微混凝土   二、石膏与硅藻土为基础的混合料   三、水泥浮石砂浆   四、地力学模型材料 |    |
| <b>第三章 加载与量测技术</b> .....                        | 25 |
| 第一节 加载——概论 .....                                | 25 |
| 第二节 重力(自重) .....                                | 25 |
| 一、虚拟的重力   二、离心法施加自重   三、倒置法施加自重   四、分期施工的自重分布   |    |
| 第三节 面力 .....                                    | 29 |
| 第四节 静水压力 .....                                  | 31 |
| 一、用不同密度液体的加载方法   二、用不同水头液体袋的加载方法   三、液压千斤顶的加载方法 |    |
| 第五节 联合的合成荷载试验 .....                             | 36 |
| 第六节 集中力 .....                                   | 37 |
| 第七节 仪器与量测 .....                                 | 37 |
| 一、可拆卸引伸计   二、位移量测与倾斜计量测                         |    |
| 第八节 脆性漆 .....                                   | 41 |
| <b>第四章 线性弹性静力学模型</b> .....                      | 43 |
| 第一节 一般评述 .....                                  | 43 |
| 第二节 互易原理与叠加原理(委内瑞拉加拉加斯市帕奎中心摩天大厦模型) .....        | 44 |
| 第三节 圣母玛丽亚教堂的屋顶模型 .....                          | 48 |
| 第四节 意大利罗马至佛罗伦萨高速铁路上的桥梁结构 .....                  | 48 |
| 第五节 一座摩天大厦的弹性模型实验 .....                         | 50 |
| 第六节 一座高架桥桥墩的弹性模型 .....                          | 51 |
| 第七节 圆球形屋顶的弹性模型 .....                            | 53 |
| 第八节 汽车层高架桥的格伯设计梁 .....                          | 56 |
| 第九节 里斯本国家土木工程研究所的实验 .....                       | 56 |
| 一、德古斯桥   二、塔式大厦   三、托马尔桥                        |    |
| 第十节 米兰市大教堂模型 .....                              | 59 |
| 第十一节 风荷载对双曲抛物面屋顶影响的确定 .....                     | 61 |

|   |     |
|---|-----|
| <b>第五章 模拟钢筋混凝土与预应力混凝土结构的模型</b>  | 64  |
| 第一节 概论  | 64  |
| 第二节 效能比 $\zeta = 1$ 的模型——一些典型实例   | 66  |
| 一、波雷利摩天大厦的楼板   二、伊斯普拉市中央尤拉汤姆大厦预应力混凝土壳体屋顶模型   三、旧金山大教堂模型   四、用砖与钢筋混凝土筑成的双曲面壳体模型   五、米兰市大教堂的柱   六、西德曼海姆市布朗-博维瑞-克鲁普预应力混凝土压力容器模型的静力学试验   七、水泥与混凝土协会实验室进行的实验 |     |
| 第三节 效能比 $\zeta > 1$ 的模型实验   | 80  |
| 一、概论   二、小渡槽模型   三、烧结料储藏棚的模型   四、波雷利摩天大厦模型  |     |
| <b>第六章 在弹、塑、粘滞性范围内直到破坏的混凝土坝模型的制造与实验</b>   | 87  |
| 第一节 历史回顾  | 87  |
| 第二节 国家土木工程研究所的技术  | 88  |
| 第三节 结构模型实验研究所的技术——常规模型  | 92  |
| 一、研究的目的与结果   二、确定自重荷载分布的准则   三、静水荷载的分布   四、常规模型应用于研究地力学型式破坏的局限性   五、安全系数的确定   六、重力拱坝模型破坏机理的研究   |     |
| <b>第七章 地力学模型</b>  | 114 |
| 第一节 坝的地力学模型   | 114 |
| 一、模型制造与实验技术   二、一些模型实例与成果分析   |     |
| 第二节 二维地力学模型   | 126 |

# 第一章 相似原理

## 第一节 物理量、数值、量纲、量纲系统

如果要确定两个齐次物理量之和，则根据得出“物理量”概念的力学原理，必须引进“数值”的概念；“数值”是所研究的物理量与另一个与它齐次并选作单位量的物理量之比。我们将“量纲系统”定义为全部导出物理量，其单位可从某些预先确定的“基本”单位求得。在各种量纲系统中，这里述及的有：

- 几何量纲系统：所有物理量可从长度  $L$  表示的一个基本物理量导出；
- 运动量纲系统：所有物理量可从长度  $L$  与时间  $T$  两个基本物理量导出；
- 静力量纲系统：所有物理量可从长度  $L$  与力  $P$  或长度  $L$  与单位面力（见本章第四节）这些基本物理量导出。

通常，在力学中全部物理量可由以上三个基本量纲导出。

此处仅限于考虑力学系统，而不涉及物理学的其他部分。

大家都明白，力学的三个基本物理量的选择完全是任意的，唯一条件是它们彼此是独立的。实际上在力学中至少有三种通用的独立单位制：厘米-克-秒制，米-公斤-秒制或乔吉 (Giorgi) 制以及实用制。因为这些单位制把所需的“寄生系数”(Parasitic Coefficients) 缩减到最少，并与彼此无标准地任意选择各单位的情况（如传统的英制）相反，故将这些单位制说成是“合理的”。

注意到下列一点是重要的：某一“导出”物理量之值  $y$  由有关的  $q$  个基本物理量之值  $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_q$  导出，其关系必然是一个单项关系，其形式为：

$$y = K \bar{x}_1^{\alpha_1} \cdot \bar{x}_2^{\alpha_2} \cdots \bar{x}_q^{\alpha_q} \quad (1)$$

其中  $K$  为一个数值系数。如果就  $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_q$  各值所选单位的变化而言，两个  $y$  类型的齐次物理量之间的关系保持为常数，则数值系数  $K$  必是齐次物理量之间的比值的一个函数①或一个常数。

马克斯韦尔 (Maxwell) 引进符号  $[y] = [L^\alpha T^\beta M^\gamma]$  (用厘米-克-秒制)，用以表明导出物理量对基本物理量的量纲依赖关系，也表示  $y$  值是由长度的  $\alpha$  次幂值、时间的  $\beta$  次幂值与质量的  $\gamma$  次幂值之积求得的。

① 如果在半径  $R$  的一个球的表面上绘制半径  $r$  的圆，则这圆内球的表面积为：

$$A = 2\pi \left( 1 - \cos \frac{r}{R} \right) R^2 = \pi \left( \sin \frac{\frac{r}{2R}}{\frac{r}{2R}} \right)^2 r^2$$

其中系数  $K = \pi \left( \sin \frac{\frac{r}{2R}}{\frac{r}{2R}} \right)^2$  是  $\frac{r}{2R}$  的函数。

表 1

| 线性量纲        | $L$             | $L$       |
|-------------|-----------------|-----------|
| 力或集中荷载, $P$ | $MLT^{-2}$      | $P$       |
| 单位压力        | $ML^{-1}T^{-2}$ | $PL^{-2}$ |
| 单位重         | $ML^{-2}T^{-2}$ | $PL^{-3}$ |
| 弹性模量, $E$   | $ML^{-1}T^{-2}$ | $PL^{-2}$ |
| 屈服点(塑性极限)   | $ML^{-1}T^{-2}$ | $PL^{-2}$ |

如果所有指数为零，则得出一个无量纲的物理量，并且其值可由一个纯数确定。

我们所研究的课题涉及的一些较重要的物理量及其量纲列于表 1 中，以力学系统（厘米-克-秒制）与静力系统（ $LP$ ）表示。

除以上物理量外，有一些其它无量纲的物理量，其值由纯数给出，例如泊桑比  $\gamma$ ，材料的内摩擦角  $\phi$ 。

## 第二节 齐次原理与白金汉 $\pi$ 理论

现考虑某一物理现象，它包含几个物理量  $x_1, \dots, x_n$ ，其中每一个物理量可以是一个变数或一个常数，它们的量纲可以不是零或是零。

此现象的物理定律可用下列方程（隐函数式）表达：

$$f(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (2)$$

“齐次原理”为：已知函数  $f$  是由许多项组成的，所有这些项必须都有相同的物理量纲。实际上明显的是，如果不是这样，则改变量度的单位将导致不同的各项和不同因素相乘，并且使方程 (2) 不能唯一地满足。再者，已知方程 (2) 的某些项可能包含非单项式（指数函数、对数函数、三角函数等），则这些项必须是无量纲的。

方程 (2) 常可写成下式：

$$f(\pi_1, \dots, \pi_n) = 0 \quad (2')$$

其中  $\pi_n$  为相应于  $x_n$  的无量纲关系式（为了这个目的，除以方程 (2) 的任何一项就足够了）。

有可能并不是所有的  $\pi_n$  项本身都是独立的，即其中有些项不能说是不能由其它项表达的新项。在这一情况下，有意义的无量纲关系项的项数减少到  $m$  个，其中  $m < n$ 。

白金汉 (Buckingham) 理论（证明从略）为：如果基本物理量有  $q$  个，则独立的无量纲关系项的项数  $m$  为  $m = n - q$ ，故取代方程 (2') 现有：

$$F(\pi_1, \dots, \pi_m) = 0 \quad (3)$$

其中只包含有意义的无量纲关系项。虽然在一般理论中包含了  $x_1, \dots, x_n$  这些物理量，但有时我们仍将某些有相同类型的物理量（例如两个或两个以上的长度，两个或两个以上的力，屈服点与轴向破坏荷载）的情况分别考虑。在这后一情况下，各无量纲关系项可分开处理，就是将这类型的所有物理量称为  $x_i$ 。如果这些“形式因素”对于现象真的影响，则它们必须包含于方程 (3) 的  $F$  中。故将方程 (3) 改写成下式：

$$F(\pi_1, \dots, \pi_m, x_1, x_2, \dots) = 0 \quad (3')$$

上式是白金汉  $\pi$  理论的更普遍的形式，并且它是构成以后所述情况的基础。

在实用上方程 (3') 对  $\pi_1$  的显函数式为：

$$\pi_1 = \phi(\pi_2, \dots, \pi_m, x_1, x_2, \dots) \quad (3'')$$

对于量纲分析的某些应用实例，见参考文献[23]中援引的皮斯托利西（Pistolesi）的文章

### 第三节 相似性的一般概念

以上已述及方程(3')表达了所研究的物理现象的定律，在这一方程中某些物理量是问题的“数据”，而其它物理量是未知的“函数”。

如果一个以上的函数，则独立方程(3')的数目自然须要与未知数的个数一样多。现考虑一个未知函数的情况，令它为 $x_1$ ，为了清楚起见，今后以 $y$ 来表示它。

如已指出的那样， $\pi_1$ 有下式（见方程(1)）：

$$\pi_1 = \frac{y}{\bar{x}_1^{\alpha_1} \cdots \bar{x}_q^{\alpha_q}} \quad (4)$$

其中 $\bar{x}$ 为基本物理量。

由(3'')与(4)得：

$$y = \bar{x}_1^{\alpha_1} \cdots \bar{x}_q^{\alpha_q} \phi(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_m; x_1, x_2, \dots) \quad (5)$$

这是量纲分析中物理定律的常用式。当两个系统所有各点之间可确定唯一的对应关系时，以及当各对应点的物理量有常数关系时，则称这两个系统是物理相似的。

在包含物体形状的问题中，以上物理相似定义必定要求几何相似。

量纲相似的概念表明，从一个力学系统转到一个“相似”的力学系统时，方程(5)中的常数 $\phi$ （因为这方程的数学式不能改变）要有同一值，故 $(m-1)$ 个 $\pi$ 函数也与类型 $x$ 的系数一样要有同一值。

对原型或对假设的模型，现在都可写出方程(5)，而加上标撇号表示模型的物理量。然后可将原型物理量除以模型物理量，如果注意到两者的相似性，所得的 $\phi$ 是相等的，因而可消去，则得：

$$y = y' \left( \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}'_1} \right)^{\alpha_1} \cdots \left( \frac{\bar{x}_q}{\bar{x}'_q} \right)^{\alpha_q} = \Omega y' \quad (6)$$

上式利用一个简单的比例因素 $\Omega$ ，即可从模型得出的 $y'$ 值转换到原型的 $y$ 值； $\Omega$ 值是根据与基本物理量相关的关系 $\frac{\bar{x}}{x}$ 确定的。而这个比例关系显然是由设计模型时的相似性确定的。

只要在方程(2)中不遗漏所研究现象的任何有意义的物理量，只要能保证保存所有形状因素与导出物理量有关的方程(5)的所有无量纲关系，纵然不知道方程(5)中 $\phi$ 的显函数式，相似性也是可以保证的。

### 第四节 静力学问题的相似性

大家都知道，在静力学问题中需要两个独立物理量，它们可以自由选择，并且所有其

它导出物理量必定与它们相关。

为了方便，选择长度为第一个基本物理量，将原型与模型之间的相对比例关系定为

$$\lambda = \frac{L}{L'}; \text{ 选择单位面力为第二个基本物理量，相对比例定为 } \zeta = \frac{\sigma}{\sigma'}.$$

特别要注意到，不论是绝对位移或相对位移，长度比例尺 $\lambda$ 也应适用于位移；又比例尺 $\zeta$ 必需适用于具有单位面力量纲的所有物理量，例如，

$$\zeta = \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{E}{E'} = \frac{\sigma_{uc}}{\sigma'_{uc}} = \frac{\sigma_{ut}}{\sigma'_{ut}} \dots \dots \text{ 等} \quad (7)$$

其中 $E$ 为弹性模量或杨氏模量， $\sigma_{uc}$ 为极限抗压强度， $\sigma_{ut}$ 为极限抗拉强度，等等。

如果一种材料按这比例尺确切地模拟一种原型材料的力学性质，则这种材料称为对原型材料具有“效能比 $\zeta$ ”的材料<sup>[21]</sup>。

现考虑某些导出物理量，例如固体或液体的单位重 $\gamma$ 。在这种情况下，可以看到用基本物理量表达的相对量纲为：

$$\gamma = \sigma \cdot L^{-1}$$

由此得出模拟的相对比例尺为：

$$\rho = \frac{\gamma}{\gamma'} = \left( \frac{\sigma \cdot L^{-1}}{\sigma' \cdot L'^{-1}} \right) = \zeta \cdot \lambda^{-1} \quad (8)$$

另一方面，对于集中力：

$$P = \sigma \cdot L^2$$

其比例尺关系变为：

$$\psi = \frac{P}{P'} = \frac{\sigma L^2}{\sigma' L'^2} = \zeta \cdot \lambda^2 \quad (9)$$

从方程(8)与(9)，导出在静力学问题中一般出现的物理量的比例尺之间的两个基本关系如下：

$$\zeta = \rho \cdot \lambda \quad (10)$$

$$\psi = \rho \cdot \lambda^3 \quad (11)$$

它也用于考虑应变

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

由此得出无量纲关系为：

$$\varepsilon = \varepsilon' \quad (12)$$

重要的是，从原型转到模型时，几何相似的各点处的相对应变保持不变。同理可应用于泊桑比（起始直接应变与引起的法向应变之间的无量纲关系）以及摩擦角（不论是材料的内摩擦角或相对于可能滑动面的摩擦角）。

在实践中，按照方程(10)，在静力场中作的模型可分成两个基本类型：

1. 只有长度比例尺 $\lambda > 1$ ，而应力比例尺 $\zeta = 1$ 的模型。在这情况中，可采用原型材料作模型，或者至少用与原型材料性质相同的模型材料作模型。

这类模型也可用于进行超出弹性范围直到破坏的试验。

由于按照方程(10)，遵守体积力比例尺关系有实际困难，往往就定出了这类模型的缩减比例尺的限度。

2. 长度比例尺 $\lambda$ 与单位面力比例尺 $\zeta$ 都大于1的模型。当研讨有本质区别的不同应用领域时，可把这类模型再分成两部分：

(a) 只用于线性弹性范围内的模型；

(b) 用于超出弹性范围以外的模型。

对于第一类模型，从方程(10)得：

$$\lambda = \frac{1}{\rho}$$

即

$$\gamma' = \gamma\lambda$$

实际上这类模型一般限于要求缩减比例尺 $\lambda$ 较小的模型，例如钢筋混凝土结构构件（梁门架、楼板等）。

然而有意义的是，最近在用于预应力混凝土核反应堆压力容器的模型中，这类模型有了很大的发展。

第2(a)模型只用于弹性范围内，不一定需要满足方程(12)，因此可随意改变荷载的大小，且如果保持在材料的线性弹性范围以内，变形是与这些荷载成比例的。

这时必须确定原型与模型之间的荷载与变形的关系。现在实验的模型可视为一种理论计算方法，它考虑了所有复杂的结合条件和在线性弹性性能范围内结构的刚度。

因此，对于大型钢筋混凝土结构的试验研究，根据各断面的作用完全是弹性的（不是塑性的）假设，严格按照保持在线性弹性范围以内的全部理论分析的假设，则弹性模型就可提供出单独构件的合力与位移。

在这情况下，需要知道或确定的唯一材料性质是模型与原型材料的弹性模量，从而确定比例尺 $\zeta = \frac{E}{E'}$ 。

为了易于精确量测变形，通常增加作用荷载的强度（超出模拟变形需要的荷载以外）是方便的。当使用方程(10)与(11)整理成果时，只对弹性范围以内的变形才是允许的。

模型所用的材料必须在很大范围内具有线性荷载变形特性。

第2(b)类模型，可一直用到破坏<sup>[22]</sup>。这类模型实际上代表一种超出各种分析方法的正常范围以外的较合适的研究方法。它也提供了在弹性极限以外在弹、塑、粘滞范围内的结构内部性能资料，并且最后通过破坏试验，可以确定总安全系数。

根据方程(10)可用效能比 $\zeta$ 足够大的材料调节体积力。

尤其是选择 $\zeta = \lambda$ ，可模拟带有频繁不连续性有意义的岩石体系（地力学模型）。这类模型不能采用内部锚固的加载杆件模拟自重的人工方法（见第三章），因为加载杆件有助于约束可能滑动面上的滑动，尤其在变形较大的区域内的滑动。

对用到破坏的材料所需要的特性作出较一般的考察后，注意到模型材料与原型材料的莫尔包线（图1a）<sup>[11]</sup>必须根据下列关系对轴的原点是几何相似的：

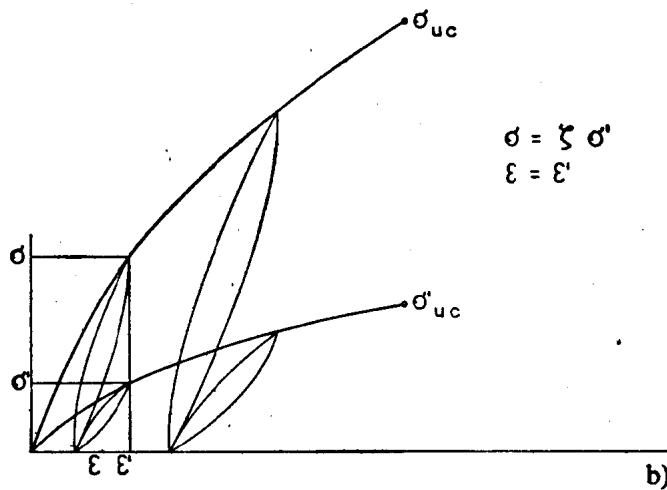
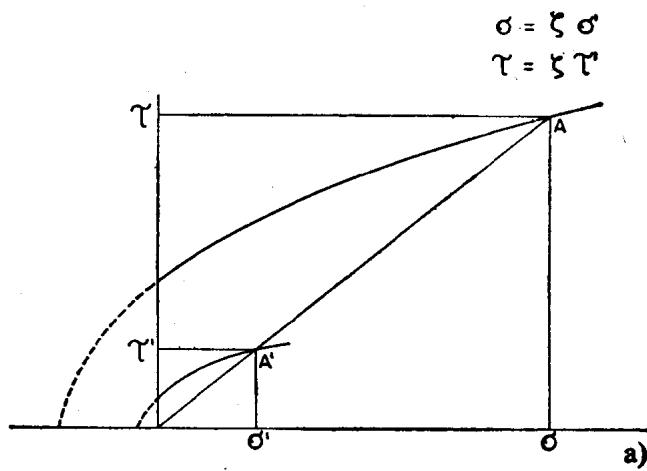


图 1  
a) 模型与原型的莫尔强度曲线； b) 原型与模型的应力应变关系曲线

$$\sigma = \zeta \sigma' \quad \tau = \zeta \tau'$$

以此类推，原型材料与模型材料的应力应变曲线必须根据下列关系相互对应：

$$\sigma = \zeta \sigma' \quad \varepsilon = \varepsilon'$$

以上两条曲线是由正交关系联系的（图1b）。这后一图解在理论上应该考虑弹性与非弹性的变形现象，它包括与时间变化有关的一些现象：流动、粘滞性、滞后、松弛等等。尤其是如果变形过程依赖于时间变化，则这一体系变成了一个动力体系，并且从静力学领域转变到力学领域（第一章第一节）。在这情况中，应有三个独立的物理量。

然而发现，只要在加速度  $g$  的等势面上工作，在每一情况下新的独立物理量的比例尺

必须满足下列关系：

$$G = \frac{g}{g'} = \frac{LT^{-2}}{L'T'^{-2}} = \lambda t^{-2} = 1,$$

由此得出模型与原型之间的时间比例尺为：

$$t = \lambda^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

尤其是对于地力学模型实验，必须考虑“蠕变”的变形过程。

目前还没有足够的实验证据能够提出控制蠕变定律的可靠假设。对于原型材料，甚至还没有一种可靠的与严格的实验方法。

然而现在考察一个假设的圆柱体岩石试件的性能，岩石的基质认为是各向同性的与均匀的，此试件在三轴仪中用足够大的各向相等压力加载，以致其凝聚强度在比较后小得可以略去不计。对于很致密的岩石，不连续性与优势破坏面并不影响到材料的变形特性与破坏。

现在施加一个偏应力分量，以致引起明显的弹性变形与蠕变变形量，但没有达到破坏。

只要正在变形的材料达到新的平衡条件而不断裂，普遍的凯尔文（Kelvin）固体可给出这现象的合理表示。

流变模型如图2a所示，其中：

$K_1$  为串联弹簧的弹性常数；

$K_2$  为并联弹簧的弹性常数；

$\eta_2$  为缓冲器的粘滞性系数。

这种表示法给出的一种随时间的变形性能，可以下列关系式表示<sup>[14]</sup>：

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

其中  $\varepsilon_0$  为弹性变形；

$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{K_2}$  为在  $t$  值为  $\infty$  时由于偏应力  $\sigma$  引起的蠕动变形；

$\tau = \frac{K_2}{\eta_2}$  为一时间常数；

$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1$  为渐近于在时间  $t$  为  $\infty$  时达到的新的平衡处的变形。

现在设想偏荷载增加到足以使试件缓慢破坏。因为试件内的所有平面对破坏有同样的阻力，破坏（依据莫尔图示法）将出现为许多滑动面，这些滑动面是由两个系统的对应锥体确定的，对应锥体的顶点在试件的轴上，其锥角等于  $\pm \left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)$ ，其中  $\phi$  为材料的内摩擦角。

实际上由于金属加载板与试件两端之间的切向约束作用，试件的变形获得典型的圆桶形状，它使施加的各向同性应力张量局部增大。

这一变形过程用伯吉斯（Burgers）模型（图2b）更为接近，与前述的凯尔文流变模型比较，它多了一个常数值为  $\eta_3$  的串联缓冲器。

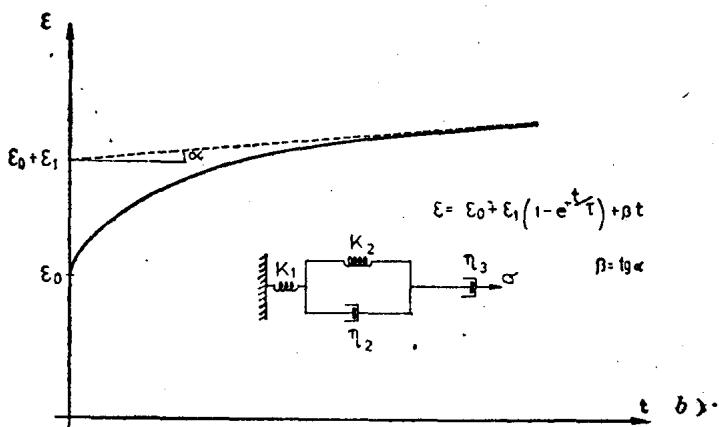
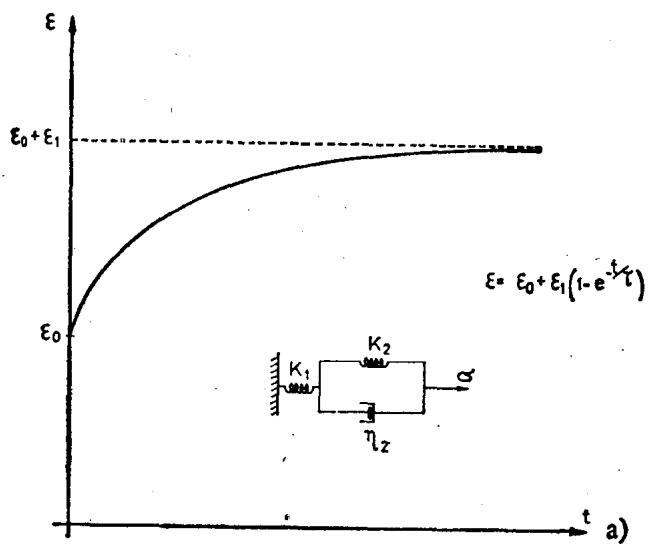


图 2  
a) 凯尔文流变模型的变形随时间变化过程; b) 伯吉斯流变模型的变形随时间变化过程

此模型随时间的变形性能以下式表示:

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_1(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + \beta t$$

其中  $\beta$  为在  $t = \infty$  时的变形速度。

倾斜渐近线是有典型粘滞性变形范围的一条线，沿着这线材料发展到破坏。在小变形的情况下，它当然是正确的，但是对于大变形，受荷载断面发生的变化显著地改变了应力状态，以致对于很大的偏应力值，不允许材料沿着倾斜渐近线发展到破坏，而是瞬时破坏的形态。可以注意的是，通过相似的试验，能够在易于解释的基本流变模型中包含蠕变性能。然后从这些模式可推演实验数据的插入曲线的系数值，这样就提供出了材料的固有参数。

数，这些参数在试图建立可能的数学分析或数值分析（例见有限单元体法）中是首要的，此外对于模型设计需要的相似性参数的确定也是必需的。

结构模型实验研究所只对效能比 $\zeta$ 大的模型材料（地力学模型用的材料）进行过这类试验，得出令人极为鼓舞的成果。当我们希望对实际岩石进行以上试验时，情况显然更为复杂和困难（只因为实际的理由），并且不得不在很高的侧向压力下进行工作。

以前，在1920~1930年之间的年份内，虽然罗斯（Ros）并无宏图，但他探讨过在类似条件下破坏与变形的过程。

目前，如我们正在做的工作那样，值得用更详尽的方法再研讨确定所需要的控制变形过程的参数问题。虽然以基本流变模型为基础的数学分析可以得出足够而令人信服的分析处理办法，但还没有足够大量的实验资料可以把一种特定岩石的性能包括在一种特定类型的流变模型之中。暂且放弃过于刻板的态度而在较小的范围内重新探讨这个问题，看来是合理的。

为此，我们只研讨一种模型，使之重现每一个变形过程全部完成时的弹性变形与非弹性变形之值。用这个方法，问题就简化为重现一个当量的静力学系统。

为了得出我们所需要的概念，为了获得在模型中重现变形过程所必须的可能理想状况，我们考虑了一种岩石试件的压缩试验，此岩石试件大到足以作为材料的合理代表。

设想试验是这样进行的：对于每一级荷载，在应力变形图解上有一点，这点代表材料已达到完全稳定，这就是说，在该应力状态下所有变形已全部完成。这点是在足够长的时间内施加应力与调整应力而进行足够次数的循环以后确定的。

如果测定了足夠数量的在逐渐增加的应力 $\sigma_A$ 、 $\sigma_B$ 、 $\sigma_C$ 下总变形值（图3），则可能作出相应于材料完全稳定状态的应力变形曲线。

假定达到而不超过特定的应力 $\sigma_A$ ，并且在此应力下达到材料的稳定。如果在 $\sigma_A$ 与 $\sigma$ 之间进行压缩循环，则可得到绘出一个滞后环线的循环；虽然这些循环是不可逆的，但是如果确定一种适宜的试验方法，它们仍是可以重复的。

于是规定在比较快速的时间内重复循环的变形模量为：

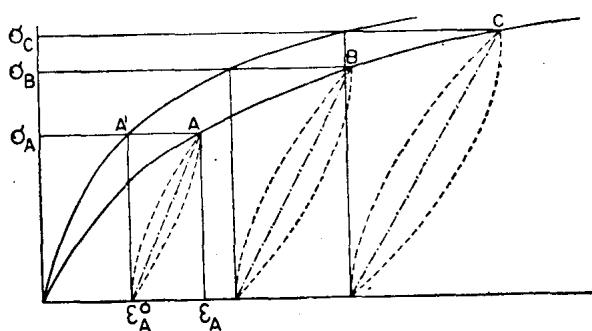


图3 总稳定状态的应力应变曲线

$$E_r = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_A - \varepsilon_A^0} \quad (14)$$

变形完成后的割线总变形模量为：

$$E_s = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_A} \quad (15)$$

非弹性变形 $\varepsilon_A^0$ 值显然由下列部分组成：

1. 岩石基质的蠕变；

2.与岩石内部不连续体的闭合或滑动有关的粘塑性调整量。如果接触面是在坚固岩石内，则调整量主要属于塑性性质；而在有泥炭或湿粘土充填物时，调整量主要属于粘滞性质。

## 参 考 文 献

- [1] Arountiouanian, N.: Applications de la théorie du fluage. Paris: Eyrolles. 1957.
- [2] Beaujoint, N.: Similitude et théorie des modèles. Rilem, Bulletin Nr. 7, 14~39, Paris (June 1960).
- [3] Bertrand, J.: Note sur la similitude en mécanique. Journal de l' Ecole Polytechnique, t. XIX, Cahier XXXII, 1848.
- [4] Bonvalet, M.: La similitude des maquettes en élasticimétrie. Exemples d'application à deux ouvrages d'art. Mémoire du G.A.M.A.C. (February 1954).
- [5] Borges, J. F.: Statistical Theories of Structural Similitude. Rilem, Bulletin Nr. 7, 59—67, Paris (June 1960).
- [6] Borges, J. F., Arga, L. J.: Crack and Deformation Similitude in Reinforced Concrete. Rilem Bulletin Nr. 7, 79—90, Paris (June 1960).
- [7] Bridgman, P. W.: Dimensional Analysis. Yale University Press. 1952.
- [8] Duncan, W. J.: Physical Similarity and Dimensional Analysis. London: Arnold. 1953.
- [9] Esnault Pelterie, R.: L'analyse dimensionnelle. Paris: Gauthier-Villars; Lausanne: Ed. Rouge. 1946.
- [10] Fumagalli, E.: Model Simulation of Rock Mechanics Problems. Rock Mechanics in Engineering Practice (Stagg-Zienkiewicz, eds.). London: J. Wiley. 1968.
- [11] Fumagalli, E.: Caratteristiche di resistenza dei conglomerati cementizi per stati di compressione pluriassiale. Ismes, Bulletin Nr. 30 (October 1965).
- [12] Gabrielli, G.: Le esperienze su modellie le leggi di similitudine. Ingegneria Meccanica IV. 1955, 2.
- [13] Ghaswala, S. K.: Model and Analogies in Structural Engineering. Civil Engineering and Public Works Review (January—June, 1952).
- [14] Jaeger, J. C., Cook, N. G. W.: Fundamentals of Rock Mechanics. London: Methuen 1969.
- [15] Jasiewicz, J.: Applications of Dimensional Analysis Methods to Civil Engineering Problems. Civil Engineering and Public Works Review, London, Vol. 58, Nr. 686 1125—1128 (September 1953); Nr. 687, 1270—1280 (October 1963); Nr. 688, 1409—1410 (November 1963); Nr. 689, 1547—1549 (December 1963).
- [16] Mattock, A. H.: Structural Model Testing—Theory and Applications. Journal PCA Research and Development Laboratories, Vol. 4, Nr. 3, 12—13 (September 1962).
- [17] McHenry, D., Karni, J.: Strength of Concrete under Combined Tensile and Compressive Stress. ACI Journal, Proceedings, Vol. 54, Nr. 10, 829—840 (April 1958).
- [18] Murphy, G.: Similitude in Engineering. New York: Ronald Press. 1950.
- [19] Nowacki, W.: Théorie du fluage. Paris: Eyrolles. 1965.
- [20] Oberti, G.: Sulla valutazione del coefficiente globale di sicurezza di una struttura mediante esperienze su modelli. Ismes, Bulietin Nr. 2 (June 1954).
- [21] Oberti, G.: Large Scale Model Testing of Structures outside the Elastic Limit.